

• Pratikno • Bayan Ardana W. • Erens Sarindat • Agus Irawati

Mahir Matematika

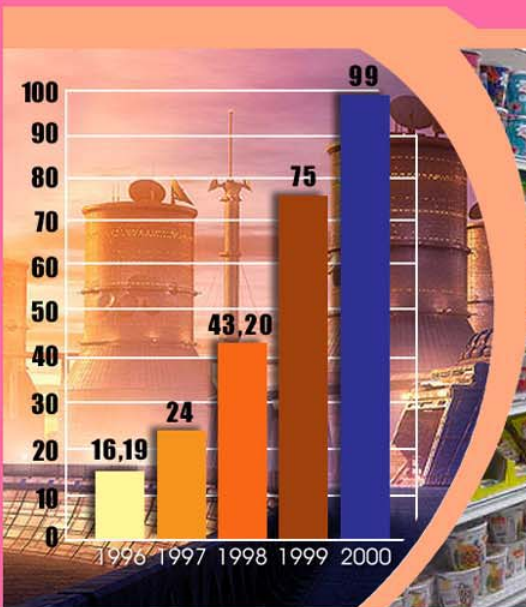
untuk SMK (NonTeknik) Kelas XII

Kelompok Sosial, Administrasi Perkantoran, dan Akuntansi

Mahir Matematika 3

untuk SMK (NonTeknik) Kelas XII

• Pratikno • Bayan Ardana W. • Erens Sarindat • Agus Irawati



PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional

3



• Pratikno • Bayan Ardana W. • Erens Sarindat • Agus Irawati

Mahir Matematika

untuk SMK (NonTeknik) Kelas XII

Kelompok Sosial, Administrasi Perkantoran, dan Akuntansi



PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional

3

Hak Cipta pada Departemen Pendidikan Nasional
Dilindungi Undang-undang

Hak Cipta Buku ini telah dibeli oleh Departemen Pendidikan Nasional
dari Penerbit PT Galaxy Puspa Mega

MAHIR

MATEMATIKA 3

Untuk SMK/MAK Kelas XII

Penulis : Pratikno
Bayan Ardana W
Erens Sarindat
Agus Irawati
Ilustrasi, Tata Letak : Herman Sriwijaya, Dian Pramani
Perancang Kulit : Oric Nugroho Jati
Sumber Kulit : www.moe.edu.sg dan dokumen penerbit

Ukuran Buku : 21 x 29 cm

510.07

MAH

Mahir matematika 3 : untuk SMK (Non Teknik) Kelas XII Kelompok Sosial,
Administrasi Perkantoran, dan Akuntansi/Pratikno... [et.al.];
editor Dian Pramani, Suharyati. — Jakarta : Pusat Perbukuan,
Departemen Pendidikan Nasional, 2008.
vi, 178 hlm. ; illus. ; 29 Cm.

Bibliografi : hlm.155
Indeks
ISBN 979-462-886-7

1. Matematika-Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Pratikno III. Pramani, Dian IV Suharyati

Diterbitkan oleh Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional
Tahun 2008

Diperbanyak oleh ...

Kata Sambutan

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT, berkat rahmat dan karunia-Nya, Pemerintah, dalam hal ini, Departemen Pendidikan Nasional, pada tahun 2008, telah membeli hak cipta buku teks pelajaran ini dari penulis/penerbit untuk disebarluaskan kepada masyarakat melalui situs internet (*website*) Jaringan Pendidikan Nasional.

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 34 Tahun 2008.

Kami menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada para penulis/penerbit yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Departemen Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para siswa dan guru di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya kepada Departemen Pendidikan Nasional ini, dapat diunduh (*down load*), digandakan, dicetak, dialihmediakan, atau difotokopi oleh masyarakat. Namun, untuk penggandaan yang bersifat komersial harga penjualannya harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah. Diharapkan bahwa buku teks pelajaran ini akan lebih mudah diakses sehingga siswa dan guru di seluruh Indonesia maupun sekolah Indonesia yang berada di luar negeri dapat memanfaatkan sumber belajar ini.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini. Kepada para siswa kami ucapkan selamat belajar dan manfaatkanlah buku ini sebaik-baiknya. Kami menyadari bahwa buku ini masih perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat kami harapkan.

Jakarta, Juli 2008
Kepala Pusat Perbukuan

Kata Pengantar

Ada pendapat bahwa tanpa harus belajar matematika secara khusus pun orang bisa sukses dalam usahanya. Contohnya, seorang pedagang di kampung, pengusaha kerajinan, atau tukang bangunan yang tidak pernah sekolah, tetapi usahanya berjalan lancar. *Benarkah pendapat demikian?*

Dalam kehidupan yang semakin modern, manusia tidak hanya ingin memenuhi kebutuhan primernya, tetapi juga kebutuhan-kebutuhan sekunder dan tersiernya. Hal itu menuntut konsekuensi usaha lebih keras untuk mendapatkan pemasukan lebih besar. Belum lagi, munculnya pesaing-pesaing baru, baik dalam usaha maupun bidang keahliannya, memaksa manusia berkompetisi, jika tidak ingin tersisih. Jelas, semua itu memerlukan suatu pengetahuan dan keterampilan. Karena itulah, muncul ilmu akuntansi, manajemen, teknik, dan sebagainya. Namun sebenarnya, matematikalah yang mendasari dan membantu konsep-konsep dalam ilmu-ilmu tersebut.

Didasari hal itulah, kami ingin membantu menyajikan konsep-konsep matematika yang berhubungan dengan ilmu-ilmu yang dipelajari oleh siswa-siswa SMK. Kurikulum Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) dikembangkan sebagai upaya untuk memenuhi kebutuhan pengembangan program sekolah berbasis kebutuhan dan potensi wilayah. Strategi ini merupakan upaya meningkatkan peran SMK dalam pengembangan wilayah melalui peningkatan kualitas sumber daya manusia profesional dan produktif, sehingga program sekolah mampu mengakar kuat pada masyarakat. Penyelenggaraan proses pembelajaran dilaksanakan melalui pendekatan belajar tuntas/*Mastery Learning*, berorientasi pada kegiatan siswa/*Student Centered Learning*, dan berbasis produksi/*Production Based Training* (PBT).

Mahir Matematika SMK (nonteknik) Kelas XII disusun sesuai standar isi untuk mengarahkan bagaimana siswa belajar menguasai standar kompetensi Teori Peluang, Statistika, dan Matematika Keuangan agar tujuan pembelajaran dapat tercapai. Setiap materi kami bahas mulai dari konsep dasar, penurunan rumus, kemudian aplikasinya dalam bentuk contoh soal, latihan, dan dilengkapi dengan lembar tugas. Di akhir standar kompetensi kami juga memberikan soal evaluasi untuk mengukur seberapa besar kompetensi yang telah dikuasai siswa. Mahir Matematika SMK Kelas XII juga dilengkapi dengan soal-soal UAN dan pembahasannya, sehingga siswa memiliki gambaran untuk menghadapi UAN. Semua ini bertujuan agar pemakai buku matematika ini tidak hanya mengambil rumus jadi, lalu menerapkannya pada soal-soal hitungan, tetapi memahami mengapa, kapan, dan bagaimana rumus itu digunakan.

Selain memahami konsep, terampil dalam menyelesaikan soal-soal hitungan juga sangat diharapkan. Itulah ciri yang khas dari tujuan pembelajaran matematika. Soal-soal kami susun menurut tingkat kesulitannya, agar siswa dapat mengukur sendiri tingkat pemahamannya terhadap materi yang diajarkan. Keberhasilan pembelajaran ditandai dengan adanya perubahan perilaku positif pada diri siswa sesuai standar kompetensi dan tujuan pendidikan, serta siswa sudah mampu menguasai standar kompetensi yang ada.

Kami mengharapkan buku matematika ini benar-benar dapat menjadi rujukan bagi siswa dalam mempelajari konsep matematika serta menjadi alat bantu yang efektif dalam menyelesaikan berbagai persoalan.

Tersedianya Mahir Matematika SMK ini tidak lepas dari adanya kerjasama yang baik dari berbagai pihak. Untuk itu, kami mengucapkan terima kasih kepada semua yang telah memberikan kontribusi, baik moril maupun materiil. Akhirnya, seperti kata pepatah: tiada gading yang tak retak, kami mengharapkan saran dan kritik yang konstruktif demi kesempurnaan buku ini di waktu yang akan datang.

Jakarta, April 2008

Tim Penulis



Daftar Isi

Kata Sambutan	iii
Kata Pengantar	iv
Daftar Isi	v

Bab 1 Teori Peluang

1.1 Mendeskripsikan Kaidah Pencacahan (<i>Counting Rules</i>), Permutasi, dan Kombinasi	2
1.1.1 Aturan pengisian tempat yang tersedia (<i>Filling Slots</i>)	2
1.1.2 Permutasi	4
1.1.3 Kombinasi	8
1.1.4 Penggunaan permutasi dan kombinasi dalam bidang bisnis	9
1.2 Menghitung Peluang Suatu Kejadian	11
1.2.1 Kejadian/peristiwa/ <i>event</i>	11
1.2.2 Peluang suatu kejadian	11
1.2.3 Frekuensi harapan	12
1.2.4 Peluang dari beberapa kejadian	13
Rangkuman Bab 1	18
Evaluasi	19

Bab 2 Statistika

2.1 Mengidentifikasi Pengertian Statistik, Statistika, Populasi, dan Sampel	22
2.1.1 Pengertian statistik dan statistika	22
2.1.2 Kegunaan statistika	23
2.1.3 Populasi dan sampel	23
2.1.4 Pembagian data	24
2.2 Menyajikan Data dalam Bentuk Tabel dan Diagram	25
2.2.1 Tabel atau daftar	25
2.2.2 Menyajikan data dalam bentuk grafik atau diagram	32
2.3 Menentukan Ukuran Pemusatan Data	37
2.3.1 Ukuran pemusatan data	37
2.3.2 Kegunaan ukuran pemusatan data	48
2.4 Menentukan Ukuran Penyebaran Data	50
2.4.1 Range (jangkauan)	50
2.4.2 Simpangan rata-rata	51
2.4.3 Simpangan baku (standar deviasi) dan variansi	52
2.4.4 Jangkauan semi interkuartil	55
2.4.5 Jangkauan persentil	60

2.4.6 Angka baku	62
2.4.7 Koefisien variasi	63
Rangkuman bab 2	65
Evaluasi	68

Bab 3 Matematika Keuangan

3.1 Menyelesaikan Masalah Bunga Tunggal dan Bunga Majemuk dalam Keuangan	77
3.1.1 Pengertian bunga dan bunga tunggal	77
3.1.2 Persen di bawah seratus dan persen di atas seratus	77
3.1.3 Sistem tabungan	79
3.1.4 Sistem pinjaman	85
3.1.5 Pengertian bunga majemuk	88
3.1.6 Perhitungan nilai akhir dengan masa bunga bulat	89
3.1.7 Perhitungan bunga majemuk dengan masa bunga pecahan	92
3.1.8 Nilai tunai dengan masa bunga bulat	94
3.1.9 Perhitungan nilai tunai dengan bunga pecahan	96
3.2 Menyelesaikan Masalah Rente dalam Keuangan	97
3.2.1 Pengertian dan jenis-jenis rente	97
3.2.2 Nilai akhir rente	97
3.2.3 Nilai tunai rente	101
3.2.4 Rente kekal (rente abadi)	105
3.2.5 Rente yang ditangguhkan	106
3.3 Menyelesaikan Masalah Anuitas dalam Sistem Pinjaman	108
3.3.1 Pengertian anuitas	108
3.3.2 Tabel rencana pelunasan	108
3.3.3 Rumus-rumus anuitas	110
3.3.4 Menghitung sisa pinjaman	113
3.3.5 Anuitas yang dibulatkan	117
3.3.6 Anuitas pada obligasi	118
3.4 Menyelesaikan Masalah Penyusutan Nilai Barang	121
3.4.1 Pengertian aktiva perusahaan	121
3.4.2 Penyusutan	121
3.4.3 Amortisasi (materi pengayaan)	126
Rangkuman Bab 3	128
Evaluasi	130
Soal-soal UAN	137
Daftar Pustaka	155
Glosarium	156
Indeks	157
Lampiran	159

Bab 1

Teori Peluang

Kelas XII



Sumber: Dokumen Penerbit dan bp2.blogger.com...s200kartu-dadu-2a

Kita sering mendengarkan orang berbicara tentang kata peluang, seperti peluang mendapatkan hadiah undian, peluang lolos seleksi pegawai negeri, peluang untuk berbisnis yang menguntungkan, peluang munculnya mata dadu genap, dan peluang mendapatkan anak laki-laki atau perempuan.

Pernahkan Anda merenungkan tentang kata peluang yang biasa kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari? Misalkan ada 3 orang pelamar kerja, sedangkan tenaga yang dibutuhkan hanya 1 orang, maka berapaakah peluang setiap orang mendapatkan pekerjaan itu? Untuk menjawab permasalahan peluang tersebut, kita dapat menggunakan teori peluang yang akan kita pelajari dalam materi bab ini.

Peta Konsep

Memecahkan masalah dengan konsep teori peluang

- ♦ Kaidah pencacahan
- ♦ Faktorial
- ♦ Permutasi dari n unsur
- ♦ Kombinasi dari n unsur
- ♦ Penggunaan permutasi dan kombinasi dalam menyelesaikan masalah kejuruan
- ♦ Peluang suatu kejadian
- ♦ Kepastian dan kemustahilan
- ♦ Frekuensi harapan suatu kejadian
- ♦ Peluang kejadian saling lepas
- ♦ Peluang kejadian saling bebas

Menyelesaikan masalah konsep peluang



Peluang atau probabilitas berpangkal pada kasus permainan. Hitung peluang lahir dan berkembang pada permulaan abad ke-17. Pemain yang bernama Chevalier de Mere, seorang bangsawan Perancis, menghumbungi matematikawan yang bernama Blaise Pascal untuk menyelesaikan masalah tentang permainan dadu. Pascal berunding dengan kawannya yang bernama Pierre de Fermat. Akhirnya, dari penyelesaian masalah itulah, muncul suatu cabang matematika, yaitu ilmu hitung peluang (*probability theory*).

Dalam perkembangannya, hitung peluang mendapat perhatian serius dari para ahli matematika. Bahkan hitung peluang mempunyai peran yang sangat penting dalam pengembangan ilmu IPA, sosial, ekonomi, dan lain sebagainya.

Sebelum membahas hitung peluang, kita akan membahas terlebih dahulu tentang kaidah pencacahan yang merupakan kaidah dasar dalam hitung peluang.

1.1 Mendeskripsikan Kaidah Pencacahan (*Counting Rules*), Permutasi, dan Kombinasi

Perhatikan contoh permasalahan berikut ini!

- Berapa banyak cara yang disusun untuk membentuk sebuah tim yang terdiri dari 5 orang, yang akan dipilih dari 10 orang calon?
- Ada 4 warna yang akan dibuat warna campuran yang terdiri dari 2 warna. Berapa banyak warna campuran yang dapat terjadi?
- Berapa peluang muncul gambar dari pelemparan sebuah uang logam?

Masalah-masalah di atas dapat diselesaikan dengan kaidah pencacahan, yaitu bila suatu operasi dapat dilakukan dalam n_1 cara, bila untuk setiap cara tersebut operasi kedua dapat dilakukan dalam n_2 cara, bila untuk setiap pasangan dua cara yang pertama operasi ketiga dapat dilakukan dalam n_3 cara, dan demikian seterusnya, maka k operasi dalam urutan tersebut dapat dilakukan dalam $n_1 n_2 \dots n_k$ cara.

Banyaknya cara yang mungkin terjadi dari suatu peristiwa dapat ditentukan dengan menggunakan salah satu atau gabungan metode berikut ini, yaitu:

- aturan pengisian tempat yang tersedia;
- permutasi; dan
- kombinasi.

1.1.1 Aturan pengisian tempat yang tersedia (*Filling Slots*)

Perhatikan contoh berikut ini!

Contoh soal 1:

Seseorang berjalan dari kota A ke kota C dan kembali lagi ke kota A. Kota B terletak antara kota A dan kota C. Dari kota A ke kota B ada 3 jalan alternatif dan dari kota B ke kota C ada 2 jalan alternatif. Jika perjalanan orang itu melewati kota B (pergi dan pulang), ada berapa cara orang itu dapat melakukan perjalanan tersebut?

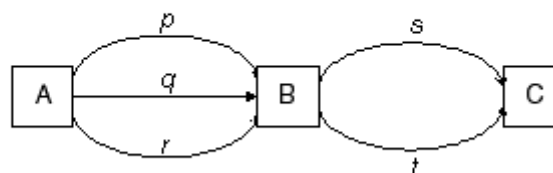
Jawab:

- Dengan tabel

Perjalanan dari kota A ke kota C melalui kota B ada $3 \times 2 = 6$ cara, yaitu (p,s) , (p,t) , (q,s) , (q,t) , (r,s) , dan (r,t) .

	B ke C	s	t
A ke B			
p		(p,s)	(p,t)
q		(q,s)	(q,t)
r		(r,s)	(r,t)

- Dengan diagram



Perhatikan gambar di atas!

- Dari kota A ke kota C, melalui jalan p dapat melalui 2 jalan, yaitu ps atau pt .
- Dari kota A ke kota C, melalui jalan q dapat melalui 2 jalan, yaitu qs atau qt .
- Dari kota A ke kota C, melalui jalan r dapat melalui 2 jalan, yaitu rs atau rt .

Jadi, ada 6 cara yang berlainan yang dapat dilakukan orang tersebut untuk mengadakan perjalanan dari kota A ke kota C melalui kota B.

Contoh soal 2:

Sekolah akan menanam 4 jenis bunga pada dua pot bunga yang berbeda. Berapa banyak pasangan jenis bunga dan pot bunga yang dapat disusun?

Jawab:

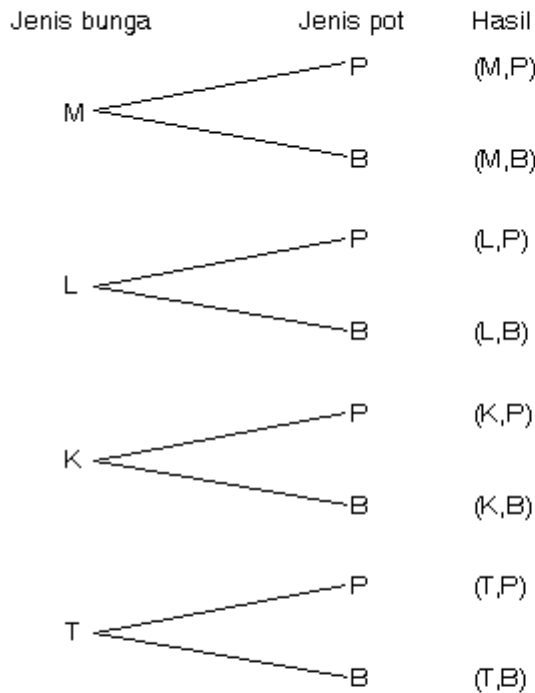
- Dengan tabel

	Jenis pot	P (putih)	B (biru)
Jenis bunga			
M (Mawar)		(M,P)	(M,B)
L (Melati)		(L,P)	(L,B)
K (Kamboja)		(K,P)	(K,B)
T (Matahari)		(T,P)	(T,B)



Pasangan jenis bunga yang dapat disusun pada 2 pot bunga yang berbeda ada $4 \times 2 = 8$ cara, yaitu (M,P), (M,B), (L,P), (L,B), (K,P), (K,B), (T,P), (T,B).

b. Dengan diagram



Dari diagram pohon di atas, tampak ada 8 cara, yaitu (M,P), (M,B), (L,P), (L,B), (K,P), (K,B), (T,P), (T,B).

c. Pasangan berurutan

$A =$ himpunan jenis bunga = {M, L, K, T}

$B =$ himpunan jenis pot = {P, B}

Himpunan pasangan berurutan dari himpunan A dan himpunan B dapat ditulis {(M,P), (M,B), (L,P), (L,B), (K,P), (K,B), (T,P), (T,B)}. Jadi, ada 8 pasang/cara.

Contoh soal 3:

Berapa banyak cara untuk menyusun huruf B, A, L, O, N, bila:

- huruf pertama dimulai dengan huruf vokal (hidup);
- huruf pertama dimulai dengan huruf konsonan (mati)?

Jawab:

- Ada 2 cara untuk memilih huruf pertama huruf vokal, yaitu A atau O. Ada 4 cara untuk memilih huruf kedua, misalnya jika huruf pertama A maka huruf kedua dapat dipilih B, L, O, atau N. Ada 3 cara untuk memilih huruf ke tiga. Ada 2 cara untuk memilih huruf keempat, dan ada 1 cara untuk memilih huruf kelima. Jadi, seluruhnya ada $2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 48$ cara susunan huruf-huruf itu dengan huruf pertama dimulai huruf vokal.

- Ada 3 cara untuk memilih huruf pertama huruf konsonan, yaitu B, L, atau N. Ada 4 cara untuk memilih huruf kedua, misalnya jika huruf pertama B maka huruf kedua dapat dipilih A, L, O, atau N. Ada 3 cara untuk memilih huruf ketiga. Ada 2 cara untuk memilih huruf keempat, dan ada 1 cara untuk memilih huruf kelima. Jadi, seluruhnya ada $3 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 72$ cara susunan huruf-huruf itu dengan huruf pertama dimulai huruf konsonan.

Contoh soal 4:

Dari angka-angka 2, 3, 4, 5, dan 6, hendak disusun suatu bilangan genap yang terdiri atas tiga angka. Berapa banyak cara bilangan yang dapat disusun jika:

- angka-angka itu berulang;
- angka-angka itu tidak berulang?

Jawab:

- Angka-angka itu berulang

Angka pertama (sebagai ratusan) dapat dipilih dengan 5 cara. Angka kedua (sebagai puluhan) dapat dipilih dengan 5 cara. Angka ketiga (sebagai satuan) dapat dipilih dengan 3 cara, karena bilangan yang disusun harus genap, sehingga angka ketiga yang dipilih adalah 2, 4, atau 6. Jadi, seluruhnya ada $5 \times 5 \times 3 = 75$ cara bilangan genap yang terdiri dari 3 angka yang boleh berulang.

- Angka-angka itu tidak boleh berulang

Pemilihan pertama harus dilakukan pada angka satuan. Angka satuan dapat dipilih dengan 3 cara, yaitu 2, 4, atau 6 (karena bilangan itu harus genap). Angka kedua sebagai puluhan dapat dipilih dengan 4 cara. Angka ketiga sebagai ratusan dapat dipilih dengan 3 cara. Jadi, seluruhnya ada $3 \times 4 \times 3 = 36$ cara bilangan genap yang terdiri dari 3 angka yang tidak boleh berulang.

Contoh soal 5:

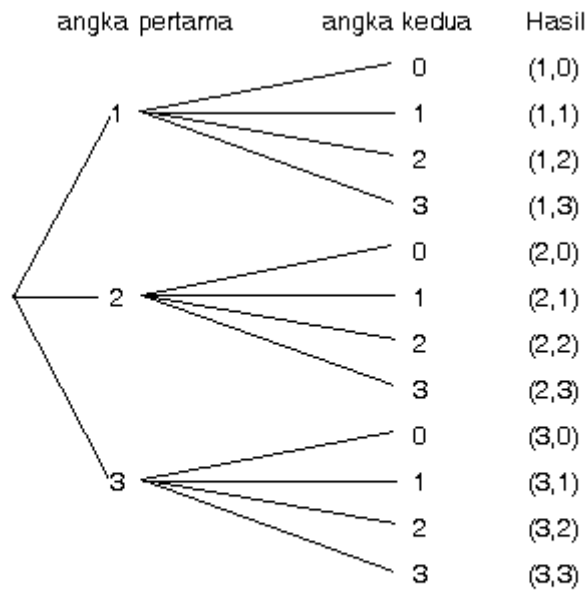
Dari angka-angka 0, 1, 2, 3, hendak disusun suatu bilangan yang terdiri atas dua angka. Berapa banyak cara bilangan yang dapat disusun jika:

- angka-angka itu boleh berulang;
- angka-angka itu tidak boleh berulang?

Jawab:

- Angka-angka itu boleh berulang

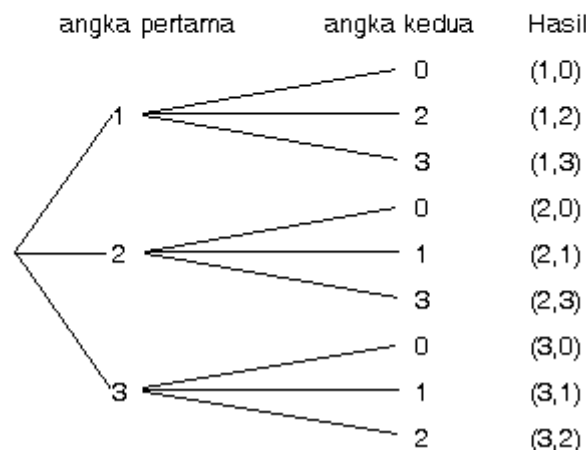
Angka pertama sebagai puluhan dapat dipilih dengan 3 cara, yaitu angka 1, 2, atau 3. Angka 0 tidak termasuk. Angka kedua sebagai satuan dapat dipilih dengan 4 cara. Jadi, seluruhnya ada $3 \times 4 = 12$ cara bilangan dapat disusun. Perhatikan bagan berikut!



b. Angka-angka itu tidak boleh berulang

Angka pertama sebagai puluhan dapat dipilih dengan 3 cara. Angka kedua sebagai satuan dapat dipilih dengan 3 cara karena angka itu tidak boleh berulang, misalnya angka 1 dipilih sebagai angka pertama, maka angka kedua yang dapat dipilih tinggal 3, yaitu 0, 2, atau 3. Jadi, seluruhnya ada $3 \times 3 = 9$ cara bilangan yang dapat disusun, yaitu (1,0), (1,2), (1,3), (2,0), (2,1), (2,3), (3,0), (3,1), dan (3,2).

Untuk lebih jelasnya, perhatikan bagan berikut!



Dari contoh di atas, dapat disimpulkan tentang prinsip pengisian tempat yang tersedia atau dasar membilang atau kaidah perkalian, yaitu:

Jika suatu kejadian pertama dapat terjadi dalam n_1 cara berlainan, diikuti oleh kejadian kedua dapat terjadi dalam n_2 cara berlainan, dan seterusnya diikuti oleh kejadian ke- k dapat terjadi dalam n_k cara berlainan, maka jumlah seluruh kejadian yang dapat terjadi adalah $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$ cara berbeda atau berlainan.

Latihan 1

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

- Seseorang ingin melakukan pembicaraan melalui telepon. Ada 3 buah telepon (t_1, t_2, t_3) dan ada 5 buah nomor sambungan yang ingin dihubungi (n_1, n_2, n_3, n_4, n_5). Berapa macam sambungan pembicaraan yang dapat dilakukan?
- Seseorang berjalan dari kota A menuju kota C dan kembali lagi ke kota A. Kota B terletak antara kota A dan kota C. Dari kota A ke kota B ada 4 jalan alternatif. Dari kota B ke kota C ada 3 jalan alternatif. Jika perjalanan orang itu harus melewati kota B (pergi - pulang) ada berapa cara orang tersebut dapat menempuh perjalanan?
- Berapa banyak susunan yang dapat dibentuk dari huruf-huruf M, U, S, A, N, dan G, jika:
 - huruf pertama adalah huruf hidup (vokal);
 - huruf pertama adalah huruf mati (konsonan)?
- Dari 9 buah angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, dan 8 akan disusun suatu bilangan yang terdiri atas 4 angka. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun, bila:
 - tiap bilangan boleh memiliki angka-angka yang sama (berulang);
 - tiap bilangan tidak boleh memiliki angka-angka yang sama (tidak berulang)?
- Dari angka 1, 3, 4, 5, dan 7, akan disusun bilangan ganjil yang terdiri atas 3 angka. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun, bila:
 - tiap bilangan boleh berulang;
 - tiap bilangan tidak boleh berulang?

1.1.2 Permutasi

Sebelum membahas pengertian permutasi, kita akan memahami terlebih dahulu definisi dan notasi faktorial.

A. Definisi dan notasi faktorial

Hasil perkalian semua bilangan asli mulai dari 1 sampai dengan n disebut n faktorial, dan ditulis dengan notasi $n!$

Bentuk umum dari notasi faktorial adalah:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1, \text{ atau}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-3) \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$$



Catatan

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$



Contoh soal 6:

- Hitunglah
 - $4!$
 - $\frac{5!}{3!}$
 - $\frac{10!}{6!3!}$
- Nyatakan bilangan berikut dengan notasi faktorial!
 - $6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12$
 - 720

Jawab:

- $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
 - $\frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}} = 20$
 - $\frac{10!}{6!3!} = \frac{10 \cdot \cancel{9} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 10 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 7 = 840$
- $6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{12!}{5!}$
 - $720 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 6!$

B. Permutasi

Permutasi adalah susunan unsur-unsur atau elemen dengan memperhatikan urutan dan pengulangan.

1. Permutasi dari unsur yang berbeda

Permutasi k dari n unsur yang tersedia (tiap unsur berbeda) ialah susunan dari k unsur itu dalam suatu urutan dengan $k \leq n$ dan dilambangkan dengan:

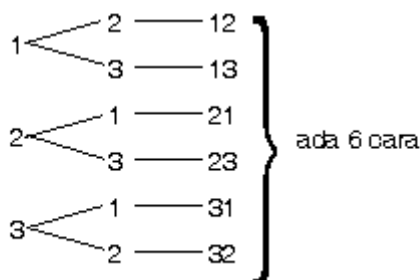
$$P_{n,k} = {}_n P_k = P_k^n$$

Permutasi dirumuskan dengan: $P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$

Contoh soal 7:

Ada berapa cara bilangan yang terdiri dari 2 angka dapat disusun dari 3 angka yang tersedia (tidak ada pengulangan dan urutan diperhatikan)?

Jawab:



Urutan pertama sebagai angka puluhan ada 3 cara.

Urutan kedua sebagai angka satuan ada 2 cara.

Sehingga banyaknya susunan adalah $3 \times 2 = 6$ cara.

$$\text{Atau } P_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = 6$$

Contoh soal 8:

Dari 6 orang pengurus sebuah organisasi, hendak dipilih seorang ketua, seorang sekretaris, dan seorang bendahara. Berapa formasi yang dapat dibentuk dari 6 orang tersebut?

Jawab:

$$P_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120 \text{ cara}$$

Contoh soal 9:

Suatu lomba PKS Akuntansi diikuti oleh 5 peserta, terdiri dari 3 peserta dari kelas A dan 2 peserta dari kelas B. Ketentuannya adalah 3 peserta terbaik akan diikutkan mewakili sekolahnya. Anggaplah bahwa tiap-tiap peserta berpeluang sama untuk menjadi pemenang lomba.

- Ada berapa cara 3 terbaik itu dapat terbentuk?
- Ada berapa cara jika dari 3 terbaik itu, 2 dari kelas A dan 1 dari kelas B?
- Ada berapa cara jika dari 3 terbaik itu semuanya dari kelas A?

Jawab:

Peserta yang dimaksud misalnya A_1, A_2, A_3 dan B_1, B_2 . Jika 3 peserta yang terbaik itu $A_1, A_2, B_1 \neq B_1, A_1, A_2$, berarti urutan diperhatikan \rightarrow kasusnya permutasi.

- Banyaknya cara 3 terbaik dapat terbentuk adalah:

$$P_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

Jadi, ada 60 cara terbentuk 3 terbaik.

- Banyaknya cara jika dari 3 terbaik itu, 2 dari kelas A dan 1 dari kelas B adalah:

$$\begin{aligned} AAB &= P_2^3 P_1^2 = \frac{3!}{2!1!} \cdot \frac{3!}{(3-2)!} \cdot \frac{2!}{(2-1)!} \\ &= \frac{3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!} 1!} \cdot \frac{3!}{1!} \cdot \frac{2!}{1!} \\ &= \frac{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1} \cdot \frac{2 \cdot 1}{1} \\ &= 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36 \end{aligned}$$

Jadi, ada 36 cara terbentuk jika dari 3 terbaik itu 2 dari kelas A dan 1 dari kelas B.



- c. Banyaknya cara 3 terbaik itu semuanya dari kelas A adalah:

$$\begin{aligned} AAA &= F_3^3 F_0^2 = \frac{3!}{3!} \cdot \frac{3!}{(3-3)!} \cdot \frac{2!}{(2-0)!} \\ &= 1 \cdot \frac{3! \cdot 2!}{0! \cdot 2!} \\ &= 1 \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1} \cdot 1 \\ &= 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \end{aligned}$$

Jadi, ada 6 cara terbentuk jika dari 3 terbaik itu semuanya dari kelas A.

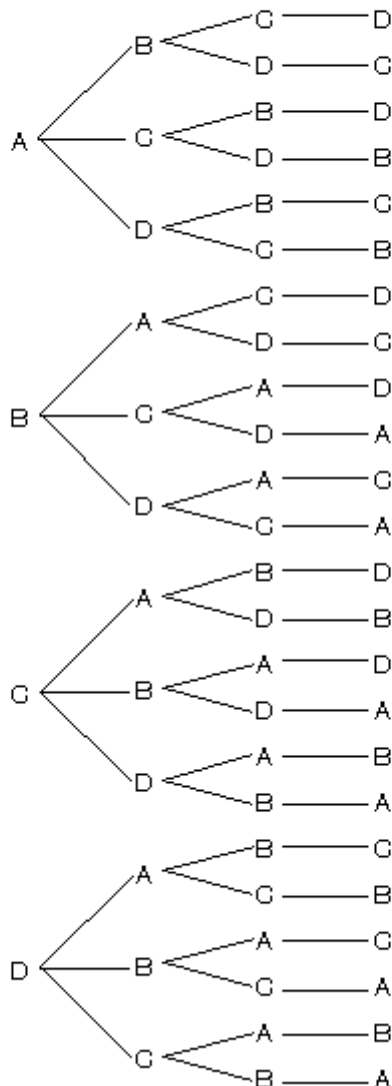
2. Permutasi n unsur diambil dari n unsur ($k=n$)

Rumusnya: $P_n^n = n!$

Contoh soal 10:

4 buah lukisan hendak dipasang pada empat buah ruang yang berbeda. Ada berapa carakah untuk memasang lukisan tersebut?

Jawab:



Seluruhnya ada = $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ cara.

$$\text{Atau } P_4^4 = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4!}{1} = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

3. Permutasi dari beberapa unsur yang sama

Banyaknya permutasi n unsur apabila memuat k unsur yang sama, l unsur yang sama, dan m unsur yang sama dengan ($k + l + m \leq n$) dapat ditentukan

dengan rumusnya: $P = \frac{n!}{k!l!m!}$

Contoh soal 11:

Berapa banyaknya permutasi yang dapat disusun dari huruf-huruf K, A, L, I, M, A, N, T, A, N?

Jawab:

Banyaknya unsur ada 10 huruf.

Banyaknya unsur yang sama, yaitu:

A ada 3 unsur, N ada 2 unsur. Jadi, banyak permutasi seluruh huruf adalah:

$$\begin{aligned} P &= \frac{10!}{3!2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4^2 \cdot 3!}{3! \cdot 2! \cdot 1} \\ &= 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 \\ &= 302.400 \end{aligned}$$

4. Permutasi siklis atau melingkar

Jika susunan unsur berbentuk melingkar maka dapat diselesaikan dengan permutasi siklis atau melingkar. Perhatikan contoh berikut!

Ada 3 orang duduk melingkar, nama orang tersebut adalah A, B, dan C. Apabila susunan tersebut diubah dalam baris, didapat: ABC, BCA, CAB, ACB, CBA, dan BAC. Jadi, kita mempunyai 6 cara atau pola susunan, tetapi tidak permutasi 3 orang. Secara melingkar, hanya terdapat $(3 - 1)! = 2! = 2 \cdot 1 = 2$ cara, yaitu (ABC, BCA, CAB) disatu pihak dan (ACB, CBA, BAC) dilain pihak. Pola susunan lingkarannya dengan urutan ABC = BCA = CAB dan ACB = CBA = BAC. Untuk jelasnya, bandingkan gambar berikut!

Permutasi 3 unsur disusun berbaris. Ada 6 cara.	Permutasi 3 unsur disusun melingkar (dibaca searah jarum jam). Ada 2 cara
ABC BCA CAB ACB CBA BAC	

Secara umum banyaknya permutasi siklis dari n unsur

dirumuskan: $P(\text{siklis}) = \frac{n!}{n} = (n - 1)!$



Contoh soal 12:

Berapa banyaknya cara duduk dalam suatu rapat yang dihadiri 5 orang, apabila susunan tempat duduknya berbentuk lingkaran?

Jawab:

Karena cara duduk dalam rapat itu melingkar, berarti terjadi permutasi siklis sebanyak $P(\text{siklis}) = (5 - 1)! = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ cara.

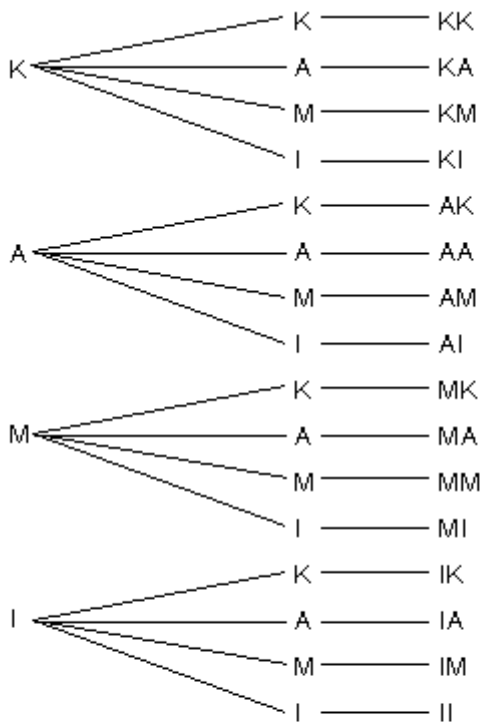
5. Permutasi berulang

Misalkan tersedia n unsur yang berbeda. Banyaknya permutasi k unsur yang diambil dari n unsur yang tersedia (tiap unsur yang tersedia) boleh ditulis berulang, dapat ditentukan dengan rumus $P(\text{berulang}) = n^k$.

Contoh soal 13:

Berapa banyak susunan dua huruf dari himpunan-himpunan K, A, M, dan I, jika unsur-unsur yang tersedia itu boleh berulang?

Jawab:



Ada 16 cara atau $P(\text{berulang}) = n^k = 4^2 = 16$.

Jadi, banyaknya susunan dua huruf yang diambil dari huruf-huruf K, A, M, dan I dengan unsur-unsur yang tersedia boleh ditulis berulang seluruhnya ada 16 cara.

Latihan 2

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

- Hitunglah nilai dari permutasi berikut!
 - $2 \times 3!$
 - $\frac{214!}{3!}$
 - $\frac{9!}{(6 - 2)!}$
- Nyatakan bentuk berikut ke dalam bentuk faktorial!
 - $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$
 - 120
- Hitunglah nilai permutasi berikut!
 - P_3^6
 - F_8^8
- Carilah nilai n dari persamaan $F_3^{n+1} = P_4^n$
- Dari 12 orang peserta organisasi yang memiliki kinerja yang baik hendak dipilih sebagai pengurus, yaitu seorang ketua, seorang sekretaris dan seorang bendahara. Berapa formasi yang dapat dibentuk dari 12 orang tersebut?
- Berapa banyak kata yang dapat disusun dari kata:
 - TRIGONOMETRI;
 - BOROBUDUR?
- Suatu lomba bintang radio yang diikuti oleh 20 orang, terdiri dari 5 orang dari kota A, 7 orang dari kota B, dan 8 orang dari kota C. Ketentuan lomba adalah 4 orang yang terbaik akan di kirim ke tingkat nasional. Jika dianggap setiap peserta mempunyai peluang yang sama untuk memenangkan lomba, ada berapa cara yang mungkin bahwa 4 besar itu dapat dimenangkan oleh:
 - sembarang peserta;
 - peserta semuanya dari kota A;
 - 2 dari kota B dan 2 dari kota C?
- Berapa banyak susunan yang dapat terjadi dalam suatu rapat yang dihadiri oleh 10 orang, jika kesepuluh orang itu duduk mengelilingi meja bundar?
- Berapa banyak bilangan 3 angka yang disusun dari angka-angka 2, 3, 4, 5, 6, 7, dan 8, jika angka-angka yang tersedia itu ditulis berulang?
- Jika huruf-huruf yang tersedia itu boleh ditulis berulang, berapa banyak susunan 2 huruf yang diambil dari huruf-huruf P, E, L, A, N, G, dan I?



1.1.3 Kombinasi

Untuk memahami apa itu kombinasi, perhatikan contoh berikut!

Contoh soal 14:

Dari himpunan dengan jumlah anggota empat $n(A) = 4$, yaitu a, b, c, dan d, ada berapa cara kita dapat memilih himpunan bagian yang jumlah anggotanya 2 buah?

Jawab:

Untuk memilih himpunan bagian dengan 2 anggota dari himpunan itu, kemungkinannya adalah: {a, b}, {a, c}, {a, d}, {b, c}, {b, d}, {c, d}. Jadi, ada 6 cara. Bila himpunan-himpunan bagian itu dipermutasikan maka hasilnya dapat dilihat pada tabel berikut ini.

Kombinasi	Permutasi	Banyaknya permutasi
{a, b}	{a, b}, {b, a}	2!
{a, c}	{a, c}, {c, a}	2!
{a, d}	{a, d}, {d, a}	2!
{b, c}	{b, c}, {c, b}	2!
{b, d}	{b, d}, {d, b}	2!
{c, d}	{c, d}, {d, c}	2!
$C_2^4 = 6$	$P_2^4 = 12$	$P_2^4 = 6 \cdot 2!$

Kesimpulan dari tabel di atas adalah:

$$\left. \begin{array}{l} C_2^4 = 6 \\ P_2^4 = 6 \cdot 2! \end{array} \right\} P_2^4 = C_2^4 \cdot 2!$$

Selanjutnya, secara umum ditulis:

$$P_k^n = C_k^n \cdot k!$$

$$C_k^n = \frac{P_k^n}{k!} = \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$\text{Jadi, } C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \text{ untuk } k \leq n$$

(dibaca: kombinasi k dari n).

Dari contoh di atas, dapat disimpulkan bahwa:

Kombinasi adalah susunan unsur atau elemen dengan tidak memperhatikan urutannya. Kombinasi k unsur dari n unsur dilambangkan dengan: $C_{n,k}$; ${}_n C_k$; atau C_k^n .

Contoh soal 15:

Suatu tim basket terdiri dari 5 orang, yang akan dipilih dari 12 orang. Berapa macam cara susunan tim basket tersebut dapat dipilih?

Jawab:

Urutan tidak diperhatikan, jadi merupakan kombinasi 5 orang yang diambil dari 12 orang, yaitu:

$$\begin{aligned} C_5^{12} &= \frac{12!}{5!(12-5)!} \\ &= \frac{12!}{5!7!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7!} \\ &= 12 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 2 = 792 \end{aligned}$$

Jadi, pengambilan 5 orang pemain dari 12 orang calon pemain dilakukan dengan 792 cara.

Contoh soal 16:

Dalam suatu kelas, ada 5 orang yang hendak menjabat tangan. Berapa banyak jabat tangan yang dapat terjadi?

Jawab:

Soal di atas merupakan kombinasi, karena jika si A menjabat tangan dengan si B akan sama dengan si B menjabat tangan dengan si A. Jadi, akan diperoleh kombinasi 2 dari 5 orang, yaitu:

$$C_2^5 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5 \cdot 2 = 10$$

Jadi, ada 10 cara kedua orang itu saling menjabat tangan.

Contoh soal 17:

Sebuah kotak berisi 4 bola berwarna kuning, 5 bola berwarna merah, dan 6 bola berwarna putih. Jika dalam kotak diambil 3 bola sekaligus maka:

- ada berapa cara bola itu dapat terambil;
- ada berapa cara 3 bola yang terambil (1K, 1M, 1P);
- ada berapa cara 3 bola yang terambil (2K, 1M, 0P)?

Jawab:

Untuk memudahkan, bola-bola itu kita tandai dengan $K_1, K_2, K_3,$ dan K_4 untuk bola kuning; $M_1, M_2, M_3, M_4,$ dan M_5 untuk bola merah; dan $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5,$ dan P_6 untuk bola putih.

Jika 3 bola yang terambil itu $K_1 M_1 P_1 = P_1 K_1 M_1$ maka berarti urutan tidak diperhatikan \rightarrow kasus kombinasi.



- Carilah nilai n yang memenuhi persamaan $C_4^{n+1} = C_3^n$!
- Terdapat 16 orang pemain voli. Akan dibentuk tim pemain utama yang terdiri dari 6 orang. Ada berapa cara tim pemain utama dapat terbentuk?
- Dalam suatu ruang rapat, ada 10 orang. Setiap orang saling berjabat tangan. Berapa banyak jabat tangan yang terjadi?
- Dalam ulangan matematika, siswa diharuskan menjawab 8 dari 10 pertanyaan yang ada.
 - Berapa macam alternatif pengerjaan soal ulangan tersebut?
 - Berapa macam alternatif yang masih dimiliki siswa andaikata 5 pertanyaan pertama wajib dijawab?
- Seperangkat kartu *bridge* yang terdiri atas 52 kartu dikocok beberapa kali, kemudian diambil 3 kartu sekaligus. Berapa banyak kejadian yang mungkin dapat terjadi, jika terambil:
 - 2 kartu berlian dan 1 kartu raja;
 - 1 kartu As, 1 kartu raja, dan 1 kartu berlian?
- Sebuah kantong berisi 15 bola yang setimbang tetapi berbeda warnanya, yaitu 6 bola warna hijau, 5 bola warna kuning, dan 4 bola warna merah.

Seseorang dipersilahkan mengambil 4 bola sekaligus secara acak (random).

 - Berapa banyak bola tersebut dapat terambil?
 - Berapa banyak bola yang terambil itu (2H, 1K, 1M)?
 - Berapa banyak bola yang terambil itu (1H, 0K, 3M)?
- Dalam suatu acara peragaan busana, akan ditampilkan 10 peragawati yang dipilih dari 15 peragawati terkenal dari kota A. Berapa banyaknya susunan berbeda dari peragawati yang mungkin tampil pada acara tersebut?
- Berapa banyak warna campuran yang terdiri atas 4 warna, jika 4 warna itu dipilih dari 6 warna yang berlainan?
- Dalam pelatnas bulutangkis, terdapat 8 orang pemain putra dan 5 orang pemain putri. Berapa banyak pasangan ganda campuran yang dapat dipilih?
- Untuk melaksanakan Praktik Kerja Industri, seorang guru bertugas untuk menempatkan 5 orang siswa pada 8 perusahaan yang siap menerima. Dalam berapa cara guru tersebut menempatkan siswanya?



Lembar Tugas 1

- Suatu ujian terdiri atas 5 pertanyaan pilihan ganda, masing-masing dengan 4 kemungkinan jawaban dan hanya satu yang benar.
 - Berapa banyak kemungkinan susunan jawaban ujian tersebut, bila untuk setiap pertanyaan hanya diperbolehkan memilih satu kemungkinan?
 - Di antara kemungkinan jawaban di atas, berapa banyak yang salah menjawab untuk semua pertanyaan!
- Dalam sebuah penelitian di California, Dean Lester Breslow dan Dr. James Enstrom dari Fakultas Kesehatan Masyarakat Universitas California Los Angeles menyimpulkan bahwa dengan menuruti 7 nasihat kesehatan, umur seorang laki-laki secara rata-rata cenderung bertambah 11 tahun, sedangkan umur seorang perempuan bertambah 7 tahun. Ketujuh nasihat itu adalah jangan merokok, bergerak badan yang teratur, hindari alkohol, lama tidur 7 sampai 8 jam, jaga berat badan, selalu sarapan pagi, dan tidak makan apapun antara dua waktu makan. Berapa banyak cara seseorang dapat mengambil 5 di antara 7 nasihat tersebut bila:
 - sekarang ini ia mengabaikan semua nasihat itu;
 - orang itu tidak pernah minum minuman beralkohol dan selalu sarapan pagi?
- Pada suatu Jambore Nasional, pramuka 3 propinsi mengirimkan regu masing-masing: Sumatera Barat 6 orang, Kalimantan Timur 8 orang, dan Sulawesi Utara 10 orang. Dalam berapa cara jika:
 - berbaris dalam satu barisan lurus secara sembarangan (acak);
 - berbaris, namun kontingen Sumatera Barat berkelompok;
 - berbaris, namun kontingen Kalimantan Timur berkelompok;
 - berbaris, namun kontingen Sulawesi Utara berkelompok;
 - berbaris menurut kelompok masing-masing?



Tentukan peluang jika yang terambil:

- semuanya merah;
- 1 biru dan 1 merah!

Jawab:

S = kejadian 2 bola diambil dari 8 bola dalam kotak,

$$\begin{aligned} \text{maka } n(S) &= C_2^8 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2 \cdot 1 \cdot 6!} \\ &= 4 \cdot 7 = 28 \end{aligned}$$

a. Peluang terambil semua merah = $P(2M)$, maka

$$\begin{aligned} n(2M) &= C_2^5 \times C_0^3 = \frac{5!}{2!3!} \times \frac{3!}{0!3!} \\ &= \frac{5 \cdot 4^2 \cdot 3!}{2 \cdot 1 \cdot 3!} \times 1 \\ &= 5 \cdot 2 = 10 \end{aligned}$$

$$P(2M) = \frac{n(2M)}{n(S)} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

b. Peluang terambil 1 biru dan 1 merah = $P(1B,1M)$,

$$\text{maka } n(1B,1M) = C_1^3 \times C_1^5 = \frac{3!}{1!(3-1)!} \times \frac{5!}{1!(5-1)!}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3!}{1!2!} \times \frac{5!}{1!4!} \\ &= \frac{3 \cdot 2!}{1 \cdot 2!} \times \frac{5 \cdot 4!}{1 \cdot 4!} \\ &= 3 \times 5 = 15 \end{aligned}$$

$$P(1B,1M) = \frac{n(1B,1M)}{n(S)} = \frac{15}{28}$$

Contoh soal 24:

- Tentukan peluang matahari terbit dari arah timur!
- Tentukan peluang munculnya mata dadu 7 pada pelemparan sebuah dadu sisi 6 sebanyak satu kali!

Jawab:

- Misalkan A = kejadian matahari terbit dari arah timur.

Karena matahari pasti terbit dari arah timur berarti $P(A) = 1$.

- Misalkan B kejadian munculnya mata dadu 7.

Kejadian itu tidak mungkin terjadi, karena dadu bersisi hanya memiliki 6 mata dadu yang terdiri dari angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 berarti $P(B) = 0$.

1.2.3 Frekuensi harapan

Frekuensi harapan adalah peluang dari hasil percobaan dikalikan dengan banyaknya percobaan. Misalnya, suatu percobaan dilakukan sebanyak n kali dengan peluang kejadian A atau $P(A)$, maka frekuensi harapan kejadian A dirumuskan:

$$FH(A) = P(A) \times n$$

Keterangan:

n = banyaknya percobaan

$P(A)$ = peluang kejadian A

$FH(A)$ = frekuensi harapan munculnya kejadian A

Contoh soal 25:

- Sekeping mata uang logam dilambungkan sebanyak 500 kali. Berapa frekuensi harapan munculnya sisi angka?
- Dua buah dadu dilempar secara bersamaan sebanyak 360 kali. Berapa frekuensi harapan munculnya jumlah mata dadu 6?

Jawab:

- Banyaknya percobaan (n) = 500

A = kejadian munculnya sisi angka, $P(A) = \frac{1}{2}$

$$FH(A) = P(A) \times n = \frac{1}{2} \times 500 = 250 \text{ kali}$$

- Banyaknya percobaan (n) = 360

B = kejadian munculnya jumlah mata dadu = 6, yaitu $\{(6, 1), (4, 2), (3, 3), (2, 4), (1, 5)\} \Rightarrow n(B) = 5$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

$$FH(B) = P(B) \times n = \frac{5}{36} \times 360 = 50 \text{ kali}$$

Latihan 4

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

- Sebuah dadu bersisi enam dilemparkan satu kali. Tentukan peluang munculnya mata dadu:
 - bilangan ganjil;
 - bilangan lebih kecil dari 3;



- c. bilangan lebih besar dari 5;
 - d. bilangan 8;
 - e. bilangan lebih dari 3 tetapi kurang dari 6!
2. Satu set kartu *bridge* terdiri dari 13 kartu kriting berwarna hitam, 13 kartu hati berwarna merah, 13 kartu berlian berwarna merah, dan 13 kartu skop berwarna hitam. Tiap jenis kartu terdiri atas kartu As (A), King (K), Queen (Q), Jack (J), dan kartu-kartu bernomor 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2. Sebuah kartu diambil dari satu set kartu *bridge* itu. Berapa peluang yang terambil itu:
- a. kartu berwarna hitam;
 - b. kartu King;
 - c. kartu Jack;
 - d. kartu As hati;
 - e. kartu bernomor 8?
3. Dalam sebuah kotak, terdapat 5 kelereng putih, 8 kelereng merah, dan 7 kelereng kuning. Dari kotak itu, diambil 3 kelereng secara acak. Tentukan peluang yang terambil:
- a. semuanya kelereng putih;
 - b. 2 kelereng putih dan 1 kelereng merah;
 - c. 1 kelereng putih, 1 kelereng merah, dan 1 kelereng kuning;
 - d. 2 kelereng merah dan 1 kelereng kuning!
4. Tiga buah mata uang logam dilambungkan secara bersamaan sebanyak satu kali. Tentukan peluang munculnya:
- a. ketiga sisi gambar;
 - b. satu sisi gambar dan 2 sisi angka!
5. Sebuah huruf dipilih secara acak dari huruf-huruf yang membentuk kata PERKANTORAN. Berapa peluang terambilnya huruf:
- a. A; b. N; c. R?
6. Sebuah dadu dilempar 120 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya mata dadu kurang dari 4!
7. Suatu bibit padi memiliki peluang tumbuh 0,8. Sebanyak 2.000 bibit padi itu ditanam di lahan. Berapa frekuensi harapan tumbuhnya bibit padi?
8. 2 buah dadu dilempar secara bersamaan sebanyak 200 kali. Berapa frekuensi harapan munculnya jumlah mata dadu sama dengan 15?
9. Dalam pelatnas bulutangkis, terdapat 6 orang pemain putra dan 4 orang pemain putri. Berapa peluang terbentuknya pasangan ganda campuran?

1.2.4 Peluang dari beberapa kejadian

A. Peluang dua kejadian tidak saling lepas

Cara menghitung peluang ini dengan memanfaatkan teori himpunan, yaitu dengan menghitung banyaknya anggota pada $A \cup B$ adalah

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Misalkan A dan B adalah dua kejadian tidak saling lepas (sembarang) yang terdapat dalam ruang sampel (S), maka peluang gabungan dua kejadian tidak saling lepas $A \cup B$ adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh soal 26:

Dua dadu bersisi 6, yaitu dadu I dan dadu II dilempar bersamaan sebanyak satu kali. Jika A adalah kejadian munculnya jumlah mata dadu 8 dan B adalah kejadian munculnya bilangan 4 untuk dadu II. Berapa peluang munculnya jumlah mata dadu 8 atau bilangan 4 untuk dadu II?

Jawab:

A = kejadian munculnya jumlah mata dadu 8, yaitu $\{(6, 2), (5, 3), (4, 4), (3, 5), (2, 6)\} \Rightarrow n(A) = 5$, maka

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

B = kejadian munculnya bilangan 4 untuk dadu II, yaitu $\{(1, 4), (2, 4), (3, 4), (4, 4), (5, 4), (6, 4)\} \Rightarrow n(B) = 6$, maka

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$A \cap B = \{(4, 4)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$, maka

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

Karena $A \cap B \neq \emptyset$, maka A dan B adalah dua kejadian tidak saling lepas, sehingga kejadian munculnya jumlah mata dadu 8 atau bilangan 4 untuk mata dadu II adalah:



$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\
 &= \frac{5}{36} + \frac{6}{36} - \frac{1}{36} \\
 &= \frac{10}{36} = \frac{5}{18}
 \end{aligned}$$

Contoh soal 27:

Dari hasil penelitian di suatu sekolah, diperoleh data sebagai berikut.

20% siswa senang pelajaran Bahasa Inggris

40% siswa senang pelajaran Komputer

10% siswa senang pelajaran Bahasa Inggris dan Komputer

Jika dari sekolah tersebut diambil satu siswa secara acak, berapa peluang ia senang Bahasa Inggris atau Komputer?

Jawab:

Misalkan:

A adalah himpunan siswa yang senang pelajaran Bahasa Inggris.

B adalah himpunan siswa yang senang pelajaran Komputer.

$A \cap B$ adalah himpunan siswa yang senang pelajaran Bahasa Inggris dan Komputer.

Jadi, peluang siswa yang senang pelajaran Bahasa Inggris atau Komputer adalah:

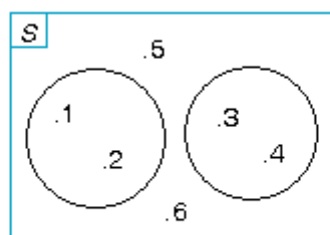
$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\
 &= \frac{20}{100} + \frac{40}{100} - \frac{10}{100} \\
 &= \frac{50}{100} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

B. Peluang dua kejadian saling lepas

Misalkan, dilakukan percobaan pelemparan sebuah dadu bersisi 6 sebanyak satu kali. A adalah kejadian munculnya bilangan 1 atau 2, ditulis $A = \{1, 2\}$, dan B adalah kejadian munculnya bilangan 3 atau 4, ditulis $B = \{3, 4\}$.

Untuk lebih jelasnya, perhatikan diagram Venn di samping!

Tampak A dan B adalah kejadian saling lepas/asing/*mutually exclusive*. Dengan kata lain, kejadian A dan B



Gambar 1.1

tidak dapat berlangsung bersamaan. Oleh karena A dan B dua kejadian saling lepas, maka $A \cap B = \emptyset \rightarrow n(A \cap B) = 0$, sehingga $P(A \cap B) = 0$. Dengan demikian, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Jika A dan B merupakan dua kejadian saling lepas maka peluang kejadian itu adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Jika tidak demikian, disebut kejadian tidak saling lepas.

Contoh soal 28:

Sebuah kartu diambil secara acak dari satu set kartu *bridge*. Berapa peluang yang terambil itu kartu hati atau kartu berwarna hitam?

Jawab:

Jumlah kartu *bridge* = 52 $\Rightarrow n(S) = 52$

A = kejadian yang terambil kartu hati $\Rightarrow n(A) = 13$

B = kejadian yang terambil kartu berwarna hitam $\Rightarrow n(B) = 26$

$A \cap B = \emptyset$. Jadi, A dan B adalah dua kejadian saling lepas. Maka:

$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\
 &= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} \\
 &= \frac{13}{52} + \frac{26}{52} \\
 &= \frac{39}{52} = \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

Contoh soal 29:

Sebuah dadu bersisi 6 dilempar satu kali. Berapa peluang munculnya bilangan ≤ 3 atau bilangan ≥ 5 ?

Jawab:

Banyak mata dadu = 6 $\Rightarrow n(S) = 6$

A = kejadian munculnya bilangan ≤ 3 , yaitu $\{1, 2, 3\}$ $\Rightarrow n(A) = 3$

B = kejadian munculnya bilangan ≥ 5 , yaitu $\{5, 6\}$ $\Rightarrow n(B) = 2$

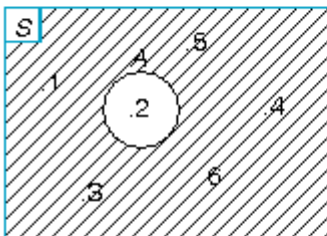
$A \cap B = \emptyset$. Jadi, A dan B adalah dua kejadian saling lepas. Maka:



$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\
 &= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} \\
 &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \\
 &= \frac{5}{6}
 \end{aligned}$$

C. Peluang komplemen suatu kejadian

Misalkan, sebuah dadu bersisi 6 dilempar satu kali. A adalah kejadian munculnya bilangan 2, ditulis $A = \{2\}$, dan A' adalah kejadian munculnya bukan bilangan 2, ditulis $A' = \{1, 3, 4, 5, 6\}$. A' adalah komplemen kejadian A . Untuk lebih jelasnya, perhatikan diagram Venn berikut ini!



Gambar 1.2

Tampak bahwa $A \cap A' = \emptyset$. Oleh karena A dan A' kejadian saling lepas, sehingga berlaku:

$$P(A \cup A') = P(A) + P(A') \dots\dots\dots (1)$$

Karena A' komplemen A , maka $A \cup A' = S$ atau $n(A \cup A') = n(S)$.

$$\text{Jadi, } P(A \cup A') = \frac{n(A \cup A')}{n(S)} = \frac{n(S)}{n(S)} = 1 \dots\dots\dots (2)$$

Substitusikan persamaan 2 ke persamaan 1, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 P(A \cup A') &= P(A) + P(A') \\
 \Leftrightarrow 1 &= P(A) + P(A') \\
 \Leftrightarrow P(A') &= 1 - P(A)
 \end{aligned}$$

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa jika A dan A' adalah dua kejadian saling komplemen maka peluang kejadian A' adalah:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

Contoh soal 30:

Sebuah dadu dilempar satu kali. Berapa peluang munculnya bukan bilangan prima?

Jawab:

Banyak mata dadu = 6 $\Rightarrow n(S) = 6$

A = kejadian munculnya bilangan prima, yaitu $\{2, 3, 5\}$
 $\Rightarrow n(A) = 3$

$$\begin{aligned}
 P(A') &= 1 - P(A) \\
 &= 1 - \frac{n(A)}{n(S)} \\
 &= 1 - \frac{3}{6} = \frac{6}{6} - \frac{3}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Jadi, peluang munculnya bukan bilangan prima = $\frac{1}{2}$.

Contoh soal 31:

Pengamatan yang dilakukan di suatu wilayah menduga 15 dari 50 anak terjangkit demam berdarah. Berapa peluang anak yang tidak terjangkit demam berdarah?

Jawab:

Banyak anak balita = 50 $\Rightarrow n(S) = 50$

A = kejadian anak terjangkit demam berdarah, yaitu $\Rightarrow n(A) = 15$

A' = kejadian anak tidak terjangkit demam berdarah, maka:

$$\begin{aligned}
 P(A') &= 1 - P(A) \\
 &= 1 - \frac{n(A)}{n(S)} \\
 &= 1 - \frac{15}{50} = \frac{50}{50} - \frac{15}{50} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}
 \end{aligned}$$

D. Peluang dua kejadian saling bebas

Misalkan dua dadu merah dan biru dilempar bersama-sama satu kali. Hasil yang mungkin ialah seperti tampak pada tabel berikut.

Tabel 1.2

biru Merah	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Dari tabel di atas:

A = kejadian munculnya bilangan 4 pada dadu merah, yaitu $\{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)\} \Rightarrow n(A) =$



6 (Perhatikan baris 4!)

B = kejadian munculnya bilangan 5 pada dadu biru, yaitu $\{(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5), (6, 5)\} \Rightarrow n(B) = 6$ (Perhatikan kolom 5!)

$A \cap B = \{(4, 5)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$ (Perhatikan baris 4 kolom 5!)

Dari hubungan di atas, tampak bahwa:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} \times \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{36} = \frac{6}{36} \times \frac{6}{36}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$$

Jadi, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Pada umumnya, hasil perhitungan di atas benar, jika kedua kegiatan tersebut saling bebas. Artinya, kejadian yang satu tidak mempengaruhi kejadian yang lain. Jadi, dapat disimpulkan bahwa:

Kejadian A dan B disebut saling bebas (*independent*) jika dan hanya jika $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Jika $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ maka kejadian A dan B tidak saling bebas (*dependent*).

Contoh soal 32:

Dua buah dadu, yaitu dadu merah dan dadu biru, dilempar sekali secara bersamaan. A adalah kejadian munculnya bilangan 4 pada dadu merah dan B adalah kejadian munculnya jumlah bilangan dua dadu = 9. Apakah kejadian A dan B dua kejadian saling bebas?

Jawab:

$$S = 6^2 = 36 \Rightarrow n(S) = 36$$

Perhatikan tabel 1.2!

$$A = \{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$B = \{(6, 3), (5, 4), (4, 5), (3, 6)\} \Rightarrow n(B) = 4$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$A \cap B = \{(4, 5)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1, \text{ maka}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{36} \neq \frac{1}{54}$$

Ternyata, $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

Jadi, kejadian A dan B tidak saling bebas.

Contoh soal 33:

Kejadian A dan B adalah kejadian saling bebas, tetapi

tidak lepas. Jika $P(A) = \frac{2}{3}$ dan $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$.

Carilah $P(B)$!

Jawab:

Karena A dan B dua kejadian saling bebas, maka berlaku $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$$= \frac{2}{3} P(B) \quad \dots\dots\dots (*)$$

Karena A dan B dua kejadian tidak saling lepas, maka berlaku hubungan:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Substitusikan (*) ke persamaan di atas, sehingga diperoleh:

$$\Leftrightarrow \frac{4}{5} = \frac{2}{3} + P(B) - \frac{2}{3} P(B)$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} P(B)$$

$$\Leftrightarrow \frac{12 - 10}{15} = \frac{1}{3} P(B)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{15} = \frac{1}{3} P(B)$$

$$\Leftrightarrow P(B) = \frac{2}{15} \times \frac{3}{1} = \frac{2}{5}$$

E. Peluang kejadian bersyarat (Pengayaan)

Peluang kejadian bersyarat A dan B adalah peluang kejadian, di mana kejadian B muncul setelah kejadian A dan dinotasikan dengan $P(B/A)$. Dengan prinsip dasar membilang, diperoleh:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

$$\Leftrightarrow P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, P(A) \neq 0$$



Sedangkan peluang munculnya kejadian A dengan syarat kejadian B telah muncul, notasinya adalah $P(A/B)$.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) \neq 0$$

Contoh soal 34:

Sebuah dadu bersisi 6 dilempar sekali. Berapa peluang munculnya bilangan genap, jika diketahui telah muncul bilangan prima?

Jawab:

$$n(S) = 6$$

A = kejadian muncul bilangan genap = {2, 4, 6}.

Maka $n(A) = 3$, sehingga:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6}$$

B = kejadian muncul bilangan prima = {2, 3, 5}.

Maka $n(B) = 3$, sehingga:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6}$$

$A \cap B = \{2\}$ maka $n(A \cap B) = 1$, sehingga:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

Kejadian munculnya bilangan genap, jika diketahui telah muncul bilangan prima adalah A/B , diperoleh

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{3} = \frac{1}{3}$$

5. Pada pelemparan dua dadu sisi 6 sebanyak satu kali, berapa peluang tidak muncul mata dadu berjumlah 10?
6. Dari hasil survei yang dilakukan di sekolah terhadap siswa, diperoleh data sebagai berikut: 10% siswa tidak suka pelajaran Bahasa Indonesia, 40% siswa suka pelajaran Bahasa Inggris, 5% siswa tidak suka pelajaran Bahasa Indonesia, tetapi suka pelajaran Bahasa Inggris. Jika di sekolah tersebut diambil satu siswa secara acak, berapa peluang siswa tidak suka pelajaran Bahasa Indonesia, tetapi suka pelajaran Bahasa Inggris?
7. Dua keping uang logam dilambungkan sekali. A adalah kejadian munculnya angka pada uang pertama dan B adalah kejadian munculnya sisi yang sama. Apakah kejadian A dan B dua kejadian yang saling lepas?
8. Tiga keping mata uang logam dilambungkan satu kali. Jika A adalah kejadian munculnya mata uang pertama sisi gambar dan B adalah kejadian munculnya sisi yang sama untuk ketiga mata uang logam itu, carilah:
 - a. $P(A/B)$;
 - b. $P(B/A)$!
9. Dadu putih dan merah dilempar sekali secara bersamaan. Jika A adalah kejadian munculnya bilangan 3 pada dadu putih dan B adalah kejadian munculnya bilangan 5 pada dadu merah. Apakah kejadian A dan B dua kejadian yang saling bebas?
10. Dua puluh kartu ditandai dengan nomor 1 sampai dengan 20. Diambil sebuah kartu secara acak. Berapa peluang yang terambil itu kartu bernomor ganjil atau kartu bernomor bilangan prima?

Latihan 5

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

1. Sebuah dadu bersisi 6 dilempar satu kali. Berapa peluang munculnya bilangan ≤ 2 atau bilangan ≥ 4 ?
2. Sebuah dadu bersisi 6 dilempar sekali. Berapa peluang munculnya bilangan ganjil, jika diketahui telah muncul bilangan prima?
3. Sebuah dadu sisi 6 dilempar satu kali. Berapa peluang munculnya bilangan genap atau bilangan prima?
4. Tiga mata uang logam dilambungkan bersamaan satu kali. Berapa peluang munculnya dua angka atau satu gambar?



Lembar Tugas 2

1. Bila A dan B dua kejadian yang saling lepas dan $P(A) = 0,3$ dan $P(B) = 0,5$, hitunglah:
 - a. $P(A \cup B)$;
 - b. $P(A')$;
 - c. $P(A' \cap B)$!

Petunjuk: Buat diagram Venn dan tuliskan peluang masing-masing daerah yang ada!
2. Suatu contoh acak 200 orang dewasa diklasifikasikan pada tabel di bawah ini menurut jenis kelamin dan tingkat pendidikannya. Bila seorang diambil secara



1.2 Menghitung Peluang Suatu Kejadian

Teori peluang berawal dari permainan judi. Oleh karena itu, dalam pembahasannya akan menggunakan mata uang logam, dadu, atau kartu yang banyak digunakan dalam permainan judi. Hal ini bukan bertujuan agar siswa pandai bermain judi, tetapi semata-mata untuk memperjelas konsep-konsep dasar teori peluang agar lebih mudah dipahami serta melatih kemampuan siswa dalam berpikir.

1.2.1 Kejadian/peristiwa/event

Semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan disebut *ruang sampel* dan dinyatakan dengan notasi "S". Dalam teori himpunan, ruang sampel disebut sebagai *himpunan semesta*. Anggota-anggota dari ruang sampel disebut *titik sampel*. Dalam teori himpunan, *titik sampel* adalah anggota-anggota dari himpunan semesta. Sedangkan *Kejadian* adalah himpunan bagian dari ruang sampel.

Contoh soal 20:

Dalam percobaan melempar dua mata uang logam, yaitu G untuk sisi gambar dan A untuk sisi angka, $S = \{(G, G), (G, A), (A, G), (A, A)\}$, sehingga $n(S) = 4$. Muncul keduanya gambar merupakan salah satu kejadian, yaitu $k = \{(G, G)\}$. Jadi, $n(k) = 1$.

1.2.2 Peluang suatu kejadian

Peluang suatu kejadian A atau $P(A)$ adalah banyaknya kejadian yang diharapkan dibagi dengan banyaknya semua kejadian yang mungkin terjadi.

Dirumuskan:
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Keterangan:

$P(A)$ = nilai kemungkinan/peluang/probabilitas kejadian A

$n(A)$ = banyaknya kejadian A

$n(S)$ = banyaknya kemungkinan kejadian S

Perhatikan nilai peluang berikut ini!

Dengan mengingat suatu kejadian A dalam ruang sampel S , berlaku $\emptyset \subset A \subset S$. Maka:

$$n(\emptyset) \leq n(A) \leq n(S)$$

$$\frac{n(\emptyset)}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)}$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Jadi, nilai peluang kejadian adalah di antara 0 dan 1.

Jika $P(A) = 0$ disebut kejadian yang mustahil terjadi,

$P(A) = 1$ disebut kejadian yang pasti terjadi.

Contoh soal 21:

Berapa peluang munculnya mata dadu ganjil pada satu kali pelemparan sebuah dadu?

Jawab:

Ruang sampel (S) = {1, 2, 3, 4, 5, 6} $\Rightarrow n(S) = 6$

A = kejadian munculnya mata dadu ganjil

$$= \{1, 3, 5\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$\text{Jadi, } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Contoh soal 22:

Dua buah dadu dilempar ke atas bersamaan. Tentukan peluang A , jika A suatu kejadian jumlah kedua mata dadu adalah 7!

Jawab:

Semua kemungkinan kejadian S dapat dilihat pada tabel 1.1.

Tabel 1.1

Dadu II Dadu I	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

$$n(S) = 6^2 = 36$$

Kejadian $A = \{(6, 1), (5, 2), (4, 3), (3, 4), (2, 5), (1, 6)\}$
 $\Rightarrow n(A) = 6$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Contoh soal 23:

Satu kotak berisi 3 bola biru dan 5 bola merah, dari kotak itu diambil 2 bola sekaligus secara acak.



acak dari kelompok ini, hitunglah peluang bahwa:

- yang terpilih tersebut laki-laki, bila diketahui ia berpendidikan sekolah menengah;
- yang terpilih tersebut tingkat pendidikannya bukan dari perguruan tinggi bila diketahui bahwa ia perempuan?

Pendidikan	Laki-laki	Perempuan
Sekolah dasar	38	45
Sekolah menengah	28	50
Perguruan tinggi	22	17

RANGKUMAN BAB 1

1. *Permutasi* adalah susunan unsur-unsur atau elemen dengan memperhatikan urutan dan pengulangan tidak dimungkinkan (tidak ada unsur yang sama atau kembar).

- a. Permutasi dari unsur yang berbeda

$$P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ dengan } k \leq n$$

- b. Permutasi n unsur diambil dari n unsur ($k = n$)

$$P_n^n = n!$$

- c. Permutasi dari beberapa unsur yang sama

$$P = \frac{n!}{k!l!m!}$$

- d. Permutasi siklis atau melingkar

Jika susunan unsur berbentuk melingkar maka dapat diselesaikan dengan permutasi siklis atau melingkar.

$$P(\text{siklis}) = \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

- e. Permutasi berulang

ditentukan dengan rumus $P(\text{berulang}) = n^k$

2. *Kombinasi* adalah susunan unsur atau elemen dengan tidak memperhatikan urutannya.

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \text{ untuk } k \leq n$$

3. Peluang suatu kejadian A atau $P(A)$ adalah peluang munculnya kejadian yang diharapkan dari semua kejadian yang mungkin terjadi.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

4. Frekuensi harapan dari sejumlah percobaan adalah peluang dari hasil tersebut dikalikan dengan banyaknya percobaan.

$$FH(A) = P(A) \times n$$

5. peluang gabungan dua kejadian tidak saling lepas $A \cup B$ adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

6. Peluang gabungan dua kejadian saling lepas/ saling asing

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

7. Kejadian A dan B disebut saling bebas (*independent*) jika dan hanya jika :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B).$$

Jika $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ maka kejadian A dan B tidak saling bebas (*dependent*).

8. Peluang kejadian bersyarat

Peluang kejadian B yang dapat bebas dari kejadian A disebut dengan peluang kejadian B dengan syarat kejadian A , notasinya $P(B/A)$, maka:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, P(A) \neq 0$$

Sedangkan peluang munculnya kejadian A dengan syarat kejadian B telah muncul, dinotasikan

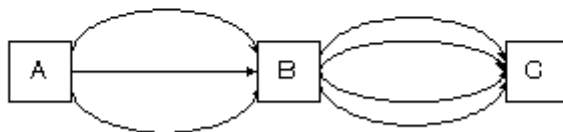
$$P(A/B), \text{ maka : } P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) \neq 0$$



Evaluasi

A. Berilah tanda silang (X) pada a, b, c, d, atau e pada jawaban yang paling tepat!

1. Apabila sebuah uang logam dan sebuah dadu dilambungkan bersama-sama satu kali maka banyaknya titik sampel adalah
 - a. 8
 - b. 10
 - c. 12
 - d. 32
 - e. 36
2. Dari 5 buah angka 0, 1, 2, 3, dan 4, akan disusun suatu bilangan yang terdiri atas 4 angka. Banyaknya bilangan yang dapat disusun jika angka-angka itu tidak boleh berulang adalah
 - a. 72
 - b. 96
 - c. 120
 - d. 256
 - e. 500
3. Banyak cara bepergian dari kota A ke kota C untuk setiap jaringan jalan pada gambar di bawah ini adalah



- a. 7
 - b. 9
 - c. 12
 - d. 15
 - e. 24
4. Banyak susunan yang dapat dibentuk dari huruf M, A, N, I, dan S, jika huruf pertamanya adalah huruf hidup adalah
 - a. 36
 - b. 48
 - c. 72
 - d. 120
 - e. 150
 5. Dua buah dadu dilempar bersama-sama sebanyak 180 kali. Frekuensi harapan munculnya jumlah mata dadu sama dengan 6 adalah
 - a. 10
 - b. 15
 - c. 25
 - d. 125
 - e. 200
 6. Suatu kotak berisi 10 buah bola, 6 bola warna putih, 4 bola warna merah. Dari kotak itu diambil 4 buah bola. Peluang yang terambil itu semuanya putih adalah
 - a. $\frac{15}{210}$
 - b. $\frac{30}{210}$
 - c. $\frac{60}{210}$
 - d. $\frac{90}{210}$
 - e. $\frac{120}{210}$
 7. Kombinasi mempunyai ciri
 - a. urutan diperhatikan
 - b. banyaknya anggota harus genap
 - c. tidak ada pengembalian
 - d. banyaknya anggota dalam susunan harus lebih kecil
 - e. urutan tidak diperhatikan

8. Banyaknya permutasi dari kata MAGELANG adalah
 - a. 10.080
 - b. 10.088
 - c. 110.880
 - d. 110.888
 - e. 120.060
9. Di sebuah sekolah, 25% siswa gagal ujian matematika, 15% gagal dalam ujian bahasa inggris dan 10% gagal dalam keduanya. Seorang siswa dipanggil secara random. Peluang siswa itu gagal ujian matematika atau bahasa inggris adalah
 - a. 0,35
 - b. 0,30
 - c. 0,25
 - d. 0,078
 - e. 0,025
10. Dalam rapat yang diikuti 5 orang, peserta duduk mengelilingi suatu meja bundar. Banyaknya susunan yang dapat terjadi adalah
 - a. 6
 - b. 24
 - c. 120
 - d. 150
 - e. 160
11. Dalam sebuah kotak, terdapat 5 kelereng hitam dan 3 kelereng putih. Dari kotak itu, diambil sebuah kelereng secara berurutan sebanyak dua kali. Setelah bola pertama diambil, bola itu tidak dikembalikan ke dalam kotak melainkan langsung mengambil bola kedua. Peluang yang terambil itu bola hitam pada pengambilan pertama dan kedua adalah
 - a. $\frac{5}{8}$
 - b. $\frac{4}{7}$
 - c. $\frac{5}{14}$
 - d. $\frac{7}{14}$
 - e. $\frac{8}{14}$
12. Nilai k dari $C_{k+1}^4 = C_k^3$ adalah
 - a. 1
 - b. 2
 - c. 3
 - d. 4
 - e. 5
13. Banyak bilangan yang terdiri atas 4 angka yang disusun dari angka-angka 2, 3, 4, 5, 7, 9 dengan tiap bilangan tidak memuat angka yang sama adalah
 - a. 6!
 - b. 3!
 - c. $\frac{6!}{3!}$
 - d. $\frac{6!}{5!}$
 - e. 5!



b. $\frac{6!}{2!}$ d. $\frac{6!}{4!}$

14. Dalam suatu kelas, terdapat 5 orang yang belum saling kenal. Jika mereka ingin berkenalan dengan berjabat tangan sekali dengan tiap orang yang ada di kelas itu, maka jabatan tangan yang terjadi sebanyak ... kali.

a. 5 c. 15 e. 24
b. 10 d. 20

15. Dari suatu kelompok kecil, terdiri atas 9 orang, akan dibentuk panitia yang terdiri atas 4 orang. Susunan panitia yang dapat terjadi ada ... cara.

a. 36 c. 126 e. 175
b. 72 d. 150

16. Dalam pemilihan siswa berprestasi tersedia calon yang terdiri atas 5 orang putra dan 4 orang putri. Jika akan dipilih pasangan siswa berprestasi yang terdiri atas seorang putra dan seorang putri, maka banyak pasangan yang dapat terpilih ada ... cara.

a. 9 c. 18 e. 36
b. 16 d. 20

17. Bentuk perkalian $4 \times 5 \times 6 \times 7$ dapat disederhanakan menjadi ...

a. $\frac{8!}{4!}$ c. $\frac{7!}{4!}$ e. $\frac{8!}{3!}$
b. $\frac{7!}{5!}$ d. $\frac{7!}{3!}$

18. Lima buah huruf diambil dari huruf-huruf A, B, C, D, E, F, G, H, dan I. Peluang yang terambil terdiri atas 2 huruf hidup dan 3 huruf mati adalah ...

a. $\frac{8}{21}$ c. $\frac{10}{21}$ e. $\frac{12}{21}$
b. $\frac{9}{21}$ d. $\frac{11}{21}$

19. Sebuah kartu diambil secara acak dari 1 set kartu *bridge*. Peluang yang terambil itu kartu wama hitam atau kartu king adalah ...

a. $\frac{2}{52}$ c. $\frac{28}{52}$ e. $\frac{32}{52}$
b. $\frac{26}{52}$ d. $\frac{30}{52}$

20. Dalam suatu ulangan, siswa diharuskan menjawab 6 dari 10 pertanyaan yang ada, banyaknya alternatif pengerjaan ulangan yang dimiliki siswa adalah ...

a. 210 c. 240 e. 2550
b. 225 d. 250

B. Kerjakanlah soal-soal berikut ini pada tempat yang sudah disediakan!

1. Seorang bapak hendak bepergian dari kota A ke kota C. Ia dapat melalui kota P atau kota Q. Rute perjalanan dari kota A ke kota C sebagai berikut.

- Dari kota A ke kota P ada 3 jalan
- Dari kota A ke kota Q ada 2 jalan
- Dari kota P ke kota C ada 4 jalan
- Dari kota Q ke kota C ada 5 jalan

kota P ke kota Q, atau sebaliknya, tidak ada jalan.

- a. Buatlah jalur jalan yang menunjukkan hubungan antara kota A, kota P, kota Q, dan kota C!
- b. Berapa banyak jalur jalan yang dapat ditempuh oleh bapak itu untuk bepergian dari kota A ke kota C melalui kota P atau kota Q?

2. Berapa banyak permutasi yang bertalian dalam kata "SUMATERA"?

3. Hitunglah k dari $C_3^{k+1} = 4C_2^k$!

4. Dari suatu kelas terdiri atas 35 orang. Peluang seorang siswa menyukai matematika 0,5; peluang siswa menyukai bahasa inggris 0,2; dan peluang siswa menyukai matematika dan bahasa inggris 0,1. Berapa banyak siswa yang menyukai matematika atau bahasa inggris?

5. Dari angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, 6, dan 7 hendak disusun suatu bilangan ganjil yang terdiri atas 3 angka. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun, jika:

- a. angka-angka itu berulang;
- b. angka-angka itu tidak boleh berulang?

6. Dari 25 siswa terdiri dari 10 wanita dan 15 pria dipilih 3 siswa untuk mewakili sekolah dalam lomba PKS tingkat wilayah. Ada berapa kejadian yang mungkin, jika dari 3 siswa yang terpilih itu 2 wanita dan 1 pria.

7. Ada 12 orang, 8 orang di antaranya adalah wanita dan 4 orang lainnya adalah pria. Dari 12 orang itu akan dibentuk suatu delegasi yang terdiri atas 3 orang. Berapa cara untuk memilih delegasi yang terdiri atas 3 orang itu, jika:

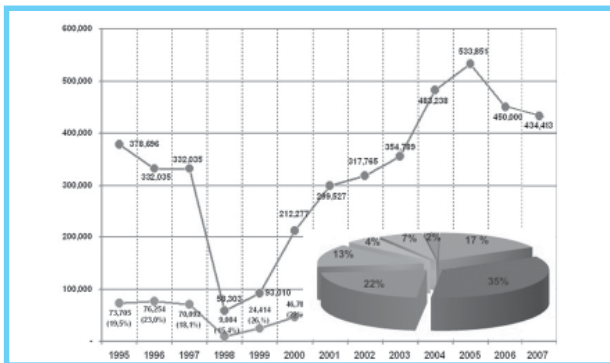
- a. semua orang mempunyai kesempatan yang sama untuk dipilih;
- b. delegasi itu harus terdiri atas 2 orang pria dan 1 orang wanita?

8. Tim sepak bola dipilih dari 14 orang. Ada berapa kemungkinan tim dapat dibentuk, jika 2 orang tertentu pasti ikut?

Bab 2

Statistika

Kelas XII



Sumber: www.bms.ltuploadsimagesstatistika.jpg dan www.ktb.co.idimagestotalsales_id.gif

Di media cetak maupun elektronik, kita sering melihat tampilan informasi mengenai pasar bursa, pengumpulan pendapat umum, transaksi perdagangan, data sensus, dan berbagai macam jenis data informasi lainnya. Data informasi tersebut biasanya disajikan dalam bentuk tabel dan diagram. Dengan demikian, kita juga harus mempunyai kemampuan untuk membaca data. Bagaimana kita membaca data dan menyajikan data akan kita pelajari pada bab ini. Selain itu, masih banyak lagi kegunaan ilmu statistik yang akan diperoleh setelah mempelajari bab ini.

Peta Konsep

Menerapkan aturan konsep statistik dalam pemecahan masalah

- ◆ Pengertian dan kegunaan statistika
- ◆ Pengertian populasi dan sampel
- ◆ Macam-macam data
- ◆ Jenis-jenis tabel
- ◆ Macam-macam diagram (batang, lingkaran, garis, gambar)
- ◆ Histogram, poligon frekuensi, kurva ogive
- ◆ Mean data tunggal dan data kelompok
- ◆ Median data tunggal dan data kelompok
- ◆ Modus data tunggal dan data kelompok
- ◆ Jangkauan
- ◆ Simpangan rata-rata, simpangan baku kuartil, desil, dan persentil
- ◆ Jangkauan semi interkuartil
- ◆ Jangkauan persentil
- ◆ Nilai standar (Z-score)
- ◆ Koefisien variasi

Menyelesaikan masalah statistik



2.1 Mengidentifikasi Pengertian Statistik, Statistika, Populasi, dan Sampel

Penelitian adalah suatu kegiatan ilmiah yang bertujuan untuk mencari kebenaran dari suatu permasalahan yang timbul karena adanya perbedaan penafsiran dan pendapat orang mengenai sesuatu hal. Penelitian ilmiah menggunakan metode ilmiah dalam membuat suatu kesimpulan yang nantinya akan digunakan dalam menjawab permasalahan tersebut. Meskipun, sifat dari jawaban penelitian tidak mutlak benar karena sifat dari ilmu adalah bebas nilai. Penggunaan metode perlu dilakukan untuk mendekati kebenaran akan jawaban dari permasalahan tertentu.

Pada penelitian ilmiah, kita mengenal dua jenis penelitian, yaitu penelitian kuantitatif dan penelitian kualitatif. Penelitian yang bersifat kuantitatif adalah penelitian yang menggunakan analisis secara kuantitatif (angka-angka) guna menyimpulkan hasil penelitian. Sedangkan penelitian yang bersifat kualitatif adalah penelitian yang menggunakan analisis secara kualitatif (kata-kata) guna menyimpulkan hasil penelitian. Kesimpulan penelitian dari hasil analisis tersebut digunakan untuk menguji hipotesis (asumsi atau anggapan sementara) yang sebelumnya dibuat oleh peneliti berdasarkan teori-teori yang melandasinya.

Dalam penelitian kuantitatif, analisis data merupakan kegiatan mengelompokkan data berdasarkan variabel dan jenis responden, memanipulasi data, melakukan perhitungan untuk menjawab rumusan masalah, dan melakukan perhitungan untuk menguji hipotesis yang diajukan. Teknik analisis data dalam penelitian kuantitatif menggunakan statistik. Dengan demikian, statistik digunakan sebagai alat untuk melakukan kegiatan analisis di dalam penelitian yang bersifat kuantitatif. Penelitian di bidang ilmu pengetahuan terapan seperti ilmu ekonomi, umumnya merupakan penelitian kuantitatif dan teknik analisis yang digunakan adalah statistik.

2.1.1 Pengertian statistik dan statistika

Pada mulanya, kata *statistik* diartikan sebagai keterangan-keterangan yang dibutuhkan oleh negara dan digunakan oleh negara. Pada masa pemerintahan Caesar Agustus (Yunani), ia memerintahkan semua orang untuk kembali ke kota masing-masing usai berperang

untuk melakukan registrasi. Hal-hal yang dicatat pada kegiatan registrasi, di antaranya adalah nama, jenis kelamin, jumlah keluarga, pekerjaan, dan sebagainya. Kemudian, setelah dikumpulkan, lalu dihitung serta disajikan dalam bentuk angka-angka. Setelah itu, banyak orang mengaitkan istilah statistik sebagai kumpulan data berupa angka-angka.

Perkembangan selanjutnya, statistik tidak lagi dianggap hanya sebagai bentuk pekerjaan mengumpulkan, menghitung, dan menyajikan data. Para pakar matematika menjadikan statistik sebagai cabang ilmu matematika yang dikenal dengan *statistika* yang diartikan sebagai cabang ilmu matematika yang mempelajari tentang pengumpulan, pengolahan, penyajian, dan penelaahan (analisis) data untuk membuat kesimpulan dan keputusan suatu permasalahan di berbagai bidang.

Oleh karena itu, kita harus dapat membedakan antara kata statistik dan statistika.

A. Pengertian statistik

Statistik adalah kumpulan keterangan berbentuk angka-angka yang disusun, diatur, dan disajikan dalam bentuk daftar, tabel, atau disertai dengan gambar-gambar yang disebut diagram atau grafik untuk memperjelas persoalan yang sedang dipelajari.

Contoh:

Statistik penduduk, statistik pertanian, statistik pendidikan, dan statistik kelahiran.

B. Pengertian statistika

Statistika adalah suatu ilmu yang mempelajari bagaimana cara mengumpulkan data, menyajikan data, mengolah data, menganalisis data, menarik kesimpulan, dan mengambil keputusan berdasarkan data dan fakta yang sudah dianalisis.

Statistika modern mempunyai dua aspek utama, yaitu sebagai berikut.

1. Metode statistika, yaitu cara mengumpulkan, mengolah, menyajikan, menganalisis, dan menafsirkan data yang berbentuk angka.
2. Teori statistika, yaitu cabang ilmu matematika yang diterapkan (*Applied Mathematic*) dengan menggunakan aksioma-aksioma untuk menyelidiki persoalan-persoalan penting, mengenai perencanaan eksperimen. Teori statistika berakar pada teori probabilitas yang sudah ratusan tahun usianya.

Menurut penggunaannya, statistika dibagi dalam dua bagian, yaitu sebagai berikut.



1. *Statistika deskriptif* adalah statistika yang melakukan kegiatan dari mengumpulkan, menyusun, menganalisa, mengolah, serta menyajikan data dalam bentuk diagram atau kurva. Dalam statistika deskriptif, tidak sampai pada pengambilan kesimpulan.

Contoh:

Berdasarkan hasil penelitian, diketahui 20% dari siswa SMK NonTeknik di Jakarta adalah laki-laki. Maka penyebutan angka 20% digunakan untuk menggambarkan keadaan siswa laki-laki yang jumlahnya 1.000 orang dari 5.000 siswa SMK NonTeknik di Jakarta. Statistika deskriptif ini hanya bertujuan untuk menggambarkan keadaan untuk satu sampel (siswa SMK NonTeknik di Jakarta), oleh karena itu, statistika deskriptif sering dinamakan statistik sampel (*sampling statistic*).

Data yang dianalisis dengan menggunakan statistika deskriptif umumnya disajikan dalam bentuk tabel atau grafik.

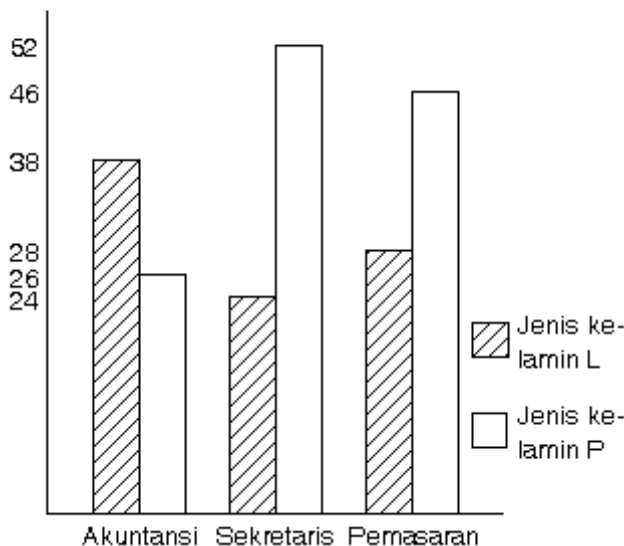
Contoh:

Keadaan Siswa SMK "X" Tahun Pelajaran 2004/2005. Menyajikan data dalam bentuk tabel.

Keadaan Siswa SMK "X"
Tahun Ajaran 2004 - 2005

Program Studi	Jenis Kelamin		Jumlah
	L	P	
Akuntansi	38	26	64
Sekretaris	24	52	76
Pemasaran	28	46	74
Jumlah	90	124	214

Menyajikan data dalam bentuk diagram.



2. *Statistika inferensi* adalah statistika yang melakukan kegiatan dari mengumpulkan, menyusun, menganalisis, mengolah, serta menyajikan data dalam bentuk diagram atau kurva sekaligus dapat menarik kesimpulan dari hasil pengolahan data tersebut. Hasil dari data yang sudah diolah dan dianalisis itulah yang disebut statistik. Statistika inferensi dapat digunakan untuk menarik kesimpulan data karena statistika jenis ini menggambarkan karakteristik suatu data.

2.1.2 Kegunaan statistika

Sebagaimana telah diuraikan di atas, pada mulanya statistika hanyalah merupakan himpunan keterangan yang dapat dinyatakan dalam angka atau bilangan (kuantitatif), yang hanya berguna untuk keperluan negara, terutama mempermudah penarikan pajak dan pengerahan penduduk untuk keperluan militer. Namun, sekarang ini statistika sangat luas penggunaannya, bahkan boleh dikatakan sudah dipakai di segala bidang kegiatan, terutama keterangan-keterangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk angka (kuantitatif).

Karena begitu pesatnya penggunaan statistika, maka pelajaran statistika sudah mulai diajarkan di sekolah, mulai dari SMA hingga perguruan tinggi.

Contoh kegunaan statistika ialah sebagai berikut.

A. Bidang pendidikan

Statistika berguna untuk mengukur kemampuan dan daya serap siswa terhadap mata pelajaran yang diberikan.

B. Bidang perhubungan

Statistika berguna untuk mengukur kepadatan lalu lintas jalan raya, kunjungan wisatawan baik asing maupun domestik, arus penumpang, dan lain-lain

C. Bidang marketing

Statistika berguna untuk mengetahui sirkulasi barang di pasar dan jumlah persediaan yang ada.

Masih banyak lagi contoh lain yang berhubungan dengan pengolahan data yang berbentuk angka dan sekaligus dapat diramalkan untuk perkembangan di masa yang akan datang.

2.1.3 Populasi dan sampel

Dalam suatu penelitian, terkadang tidak mungkin mengumpulkan data dari seluruh objek. Penyebabnya antara lain terlalu banyak objek yang harus diteliti, terbatasnya dana, tenaga, dan waktu.



Untuk dapat membedakan pengertian populasi dan sampel, perhatikan contoh berikut ini.

1. Seorang ibu akan membeli mangga. Untuk mengetahui manis atau tidaknya mangga itu, ibu mengambil satu dari sejumlah mangga yang ada di keranjang untuk dicicipi.
2. Untuk mengetahui apakah semua siswa kelas XII sudah melunasi SPP, kepala sekolah meminta bagian administrasi untuk mengecek data semua siswa kelas XII.

Pada contoh nomor 1, sekeranjang mangga disebut *populasi*, sedangkan sebuah mangga disebut *sampel*. Pada contoh nomor 2, populasi dan sampelnya sama, yaitu siswa kelas XII. Dengan demikian *populasi* didefinisikan sebagai keseluruhan objek penelitian yang memiliki satu atau beberapa ciri dan karakteristik yang sama. *Sampel* adalah sebagian dari objek yang benar-benar diselidiki.

Apabila penelitian dilakukan terhadap setiap anggota dari populasi, penelitian itu dinamakan *sensus*. Apabila penelitian hanya dilakukan terhadap sebagian dari populasi, penelitian itu dinamakan *sampling*.

2.1.4 Pembagian data

A. Menurut sifatnya

Ditinjau dari sifatnya, data dibagi menjadi dua bagian.

- a. *Data kuantitatif* adalah data yang dinyatakan dalam bentuk angka. Misalnya 300 km, 20 ton, dan 15 liter.
- b. *Data kualitatif* adalah data yang tidak dinyatakan dalam bentuk angka. Misalnya kewarganegaraan, status seseorang, jenis kelamin, dan jenis warna.

B. Menurut sumbernya

Ditinjau dari sumbernya, data dapat dibagi dalam dua bagian.

- a. *Data intern* adalah data yang diperoleh langsung dari instansi atau suatu organisasi. Data intern diolah untuk kemajuan dan perkembangan instansi atau organisasi itu sendiri.
- b. *Data ekstern* adalah data yang diperoleh di luar instansi atau organisasi itu sendiri dan sifatnya umum. Data ekstern berguna untuk mengadakan kontrol dan evaluasi ke dalam dari suatu perusahaan atau organisasi yang saling berkaitan dan saling mempengaruhi satu sama lainnya. Misalnya, hasil produksi ditingkatkan, sedangkan sirkulasi barang di pasar lamban, maka hal itu akan mengakibatkan penumpukan barang di gudang.

C. Menurut cara memperolehnya

Ditinjau dari cara memperolehnya, data dibagi dalam dua bagian.

- a. *Data primer* adalah data yang dikumpulkan oleh suatu badan atau instansi dan diterbitkan oleh badan atau instansi itu sendiri. Sebagai contoh Badan Pusat Statistik, mengumpulkan data tentang ekspor dan impor kemudian menerbitkan data tersebut. Instansi lain, baik pemerintah maupun swasta boleh menggunakan data tersebut.
- b. *Data sekunder* adalah data yang dilaporkan oleh suatu badan atau instansi, sedangkan instansi tersebut tidak langsung mengumpulkan sendiri, tetapi memperolehnya dari pihak lain yang telah mengumpulkan terlebih dahulu dan menerbitkannya.

Selain data intern, data ekstern, data primer, dan data sekunder, data dapat juga dibedakan ke dalam data diskrit dan data kontinu.

- a. *Data diskrit* adalah data yang hanya mempunyai jumlah data (nilai-nilai) yang sangat terbatas. Misalnya data tentang karyawan suatu perusahaan, data tentang jumlah siswa di sebuah sekolah.
- b. *Data kontinu* adalah data yang secara teoritis mempunyai nilai pengamatan yang tidak terbatas (terus-menerus). Tetapi dalam prakteknya, kita dapat melakukan pengukuran yang sangat tepat, walaupun hal ini tergantung dari faktor ketelitian dan kemampuan alat ukur yang kita gunakan. Misalnya, pengukuran berat, waktu, dan isi.

Selain data diskrit dan data kontinu, terdapat pula data statis dan data dinamis.

- a. *Data statis* adalah data yang mempunyai nilai tetap dan terbatas dalam setiap putaran (*cycle*) atau periode tertentu. Misalnya, data jumlah jam dalam satu hari, jumlah hari dalam satu bulan, dan jumlah bulan dalam satu tahun.
- b. *Data dinamis* adalah data yang mempunyai nilai turun naik, mengikuti situasi tertentu. Misalnya, hasil penjualan sebuah barang, volume impor, dan volume ekspor.

Latihan 1

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

1. Sebutkan perbedaan antara statistik dengan statistika!
2. Apa yang dimaksud dengan metode statistika?
3. Apa yang dimaksud dengan teori statistika?
4. Berikan beberapa contoh tentang statistik dan statistika!



5. Dilihat dari segi pengerjaannya, statistika dibagi dalam dua bagian, sebutkan serta berikan contoh masing-masing!
6. Sebutkan kegunaan statistika dalam bidang berikut!
 - a. pendidikan
 - b. pertanian
 - c. perindustrian
 - d. perhubungan
 - e. marketing
 - f. pariwisata
7. Mengapa statistik di Indonesia pada zaman penjajahan diarahkan pada sektor perdagangan?
8. Dapatkah statistik diterapkan pada dunia kedokteran? Jelaskan!
9. Kapan kantor cacah jiwa di Indonesia didirikan?
10. Apa nama kantor yang menangani statistik di Indonesia sekarang ini?
11. Apa yang dimaksud dengan data statistika?
12. Sebutkan kegunaan data!
13. Sebutkan kegunaan data apabila dikaitkan dengan manajemen!
14. Sebutkan syarat-syarat data yang baik!
15. Seorang siswa dalam satu kali ulangan mendapat nilai 8. Apakah nilai tersebut sudah bisa dikatakan data? Jelaskan!
16. Apa perbedaan antara sampel dan populasi?
17. Uraikan dengan singkat serta jelas, kelebihan dan kekurangan cara kuesioner untuk memperoleh data!
18. Menurut sifatnya, data dibagi menjadi dua. Sebutkan dan beri contohnya masing-masing!
19. Menurut sumbernya, data dibagi dalam dua bagian, yaitu data intern dan data ekstern. Apa perbedaan kedua data tersebut?
20. Apa yang dimaksud dengan data statis dan data dinamis?
21. Jelaskan perbedaan antara data tunggal dan data kelompok! Berikan contoh masing-masing!
22. Sebutkan perbedaan antara distribusi frekuensi bilangan dengan distribusi frekuensi kategori! Berikan contoh!
23. Apa keuntungan penyajian data dalam bentuk tabel distribusi frekuensi?

2.2 Menyajikan Data dalam Bentuk Tabel dan Diagram

Pada subbab sebelumnya, telah dijelaskan mengenai pengertian data dan cara-cara pengumpulannya. Selanjutnya untuk kepentingan laporan atau analisis, data mentah yang telah dikumpulkan harus disa-

jikan dalam bentuk yang baik dan teratur agar mudah dipahami.

Secara garis besar, data dapat disajikan dalam dua bentuk, yaitu:

- a. bentuk tabel atau daftar;
- b. bentuk grafik atau diagram.

2.2.1 Tabel atau daftar

Tabel atau daftar merupakan kumpulan angka-angka yang disusun menurut kategori-kategori, sehingga memudahkan untuk pembuatan analisis data.

Tabel statistik dapat dibedakan menurut jenisnya menjadi 2, yaitu:

1. tabel referensi (*reference table*)
2. tabel ikhtisar (*summary table*)

A. Tabel referensi

Tabel referensi sebenarnya memiliki fungsi sebagai “gudang keterangan” karena tabel itu memberi keterangan-keterangan yang terperinci dan disusun guna kepentingan referensi.

Fungsi tabel tersebut bersifat sangat umum, karena angka-angka dapat dipergunakan dalam bermacam-macam cara. Tabel referensi disebut juga dengan tabel umum. Dalam tabel umum, pos-pos disusun sedemikian sehingga tidak memberikan tekanan pada pos-pos tertentu.

Selain itu, kolom dan barisnya juga tidak disusun agar dapat melukiskan perbandingan-perbandingan seperti yang dikehendaki oleh peneliti. Dalam laporan-laporan yang bersifat formal, tabel sedemikian itu umumnya diberikan dalam halaman tambahan.

B. Tabel ikhtisar

Tabel ikhtisar disebut juga tabel naskah (*text table*). Tabel ikhtisar umumnya berbentuk singkat, sederhana, dan mudah dimengerti.

Fungsi tabel ini ialah memberikan lukisan yang sistematis tentang peristiwa-peristiwa yang merupakan hasil penelitian atau observasi.

Tabel ikhtisar banyak digunakan dalam laporan perusahaan maupun tulisan ilmiah. Untuk selanjutnya yang akan dibicarakan adalah tabel ikhtisar.

Tabel statistik meliputi suatu persiapan secara sistematis dari pengolahan data ke dalam suatu klasifikasi dua arah, yaitu baris dan kolom. Beberapa hal penting yang harus diperhatikan dalam pembentukan tabel statistik adalah nomor tabel, judul tabel, judul kolom, judul



baris, tubuh tabel, catatan kaki (jika ada), dan sumber data.

(a) Nomor tabel

Nomor tabel letaknya di depan judul tabel. Nomor tabel sangat menolong untuk mengidentifikasi tabel, terutama jika penyajian tabel-tabel yang dilakukan cukup banyak.

(b) Judul tabel

Judul tabel diusahakan dengan kalimat yang sesingkat mungkin tetapi jelas, dan dapat menerangkan isi tabel, misalnya apa, bagaimana klasifikasinya, tempat dan waktu. Judul tersebut ditempatkan di atas tabel.

Tabel 2.1 Kerangka tabel statistik

(a) Nomor tabel		(b) Judul tabel	
Sifat baris		Sifat kolom	
		(c) Judul kolom	
		← Nomor kolom →	
Nomor baris	(d) Judul baris	(e) Tubuh tabel	
(f) Catatan kaki			
(g) Sumber			

Gambaran lebih jelas tentang tabel statistik dapat ditunjukkan dalam kerangka sebagai berikut:

(c) Judul kolom

Pada umumnya, judul kolom dimaksudkan untuk memudahkan pembaca dalam membandingkan data (angka-angka) yang terdapat dalam sebuah baris. Kolom-kolom disusun mulai dari kiri ke kanan menurut: *item-item yang penting, waktu, abjad, lokasi (geografi), atau disesuaikan menurut kebutuhan.*

Bila perlu, dapat pula disusun subjudul klasifikasi di bawah judul kolom. Sebaiknya, kolom-kolom tersebut diberi nomor kolom.

(d) Judul baris

Judul baris akan menguraikan penyajian data dalam beberapa baris dalam tabel. Untuk setiap baris dalam tabel, perlu juga diberi nomor urut, supaya memudahkan pembaca atau yang menggunakannya. Seperti pada kolom, maka pada baris juga dapat dibentuk judul subklasifikasi. Baris pertama, kedua, dan seterusnya dapat ditulis *mulai dari yang terpenting, atau menurut waktu, abjad, atau besar kecilnya angka, dan sebagainya.*

(e) Tubuh tabel

(f) Catatan kaki

Catatan kaki dapat diletakkan di bawah setiap tabel. Catatan kaki ini diperlukan bila ada hal yang perlu diterangkan dari data yang terdapat pada tabel.

(g) Sumber

Sumber data perlu ditulis, jika data tersebut diperoleh atau dikutip dari satu publikasi atau lebih dan diletakkan setelah tempat catatan kaki.

C. Bentuk tabel statistik

Penyajian data dalam bentuk tabel statistik dapat diklasifikasikan dalam berbagai bentuk.

1. Tabel distribusi frekuensi adalah suatu tabel yang hanya menunjukkan frekuensi (jumlah data) yang diamati atau diobservasi.
2. Tabel satu arah adalah suatu tabel yang hanya menunjukkan klasifikasi item-item pada kolom saja atau hanya pada baris saja.
3. Tabel dua arah adalah suatu tabel yang menunjukkan klasifikasi item-item pada kolom dan baris secara bersama-sama.

Dari judul yang diberikan pada setiap tabel statistik, dapat diketahui apakah satu klasifikasi, dua klasifikasi, atau lebih.

Berikut ini, ditunjukkan contoh tabel statistik dua arah, yang kolomnya diklasifikasikan menurut developer, dan barisnya menurut lokasi.

Tabel seperti ini, sering juga disebut sebagai tabel silang (*cross table*).

Tabel 2.2 Realisasi penjualan rumah melalui KPR-BTN diperinci menurut developer dan lokasi sampai dengan akhir tahun 1987 (Dalam jutaan Rp)

Nomor urut	Lokasi/Pulau	Developer		Jumlah
		Perum Perumnas	Non Perum Perumnas	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1.	Jawa	191,8	1.259,1	1.450,9
2.	Sumatra	52,3	101,0	153,3
3.	Sulawesi	21,2	46,3	67,5
4.	Kalimantan	12,4	42,8	55,2
5.	Pulau lainnya	15,8	20,3	36,1
Indonesia		293,5	1.469,5	1.763,0

Sumber: Biro Pusat Statistik, Statistik Pembangunan Perumahan Indonesia 1987, Jakarta 1988 halaman xv

Contoh soal 1:

Dari hasil pengumpulan data yang dilakukan BPS Jakarta, diperoleh data tentang jumlah rumah yang dibangun oleh Perum Perumnas per tahun di Pulau Jawa sebagai berikut.

- 1) DI Yogyakarta, sebanyak 0 unit pada tahun 1984, sebanyak 0 unit pada tahun 1985, sebanyak 0 unit pada tahun 1986, dan sebanyak 187 unit pada tahun 1987.
- 2) Jawa Timur, sebanyak 2.440 unit pada tahun 1984, sebanyak 2.028 unit pada tahun 1985, sebanyak 552 unit pada tahun 1986, dan sebanyak 1.508 unit pada tahun 1987.
- 3) Jawa Barat, sebanyak 1.897 unit pada tahun 1984, sebanyak 180 unit pada tahun 1985, sebanyak 6.574 unit pada tahun 1986, dan sebanyak 6.322 unit pada tahun 1987.
- 4) Jawa Tengah, sebanyak 2.557 unit pada tahun 1984, sebanyak 1.558 unit pada tahun 1985, sebanyak 776 unit pada tahun 1986, dan sebanyak 519 unit pada tahun 1987.
- 5) DKI Jakarta, sebanyak 1.240 unit pada tahun 1984, sebanyak 641 unit pada tahun 1985, sebanyak 0 unit pada tahun 1986, dan sebanyak 103 unit pada tahun 1987.

Susun atau sajikanlah data tersebut dalam bentuk tabel statistik!

Jawab:

1. Membuat terlebih dahulu rencana tabelnya yang lengkap, terdiri dari nomor tabel, judul tabel, judul kolom, judul baris, tubuh tabel, catatan kaki (jika ada), dan sumber.
2. Setelah rencana tabel selesai dibuat, masukkan data ke dalam sel (kotak) yang sesuai pada tubuh tabel!
3. Dengan demikian, penyajian tabel statistik yang dimaksud adalah sebagai berikut.

Tabel 2.3 Realisasi pembangunan perumahan perumnas di Pulau Jawa menurut tahun dan propinsi (unit)

Nomor urut	Propinsi	Tahun			
		1984	1985	1986	1987
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1.	DKI Jakarta	1.240	641	0	103
2.	Jawa Barat	1.897	180	6.574	6.322
3.	Yogyakarta	0	0	0	187
4.	Jawa Tengah	2.557	1.558	776	519
5.	Jawa Timur	2.440	2.028	552	1.508
	Jumlah	8.134	4.417	7.902	8.639



Latihan 2

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

Berdasarkan hasil pengumpulan data yang dilakukan Biro Pusat Statistik, diperoleh data tentang jumlah impor kendaraan bermotor dari tahun 1976 sampai dengan 1981 sebagai berikut.

1. Mobil penumpang yang diimpor pada tahun 1976 sebanyak 30.934 buah, tahun 1977 sebanyak 20.074 buah, tahun 1978 sebanyak 24.433 buah, tahun 1979 sebanyak 25.180 buah, tahun 1980 sebanyak 38.892 buah, dan pada tahun 1981 sebanyak 54.256 buah.
2. Mobil bus dan truk diimpor pada tahun 1976 sebanyak 51.285 buah, tahun 1977 sebanyak 77.590 buah, tahun 1978 sebanyak 104.029 buah, tahun 1979 sebanyak 64.574 buah, tahun 1980 sebanyak 139.624 buah, dan pada tahun 1981 sebanyak 173.952 buah.
3. Sepeda motor yang diimpor pada tahun 1976 sebanyak 203.434 buah, tahun 1977 sebanyak 9.896 buah, tahun 1978 sebanyak 49.551 buah, tahun 1979 sebanyak 47.510 buah, tahun 1980 sebanyak 28.905 buah, dan pada tahun 1981 sebanyak 753 buah.

Pertanyaan:

Susun atau sajikanlah data tersebut di atas, dalam bentuk tabel statistik, yang dilengkapi dengan nomor tabel, judul tabel, judul kolom, judul baris, catatan kaki (jika ada), dan sumber!

Latihan 3

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

Berdasarkan data pada soal latihan 2, hitunglah persentase impor kendaraan menurut jenisnya untuk setiap tahun, dan susunlah persentase tersebut dalam bentuk tabel statistik!

Untuk membuat tabel distribusi frekuensi, diperlukan langkah-langkah berikut.

A. Menentukan jangkauan

Jangkauan atau *rentang* disebut juga dengan *range* adalah selisih antara data terbesar dan data terkecil.

Keterangan:

R = range

x_{mak} = data terbesar

x_{min} = data terkecil

$$R = x_{\text{mak}} - x_{\text{min}}$$



Contoh soal 2:

1. Tentukan jangkauan dari data berikut!
13, 19, 25, 30, 37, 45, 50, 65
2. Tentukan daerah jangkauan dari nilai ulangan matematika 40 siswa tingkat 2 jurusan Akuntansi berikut!

40	45	65	67	85	90	43	57
63	65	70	75	80	63	60	70
43	45	60	60	60	65	75	86
92	90	50	60	50	65	60	65
70	45	70	75	80	85	65	70

Jawab:

1. data terbesar = 65
data terkecil = 13
jangkauan = $65 - 13 = 52$
2. data terbesar = 92
data terkecil = 40
jangkauan = $92 - 40 = 52$

B. Menetapkan banyaknya kelas (K)

Para ilmuwan statistik tidak menentukan dengan pasti banyaknya kelas yang harus diberikan untuk menyusun data dalam tabel distribusi frekuensi, tetapi tergantung dari data yang ada. Prinsip-prinsip yang harus diperhatikan dalam penentuan banyaknya kelas interval, antara lain sebagai berikut.

- a. Banyak kelas jangan terlalu sedikit, supaya bentuk kelompok tidak menjadi kabur.
- b. Banyak kelas jangan terlalu besar, supaya diperoleh gambaran yang jelas tentang kelompok.
- c. Berdasarkan kebiasaan yang ada, banyak kelas berkisar antara 5 sampai dengan 15 ($5 \leq K \leq 15$).
- d. Cara lain untuk menentukan banyak kelas adalah menggunakan rumus *Sturges*, yaitu:

$$K = 1 + 3,3 \log N$$

Keterangan:

K = banyak kelas (kelas interval)

N = banyaknya data (*raw data*)

Untuk N yang terlalu kecil atau N yang terlalu besar, penggunaan rumus tersebut tidak tepat, sehingga tidak mutlak dilakukan. Jadi, tergantung dari kita untuk menentukan banyak kelas, berdasarkan pengalaman yang ada. Sebagai contoh penggunaan rumus *Sturges*,

perhatikan data hasil ulangan matematika kelas XI jurusan Akuntansi berikut. Banyaknya data: $N = 40$.

$$K = 1 + 3,3 \log 40$$

$$\Leftrightarrow K = 1 + (3,3 \times 1,6021)$$

$$\Leftrightarrow K = 6,29$$

Jika dibulatkan hasilnya = 6.

C. Menentukan interval kelas (i)

Besarnya interval kelas bagi tiap-tiap kelas dalam distribusi frekuensi sebaiknya diusahakan sama. Berdasarkan nilai K (kelas interval) dari rumus *Sturges*, besarnya i (interval kelas) dapat ditentukan dengan rumus:

$$i = \frac{R}{K}$$

Keterangan:

R = jangkauan atau rentang (*range*) adalah selisih antara nilai tertinggi dan nilai terendah

K = banyaknya kelas

i = interval kelas

Dari contoh 2 nomor 2, nilai tertinggi = 92 dan nilai terendah = 40. Jadi, $range = 92 - 40 = 52$.

$$i = \frac{52}{6} = 8,67 = 9 \quad (\text{dibulatkan})$$

Pada prinsipnya, menentukan nilai interval kelas (i) sangat penting dalam distribusi frekuensi. Hal itu bertujuan agar penyebaran nilai dalam tiap-tiap kelas mencapai sasaran dan tujuan serta menghasilkan suatu analisis yang mendekati kebenaran.

D. Menentukan batas kelas

Dua buah nilai yang membatasi suatu kelas dengan kelas yang lain disebut *batas kelas*. Setiap nilai yang terletak di sebelah kiri masing-masing kelas disebut batas bawah kelas (*lower class limits*), sedangkan nilai-nilai yang terletak di sebelah kanan disebut batas atas kelas (*upper class limits*).

1. Contoh batas kelas (batas semu)

Batas kelas adalah nilai yang ditentukan berdasarkan data yang ada untuk memasukkan frekuensi masing-masing data sesuai dengan interval kelas. Batas kelas terdiri dari batas kelas atas dan batas kelas bawah. Sebagai contoh, perhatikan tabel 2.4 di samping ini!

Tabel 2.4

Nilai	Frekuensi
40 - 48	6
49 - 57	3
58 - 66	14
67 - 75	9
76 - 84	2
85 - 93	6
Jumlah	40



Batas kelas bawah adalah nilai-nilai: 40, 49, 58, 67, 76, dan 85.

Batas kelas atas adalah nilai-nilai: 48, 57, 66, 75, 84, dan 93.

- 40 - 48 kelas pertama
- 49 - 57 kelas ke dua
- 58 - 66 kelas ke tiga
- 67 - 75 kelas ke empat
- 76 - 84 kelas ke lima
- 85 - 93 kelas ke enam

E. Menentukan tepi kelas (batas nyata)

Tepi kelas disebut juga batas nyata (*class boundary*). Batas nyata terdiri dari batas nyata bawah dan batas nyata atas.

- a. *Batas nyata bawah* adalah batas kelas bawah dikurangi 0,5 untuk data dengan ketelitian sampai satu satuan. Untuk data dengan ketelitian sampai satu desimal, batas nyata bawah sama dengan batas semu bawah dikurangi 0,05, dan seterusnya.
- b. *Batas nyata atas* adalah batas kelas atas ditambah 0,5 untuk data dengan ketelitian sampai satu satuan. Untuk data dengan ketelitian sampai satu desimal, batas nyata atas sama dengan batas semu atas ditambah 0,05, dan seterusnya.

Secara teoritis, interval kelas (*i*) sama dengan selisih antara batas nyata (tepi kelas) atas dengan batas nyata (tepi kelas) bawah dalam satu kelas, atau selisih antara batas nyata kelas yang berurutan.

Data di atas dapat disajikan dalam tabel yang sebenarnya, sebagai berikut.

Tabel 2.5

Nilai (Batas nyata)	Frekuensi
39,5 - 48,5	6
48,5 - 57,5	3
57,5 - 66,5	14
66,5 - 75,5	9
75,5 - 84,5	2
84,5 - 93,5	6
Jumlah	40

Dari tabel 2.5, dapat diketahui:

nilai batas nyata atas kelas pertama sama dengan nilai batas nyata bawah kelas ke-2;

nilai batas nyata atas kelas ke-2 sama dengan nilai batas nyata bawah kelas ke-3;

dan seterusnya.

$$\text{Interval kelas } (i) = 48,5 - 39,5 = 9$$

Setengah dari jumlah kedua nilai batas kelas disebut *nilai tengah* atau *mid-point* atau *class mark* suatu kelas. Nilai tengah umumnya diberi simbol *x*. Sebagai contoh, dari tabel 2.5 didapatkan sebagai berikut.

$$x_1 = \frac{39,5 + 48,5}{2} = 44 \text{ atau } x_1 = \frac{40 + 48}{2} = 44$$

$$x_2 = \frac{48,5 + 57,5}{2} = 53 \text{ atau } x_2 = \frac{49 + 57}{2} = 53$$

dan seterusnya.

Secara praktis, interval kelas (*i*) sama dengan selisih antara dua *mid-point* yang berurutan.

F. Menentukan batas bawah terendah (starting point) dari kelas pertama

Batas bawah terendah dari kelas pertama hendaknya dipilih sedemikian rupa sehingga di dalam penyebaran frekuensi nantinya tidak terdapat satu data pun yang tidak masuk ke dalam kelompok data. Jadi, nilai terbesar dari batas bawah kelas pertama adalah nilai terkecil dari seluruh data, sedangkan nilai terkecil dari batas atas kelas terakhir adalah nilai terbesar dari seluruh data.

G. Menghitung frekuensi

Nilai frekuensi untuk masing-masing interval kelas ditentukan dengan menggunakan *sistem turus*.

Contoh soal 3:

Nilai ulangan matematika dari 40 siswa kelas XI jurusan Akuntansi disusun sebagai berikut.

H. Membuat tabel distribusi frekuensi

Tabel 2.6 Nilai ulangan matematika

Nilai (Batas nyata)	Turus	Frekuensi
39,5 - 48,5	IIII I	6
48,5 - 57,5	III	3
57,5 - 66,5	IIII IIII	14
66,5 - 75,5	IIII IIII	9
75,5 - 84,5	II	2
84,5 - 93,5	IIII I	6
Jumlah		40

Cara yang paling mudah untuk memasukkan data ke dalam tabel distribusi frekuensi adalah cara turus atau *tally* atau *milidi*. Caranya ialah dikerjakan dalam



satu lembar kertas kerja (*work sheet*), jangan dicantumkan dalam tabel yang sebenarnya. Perhatikan contoh soal 4 berikut!

Contoh soal 4:

Rekap pemasukan sayur-mayur dari daerah Produsen ke Pasar Induk sayur dan buah Kramat Jati antara 22 Agustus 1999 s/d 29 November 1999 (dalam puluhan ton) adalah sebagai berikut.

126 129 123 121 129 120 122 123 128 123
 124 129 123 123 126 129 124 125 117 121
 123 125 128 125 124 116 114 123 123 129
 123 123 116 114 123 123 128 123 118 117
 111 107 100 110 119 115 113 108 105 97
 107 114 113 102 107 114 104 103 133 123
 149 139 140 130 146 120 110 111 130 150
 133 132 129 125 129 124 122 128 119 132
 130 129 113 119 126 124 130 139 131 130
 120 116 119 121 141 138 133 122 124 118

Dimodifikasi dari ton menjadi puluhan ton (bulat).

Sumber data: PD Pasar Induk sayur-mayur dan buah Kramat Jati - Jakarta Timur November 1999.

Dari data tersebut, kita akan membuat tabel distribusi frekuensi. Tabel distribusi frekuensi akan diperoleh dengan melakukan langkah-langkah yang sudah dijelaskan sebelumnya.

1. Menyusun data dan menentukan jangkauannya.

Data disusun dari urutan terkecil sampai yang terbesar (*array*)

97 100 102 103 104 105 107 107 107 108
 110 110 111 111 113 113 113 114 114 114
 114 115 116 116 116 117 117 118 118 119
 119 119 119 120 120 120 121 121 121 122
 122 122 123 123 123 123 123 123 123 123
 123 123 123 123 123 123 124 124 124 124
 124 124 125 125 125 125 126 126 126 128
 128 128 128 129 129 129 129 129 129 129
 129 130 130 130 130 130 131 132 132 133
 133 133 138 139 139 140 141 146 149 150

data terkecil = 97

data terbesar = 150

Jangkauannya = $150 - 97 = 53$

2. Menentukan banyaknya kelas

Banyaknya kelas (K) = $1 + 3,3 \log n$; $n = 100$
 $= 1 + 3,3 \log 100$

$$= 1 + 3,3 (2)$$

$$= 1 + 6,6$$

$$= 7,6$$

$$\approx 8$$

3. Menentukan panjang interval kelas

Panjang interval kelas (i) = $\frac{\text{jangkauan}}{\text{banyaknya kelas}}$

$$\Leftrightarrow i = \frac{R}{K} = \frac{53}{8} = 6,6$$

$$\Leftrightarrow i \approx 7$$

4. Menentukan batas bawah terendah (*starting point*) dari kelas pertama

Untuk ini, biasanya dipilih data terkecil atau nilai data yang lebih kecil dari data terkecil. Akan tetapi, selisihnya harus kurang dari setengah kali panjang kelas yang telah ditentukan. Dalam hal ini, batas bawah kelas interval pertama dipilih 97, maka kelas pertama: 97 - 103, kelas kedua: 104 - 110, kelas ketiga: 111 - 117, dan seterusnya.

5. Menentukan frekuensinya

Frekuensi untuk masing-masing interval kelas dihitung dengan menggunakan sistem turus.

Dari langkah 1 sampai langkah 5, kita dapatkan tabel distribusi sebagai berikut.

Tabel 2.7 Rekap pemasukan sayur-mayur dari daerah Produsen ke Pasar Induk sayur dan buah Kramat Jati antara 22 Agustus 1999 sampai dengan 29 November 1999 (dalam puluhan ton (bulat)).

Tabel 2.7 Rekap pemasukkan sayur-mayur

Pemasukan (puluhan ton)	Turus/tally	Frekuensi
97 - 103	IIII	4
104 - 110	IIII III	8
111 - 117	IIII IIII III	15
118 - 124	IIII IIII IIII IIII IIII IIII IIII	35
125 - 131	IIII IIII IIII IIII IIII	25
132 - 138	IIII I	6
139 - 145	IIII	4
146 - 152	III	3
Jumlah		100



1. Frekuensi kumulatif, frekuensi relatif, dan frekuensi kumulatif relatif

1. Frekuensi kumulatif

Frekuensi kumulatif dapat dibentuk dari daftar distribusi frekuensi biasa, dengan jalan menjumlahkan frekuensi demi frekuensi. Frekuensi kumulatif terdiri dari dua macam, yaitu frekuensi kumulatif *kurang dari* dan frekuensi kumulatif *lebih dari*.

Dari data tabel 2.7, jika dibuat frekuensi kumulatif kurang dari [$f_K <$] dan frekuensi kumulatif lebih dari [$f_K >$] maka diperoleh daftar berikut (tabel 2.8 dan tabel 2.9).

Tabel 2.8 Distribusi frekuensi kumulatif kurang dari

Batas nyata kurang dari	f_K kurang dari [$f_K <$]
96,5	0
103,5	4
110,5	12
117,5	27
124,5	62
131,5	87
138,5	93
145,5	97
152,5	100

Tabel 2.9 Distribusi frekuensi kumulatif lebih dari

Batas nyata kurang dari	f_K lebih dari [$f_K >$]
96,5	100
103,5	96
110,5	88
117,5	73
124,5	38
131,5	13
138,5	7
145,5	3
152,5	0

2. Frekuensi relatif

Frekuensi relatif (f_R) suatu interval kelas adalah frekuensi kelas ke- n dibagi dengan total frekuensi dikalikan 100%. Dirumuskan:

$$f_R = \frac{f_n}{\sum f} \times 100\%$$

Keterangan:

f_n = frekuensi ke- n

$\sum f$ = total frekuensi

Frekuensi relatif untuk data pada tabel 2.7 adalah sebagai berikut.

Tabel 2.10 Frekuensi relatif dalam desimal dan dalam persen

Pemasukan (puluhan ton)	f	f_R	f_R (%)
97 - 103	4	0,04	4
104 - 110	8	0,08	8
111 - 117	15	0,15	15
118 - 124	35	0,35	35
125 - 131	25	0,25	25
132 - 138	6	0,06	6
139 - 145	4	0,04	4
146 - 152	3	0,03	3
Jumlah	100	1,00	100

3. Frekuensi kumulatif relatif

Frekuensi kumulatif relatif (f_{KR}) atau frekuensi kumulatif persentase adalah frekuensi kumulatif dibagi total frekuensi dikalikan 100%.

Dirumuskan:

$$f_{KR} = \frac{f_K}{\sum f} \times 100\%$$

Keterangan:

f_K = frekuensi kumulatif

$\sum f$ = total frekuensi

Jika data pada tabel 2.8 dan tabel 2.9 digabung, dapat disusun frekuensi kumulatif relatif, sebagai berikut.

Tabel 2.11 Frekuensi kumulatif relatif

Batas nyata kurang dari	$f_K <$	$f_{KR} (<)$	Batas nyata lebih dari	$f_K >$	$f_{KR} (>)$
96,5	0	0	96,5	100	100
103,5	4	4	103,5	96	96
110,5	12	12	110,5	88	88
117,5	27	27	117,5	73	73
124,5	62	62	124,5	38	38
131,5	87	87	131,5	13	13
138,5	93	93	138,5	7	7
145,5	97	97	145,5	3	3
152,5	100	100	152,5	0	0



Keterangan:

nilai $f_K <$ dengan $f_{KR} <$ sama, karena jumlah frekuensinya 100. Demikian juga $f_K >$ dengan $f_{KR} >$ sama, karena jumlah frekuensinya 100.

2.2.2 Menyajikan data dalam bentuk grafik atau diagram

Data yang sudah dikumpulkan, baik secara populasi maupun secara sampel, untuk keperluan lebih lanjut perlu diatur, disusun, dan disajikan dalam suatu bentuk yang jelas dan baik. Penyajian tersebut dapat berupa tabel ataupun diagram.

Macam-macam diagram:

1. diagram batang, disebut juga dengan *bar chart* atau *bar graph*;
2. diagram garis, disebut juga dengan *line chart* atau *line graph*;
3. diagram lambang atau piktogram;
4. diagram lingkaran, disebut juga dengan *pie chart*, atau *circular graph*;
5. diagram peta atau kartogram;
6. diagram pencar atau diagram titik;
7. diagram histogram;
8. diagram poligon; dan
9. kurva ogive positif dan kurva ogive negatif.

Tidak semua data cocok disajikan dalam semua jenis diagram di atas. Karena itu, harus diperhatikan jenis diagram mana yang paling sesuai. Diagram nomor 1 sampai dengan nomor 6 paling cocok digunakan untuk data yang tidak dikelompokkan (data tunggal). Diagram nomor 8 dan nomor 9 paling sesuai digunakan untuk data yang dikelompokkan (data kelompok).

Maksud dan kegunaan diagram ialah:

1. mempertegas dan memperjelas penyajian data;
2. mempermudah pemahaman terhadap data;
3. mengurangi kejenuhan dan kejemuhan dalam melihat angka-angka.

A. Diagram batang

Untuk menyajikan data dalam bentuk diagram batang, perlu diperhatikan hal-hal berikut.

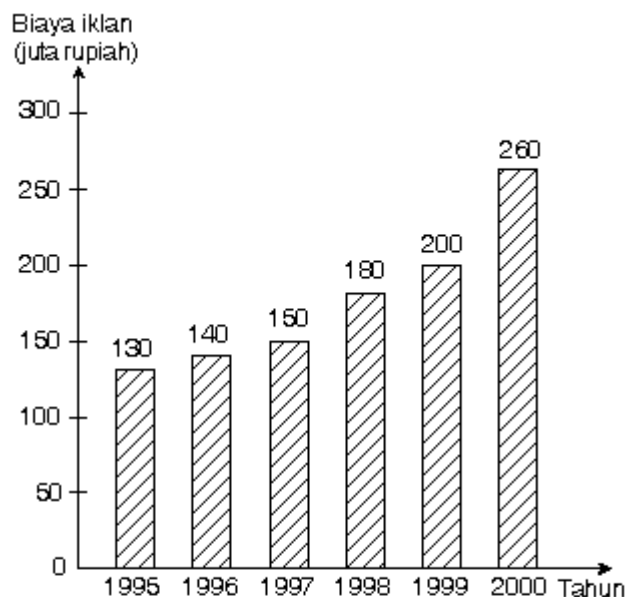
- a. Melukis sumbu mendatar dan sumbu tegak berpotongan.
- b. Membuat skala yang sesuai.

Contoh soal 5:

Biaya iklan sebuah perusahaan selama 6 tahun terakhir adalah sebagai berikut.

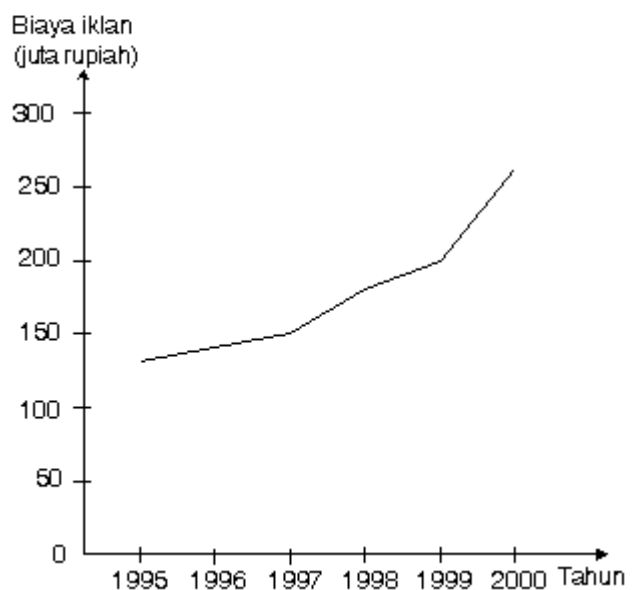
Tahun	Biaya iklan (dalam juta rupiah)
1995	130
1996	140
1997	150
1998	180
1999	200
2000	260

Jika data tersebut disajikan dalam diagram batang, bentuknya sebagai berikut.



B. Diagram garis

Diagram garis paling sesuai apabila data bersifat kontinu (terus-menerus). Pada contoh di atas, diagram garisnya adalah sebagai berikut.





C. Diagram lambang (piktogram)

Penyajian data dalam diagram lambang tidak memerlukan salib sumbu, tetapi merupakan sebuah lambang yang dapat mewakili data tersebut.

Contoh soal 6:

Sebuah perusahaan mempunyai 600 karyawan, 300 orang di antaranya wanita.



Sumber: Majalah Tempo, Februari 2004

Gambar 2.1 Aktivitas karyawan di salah satu perusahaan

Diagram dari data jumlah karyawan perusahaan tersebut dapat digambarkan sebagai berikut.

Karyawan	Jumlah	Keterangan
Pria		= 100 karyawan
Wanita		= 100 karyawan

D. Diagram lingkaran

Diagram lingkaran adalah diagram yang menggunakan daerah lingkaran untuk menggambarkan suatu keadaan.

Ada dua cara untuk membuat diagram lingkaran, yaitu:

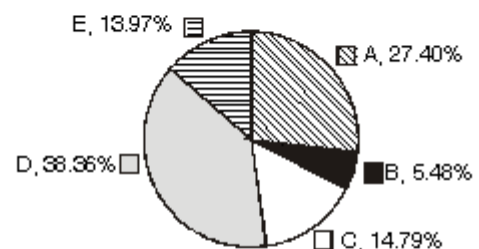
- membagi lingkaran menurut data yang ada dengan menggunakan busur derajat (membagi lingkaran dalam beberapa juring tertentu sesuai data)
- membagi keliling lingkaran

Contoh soal 7:

Hasil ekspor karet ke beberapa negara tujuan dicatat dalam tabel di bawah ini. Nilai yang dicantumkan dalam juring lingkaran adalah nilai persentase, sehingga diagram lingkarannya ditunjukkan seperti gambar di bawah ini.

Tabel 2.12 Data hasil ekspor karet

Negara tujuan	Nilai ekspor	Juring lingkaran	Persentase
Jepang (A)	20,0	$\frac{20}{73} \times 360^\circ = 98,63^\circ$	$\frac{20}{73} \times 100\% = 27,40\%$
Inggris (B)	4,0	$\frac{4}{73} \times 360^\circ = 19,73^\circ$	$\frac{4}{73} \times 100\% = 5,48\%$
Belanda (C)	10,8	$\frac{10,8}{73} \times 360^\circ = 53,26^\circ$	$\frac{10,8}{73} \times 100\% = 14,79\%$
Jerman (D)	28,0	$\frac{28}{73} \times 360^\circ = 138,08^\circ$	$\frac{28}{73} \times 100\% = 38,36\%$
Italia (E)	10,2	$\frac{10,2}{73} \times 360^\circ = 50,30^\circ$	$\frac{10,2}{73} \times 100\% = 13,97\%$
	73,0	360°	100%





Gambar 2.2 Peta Indonesia

E. Diagram peta (kartogram)

Dalam pembuatan diagram peta digunakan peta geografis tempat data berada. Diagram ini menggambarkan letak masing-masing wilayah, hasil dari suatu daerah, dan lain-lain yang berhubungan dengan keadaan daerah tertentu. Pada umumnya, dicantumkan lambang yang sesuai dengan data. Perhatikan gambar 2.2 di atas!

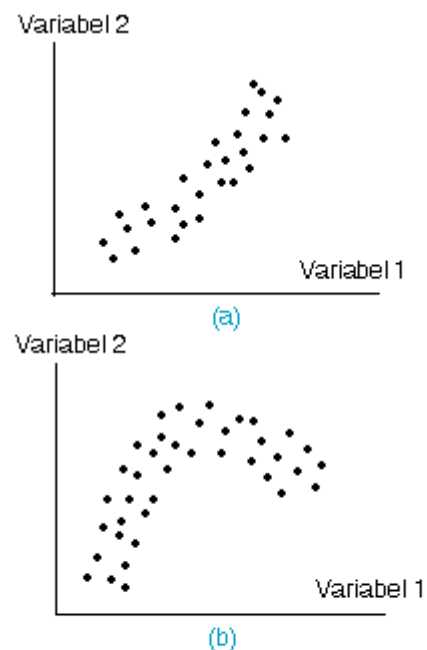
Keterangan:

Angka Ketinggian Kota (meter)

1. Banda Aceh	21,6
2. Medan	27
3. Padang	3
4. Pekanbaru	31
5. Jambi	26
6. Palembang	11,7
7. Bengkulu	15
8. Bandar Lampung	10
9. Jakarta	7
10. Bandung	810
11. Semarang	3
12. Yogyakarta	116,6
13. Surabaya	3,3
14. Denpasar	1
15. Mataram	16
16. Kupang	111,6
17. Pontianak	3
18. Palangkaraya	-
19. Banjarmasin	22
20. Balikpapan	3,3
21. Manado	88
22. Palu	86
23. Makasar	14
24. Ambon	11
25. Kendari	33
26. Jayapura	3

F. Diagram pencar

Untuk kumpulan data yang terdiri dari dua variabel, diagramnya disajikan dalam salib sumbu (sumbu koordinat) dan gambarnya merupakan kumpulan titik-titik yang terpecah. Oleh sebab itu, diagramnya disebut diagram pencar. Perhatikan gambar 2.3 berikut!



Gambar 2.3 Diagram pencar

G. Diagram histogram dan poligon frekuensi

Data yang sudah dikelompokkan dan disusun dalam tabel distribusi frekuensi dapat disajikan dalam suatu diagram yang disebut histogram (histogram frekuensi) ataupun poligon (poligon frekuensi).

a. Histogram

Histogram adalah grafik yang terdiri dari segi empat yang beralaskan sumbu mendatar dengan sisi-sisi c.



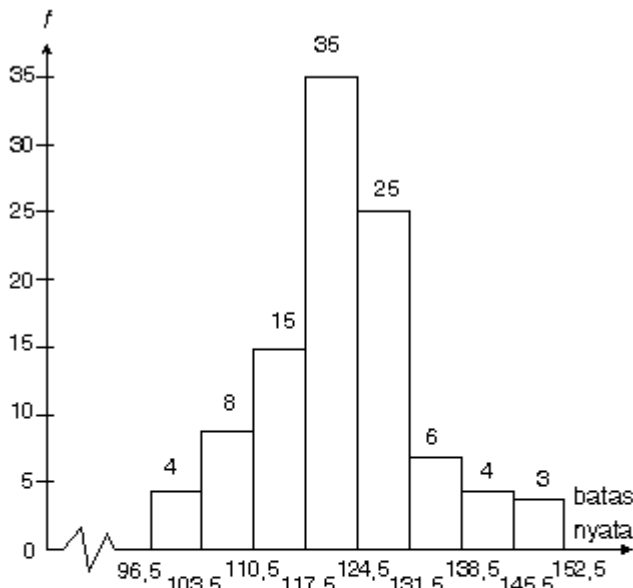
yang berdekatan saling berimpit. Penyajian data pada sumbu koordinat ialah sumbu mendatar menyatakan nilai batas nyata (kelas interval) dan sumbu tegak menyatakan frekuensi. Luas segi empat harus dibuat sedemikian rupa sehingga sebanding dengan frekuensi masing-masing kelas.

Sebagai contoh, perhatikan tabel 2.13! Pada tabel tersebut, dilengkapi dengan nilai tengah (*mid-point*) pada masing-masing kelas.

Tabel 2.13

Nilai (Batas nyata)	Titik tengah (x)	Frekuensi (f)
96,5 - 103,5	100	4
103,5 - 110,5	107	8
110,5 - 117,5	114	15
117,5 - 124,5	121	35
124,5 - 131,5	128	25
131,5 - 138,5	135	6
138,5 - 145,5	142	4
145,5 - 152,5	149	3
Jumlah		100

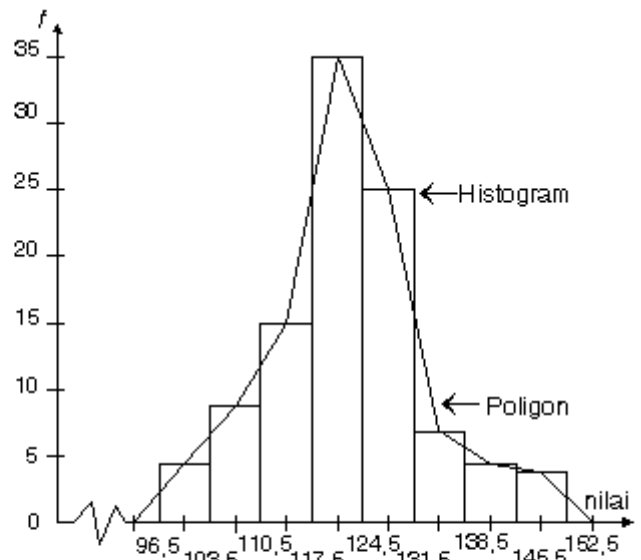
Bentuk histogram tabel 2.13 adalah sebagai berikut.



Gambar 2.4

b. Poligon

Apabila pertengahan titik-titik puncak histogram yang berurutan kita hubungkan dengan sebuah garis maka bentuk garis itu disebut poligon. Poligon pada gambar 2.5 diambil dari histogram pada gambar 2.4.



Gambar 2.5

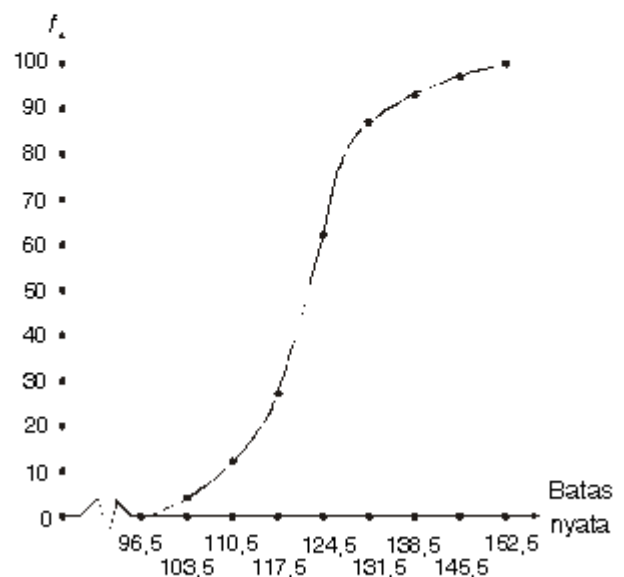
c. Kurva ogive

Kurva ogive terbagi atas dua bagian, yaitu:

- kurva ogive positif, yaitu kurva yang diperoleh dari frekuensi kumulatif *kurang dari*;
- kurva ogive negatif, yaitu kurva yang diperoleh dari frekuensi kumulatif *lebih dari*.

Untuk menggambarkan kurva ogive, penyajian data pada sumbu koordinat ialah sumbu mendatar menyatakan batas nyata, sedangkan sumbu tegak menyatakan frekuensi kumulatif.

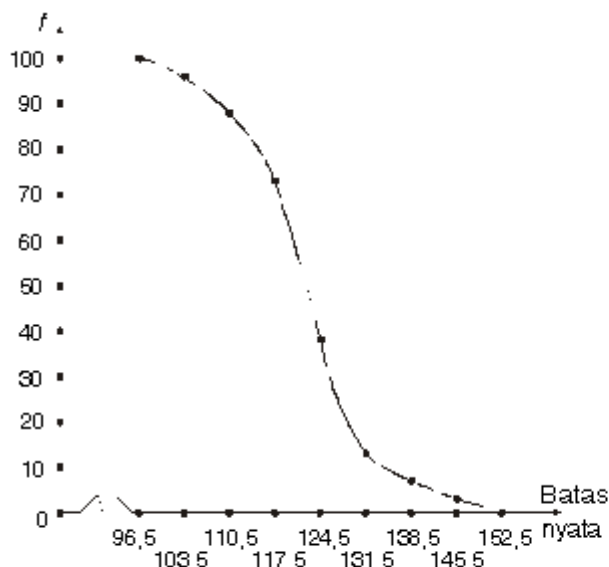
Contoh kurva ogive positif dapat dilihat pada gambar 2.6. Dari tabel 2.13 kita bisa mencari frekuensi kumulatif kurang dari. Kemudian, kita hubungkan titik-titik frekuensi kumulatif kurang dari menggunakan kurva (garis lengkung mulus).



Gambar 2.6



Contoh kurva ogive negatif dapat dilihat pada gambar 2.7. Dari tabel 2.13 kita bisa mencari frekuensi kumulatif lebih dari. Kemudian, kita hubungkan titik-titik frekuensi kumulatif lebih dari menggunakan kurva (garis lengkung mulus).



Gambar 2.7

Latihan 4

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

1. Apa yang dimaksud dengan frekuensi kelas?
2. Apa yang dimaksud dengan batas semu?
3. Apa yang dimaksud dengan *boundary class*?
4. Apa yang dimaksud dengan kelas interval?
5. Apa yang dimaksud dengan tepi kelas?
6. Apa yang dimaksud dengan frekuensi relatif?
7. Dari data berikut, carilah jangkauannya!
 - a. 3 4 6 7 4 6 7 9 11 10 3
 - b. 45 40 35 30 31 29 20 19 30 29
8. Berat badan siswa kelas XII yang dinyatakan sebagai tabel frekuensi yang terdiri dari 6 interval kelas adalah sebagai berikut.

No.	Berat Badan (kg)	Frekuensi
1.	35 - 39	2
2.	40 - 44	3
3.	45 - 49	20
4.	50 - 54	15
5.	55 - 59	6
6.	60 - 64	4

Dari data tersebut, carilah batas semu bawah dan batas semu atas pada masing-masing interval kelasnya.

9. Dari tabel pada soal nomor 8, tentukan batas nyata bawah kelas dan batas nyata atas kelas pada masing-masing interval kelasnya!
10. Dari tabel pada soal nomor 8, tentukan titik tengah dan panjang interval kelas pada masing-masing interval kelasnya!
11. Dari tabel pada soal nomor 8, buatlah frekuensi relatif, frekuensi kumulatif, dan frekuensi kumulatif relatif pada masing-masing interval kelasnya!
12. Dari tabel pada soal nomor 8, tentukan interval kelas yang mempunyai nilai frekuensinya paling besar!
13. Dari tabel pada soal nomor 8, gambarkan bentuk histogram dan poligon frekuensinya!
14. Diketahui data dari 40 pengukuran sebagai berikut.

108	90	95	95	85	85	86	92
101	80	93	93	97	90	91	87
91	79	102	92	97	98	90	91
94	98	99	82	103	92	98	75
81	88	89	90	99	91	87	104

Dari data di atas, susunlah data dari ukuran terkecil ke ukuran terbesar, kemudian tentukan:

- a. jangkauannya;
 - b. banyaknya kelas;
 - c. panjang interval kelas;
 - d. distribusi frekuensinya;
 - e. gambarkan histogram dan poligon frekuensi dan distribusi frekuensi yang telah diperoleh!
15. Diketahui data hasil pengukuran tinggi badan 40 siswa (sampai cm terdekat) sebagai berikut.

Buatlah tabel distribusi frekuensi dengan interval kelas: 145 - 149, 150 - 154, 155 - 159, dan seterusnya!



Lembar Tugas 1

Data berikut menunjukkan nilai ujian mata diklat matematika 60 siswa kelas XII AK SMK Budi Asih semester 5 tahun 1988/1989.

36 44 53 58 63 67 69 74 83 89
 40 50 55 60 64 68 70 78 95 89
 90 83 75 69 67 63 59 53 45 37
 39 49 56 60 63 68 70 77 86 96
 95 85 76 69 68 63 59 53 45 37
 39 48 55 60 63 68 70 78 88 96

- Susunlah *array* dari data di atas!
- Buatlah tabel distribusi frekuensinya!
- Buatlah histogram dan poligon frekuensinya!
- Buatlah ogive positif dan ogive negatifnya!

INFO MATEMATIKA

Penyelidikan statistik di Indonesia lahir pada zaman penjajahan. Sesuai dengan tujuannya, statistik di negara kita diarahkan kepada hubungan perdagangan dengan tujuan mencari keuntungan sebesar-besarnya bagi penjajah.

Kehadiran VOC di Indonesia dapat dianggap sebagai perintis statistik kolonial, yang kemudian diteruskan oleh pemerintah Belanda. Pada tahun 1864, pemerintahan Belanda mendirikan kantor statistik pertama di Indonesia yang merupakan bagian dari kantor *Algemeene Secretarie* yang berpusat di Nederland. Kemudian, pada tahun 1870, bagian tersebut dipindahkan pada *Departement Algemeene Bestuur*. Pengumuman-pengumuman statistik dimuat dalam buku tahunan ketatanegaraan dan perekonomian yang dikeluarkan oleh Lembaga Statistik di Nederland.

Pada tahun 1920, didirikan kantor cacah jiwa yang bertugas mencacah jiwa (*sensus*) dan mengadakan publikasi seperlunya. Bersamaan dengan itu pula, didirikan kantor statistik pertanian, kerajinan, dan perdagangan, termasuk di dalamnya statistik ekspor dan impor.

Kantor statistik pertanian, kerajinan, dan perdagangan tersebut berkedudukan di Bogor dan pada tahun 1925 dipindahkan ke Jakarta. Sejak saat itu, resmi menjadi Kantor Pusat Statistik dan sekarang ini disebut Badan Pusat Statistik.

2.3 Menentukan Ukuran Pemusatan Data

Ukuran pemusatan data disebut juga tendensi sentral, yaitu ukuran untuk memberikan gambaran wakil data dari sampel yang diambil, yang selanjutnya akan mewakili populasinya.

Ukuran pemusatan data terdiri dari:

- mean (rata-rata hitung);
- median (nilai tengah); dan
- modus.

Untuk lebih jelasnya, perhatikan uraian berikut ini!

2.3.1 Ukuran pemusatan data

A. Mean (rata-rata hitung)

Rata-rata hitung dari sekumpulan data adalah jumlah seluruh data dibagi banyaknya data.

1. Mean (rata-rata hitung) data tunggal, berbobot, dan kelompok

Data tunggal

Data yang dipakai untuk menghitung mean tunggal hanya sedikit. Jika nilai sekumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dengan banyaknya data n , maka mean dapat dirumuskan sebagai berikut.

Cara I, dengan rumus:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \text{ atau}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ atau } \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

Keterangan:

\bar{x} = mean atau nilai rata-rata

n = banyaknya data

$\sum x$ = jumlah tiap data



Cara II dengan rata-rata duga (sementara):

$$\bar{x} = x_o + \frac{\sum d}{n}, \text{ di mana } d = x - x_o$$

Keterangan:

\bar{x} = rata-rata hitung

x_o = rata-rata duga (biasanya diambil dari kelas yang frekuensinya terbesar)

d = simpangan/deviasi

x = nilai data

n = banyaknya data

$\sum x$ = jumlah tiap data

Contoh soal 8:

Nilai ulangan matematika dari 6 siswa yakni 6, 8, 7, 5, 7, dan 9. Tentukan rata-rata hitungnya!

Jawab:

Cara I dengan rumus $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

$$\bar{x} = \frac{6 + 8 + 7 + 5 + 7 + 9}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

Jadi, nilai rata-rata hitung 6 siswa pada ulangan matematika tersebut adalah 7.

Cara II dengan rata-rata duga, misal $x_o = 7$

x	$d = x - x_o$	$\bar{x} = x_o + \frac{\sum d}{n}$
6	-1	
8	1	$= 7 + \frac{0}{6}$
7	0	$= 7 + 0 = 7$
5	-2	
7	0	Jadi, nilai rata-rata hitungnya adalah 7.
9	2	
Σ	0	

Contoh soal 9:

Seorang ayah ingin membagikan uang kepada lima orang putranya, yakni Kuncoro Rp8.000.000,00, Kuntoro Rp6.000.000,00, Ranti Rp7.000.000,00, Nindi Rp4.500.000,00, Alamanda Rp5.500.000,00. Berapakah rata-rata uang yang diterima tiap anak tersebut?

Jawab:

Cara I dengan rumus $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{8.000.000 + 6.000.000 + 7.000.000 + 4.500.000 + 5.500.000}{5} \\ &= \frac{31.000.000}{5} = 6.200.000 \end{aligned}$$

x	$d = x - x_o$
8	2
6	0
7	1
4,5	-1,5
5,5	0,5
Jumlah	1

Cara II dengan rata-rata duga, misal $x_o = 6$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x_o + \frac{\sum d}{n} \\ &= 6 + \frac{1}{5} \\ &= 6 + 0,2 = 6,2 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata uang yang diterima tiap anak tersebut adalah 6,2.

Contoh soal 10:

Nilai rata-rata ulangan matematika 8 siswa adalah 6,7. Jika nilai Vega digabungkan maka nilai rata-ratanya menjadi 6,9. Berapakah nilai Vega?

Jawab:

Untuk 8 siswa

$$n = 8$$

$$\bar{x} = 6,7$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \Rightarrow \sum x = n \times \bar{x}$$

$$\sum x = 8 \times 6,7 = 53,6$$

Jika ditambah nilai Vega, maka

$$n = 9 \text{ dan } \bar{x} = 6,9$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x}{n} \Leftrightarrow \sum x = n \times \bar{x} \\ &\Leftrightarrow \sum x = 9 \times 6,9 = 62,1 \end{aligned}$$

Jadi, nilai Vega adalah $62,1 - 53,6 = 8,5$

Data berbobot (berfrekuensi)

Rata-rata data berbobot (berfrekuensi) adalah jumlah hasil kali antara frekuensi dan nilai data dibagi oleh banyaknya data (jumlah frekuensi)

Jika nilai sekumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dengan frekuensi masing-masing $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ maka



untuk menghitung data berbobot dengan 2 cara, yaitu:

Cara I dengan menggunakan rumus:

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{\sum f x}{\sum f}$$

Cara II dengan menggunakan rata-rata duga/semenda:

$$\bar{x} = x_o + \frac{\sum f d}{\sum f}, \quad d = x - x_o$$

Keterangan:

- \bar{x} = rata-rata hitung
- x = nilai data
- f = frekuensi
- x_o = rata-rata duga diambil sembarang nilai data
- d = simpangan/deviasi

Contoh soal 11:

Jika ada 5 siswa mendapat nilai 7; 6 siswa mendapat nilai 6,7; 3 siswa mendapat nilai 4,5 dan 2 siswa masing-masing siswa mendapat nilai 8,2 dan 6,5. Tentukan rata-rata hitung dengan 2 cara!

Jawab:

Buat tabel untuk mempermudah perhitungan.

x	f	fx
4,5	3	13,5
6,5	1	6,5
6,7	6	40,2
7	5	35
8,2	1	8,2
Σ	16	103,4

Cara I

$$\bar{x} = \frac{\sum f x}{\sum f} = \frac{103,4}{16} = 6,46$$

Jadi, nilai rata-ratanya = 6,46.

Cara II dengan rata-rata duga

Rata-rata duga diambil sembarang nilai data untuk mempermudah hitungan diambil nilai data yang frekuensinya terbesar. Karena 6,7 mempunyai frekuensi terbesar, yaitu 6 maka $x_o = 6,7$

x	f	$d = x - x_o$	fd
4,5	3	$4,5 - 6,7 = -2,2$	$3 \times (-2,2) = -6,6$
6,5	1	$6,5 - 6,7 = -0,2$	$1 \times (-0,2) = -0,2$
6,7	6	$6,7 - 6,7 = 0$	$6 \times 0 = 0$
7	5	$7 - 6,7 = 0,3$	$5 \times 0,3 = 1,5$
8,2	1	$8,2 - 6,7 = 1,5$	$1 \times 1,5 = 1,5$
Σ	16		-3,8

$$\bar{x} = x_o + \frac{\sum f d}{\sum f}$$

$$\bar{x} = 6,7 + \frac{(-3,8)}{16}$$

$$\bar{x} = 6,7 - 0,24 = 6,46$$

Jadi, nilai rata-ratanya = 6,46.

Contoh soal 12:

Tentukan jumlah siswa yang mendapat nilai 60, jika rata-rata nilai ulangan matematika adalah 75! Gunakan tabel data di bawah ini!

x	75	60	92	64	70
f	8	p	10	5	2

Jawab:

x	f	fx
75	8	600
60	p	$60p$
92	10	920
64	5	320
70	2	140
Σ	$25 + p$	$1980 + 60p$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum f x}{\sum f} \\ \Leftrightarrow 75 &= \frac{1980 + 60p}{25 + p} \\ \Leftrightarrow 1875 + 75p &= 1980 + 60p \\ \Leftrightarrow 75p - 60p &= 1980 - 1875 \\ \Leftrightarrow 15p &= 105 \\ \Leftrightarrow p &= \frac{105}{15} = 7 \end{aligned}$$

Data kelompok

Rata-rata hitung data kelompok, yaitu data yang disajikan dalam distribusi frekuensi dan dapat ditentukan dengan 3 cara berikut ini.

Cara I dengan menggunakan titik tengah

Jika x_i merupakan titik tengah kelas ke- i dan f_i merupakan frekuensi kelas ke- i maka mean ditentukan:



$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{\sum f x}{\sum f}$$

Cara II dengan menggunakan rata-rata duga/semesta

Rata-rata hitung dengan menggunakan rata-rata duga akan lebih memperkecil perhitungan angkanya. Pertama, menentukan rata-rata duga ditingkat x_o . Nilai x_o dipilih bebas. Biasanya diambil titik tengah kelas yang frekuensinya terbesar, rumusnya yaitu:

$$\bar{x} = x_o + \frac{\sum f d}{\sum f}, \quad d = x - x_o$$

Cara III dengan menggunakan $u = \frac{d}{i}$, maka rumus 2

$$\text{dapat diubah menjadi: } \bar{x} = x_o + i \left(\frac{\sum f u}{\sum f} \right)$$

di mana i = panjang kelas interval dan u = kode

Contoh soal 13:

Rekap pemasukkan buah-buahan dari daerah ke pasar induk Kramat Jati selama 80 hari dalam puluhan ton tercatat sebagai berikut.

Pemasukkan buah-buahan (puluhan ton)	Banyaknya hari (frekuensi)
95 - 101	1
102 - 108	2
109 - 115	5
116 - 122	15
123 - 129	25
130 - 136	20
137 - 143	12

Tentukan mean dengan 3 cara!

Jawab:

Cara I dengan menggunakan titik tengah

Pemasukkan buah-buahan (puluhan ton)	Frekuensi (f)	Titik tengah (x)	fx
95 - 101	1	98	98
102 - 108	2	105	210
109 - 115	5	112	560
116 - 122	15	119	1.785
123 - 129	25	126	3.150
130 - 136	20	133	2.660
137 - 143	12	140	1.680
Jumlah	80		10.143

$$\bar{x} = \frac{\sum f x}{\sum f} = \frac{10.143}{80} = 126,79$$

Jadi, nilai rata-ratanya adalah 126,79.

Cara II dengan menggunakan rata-rata duga

$$x_o = 126.$$

Perhatikan tabel di bawah ini!

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x_o + \frac{\sum f d}{\sum f} = 126 + \frac{63}{80} \\ &= 126 + 0,7875 \\ &= 126,79 \end{aligned}$$

Jadi, nilai rata-ratanya adalah 126,79.

Pemasukkan buah-buahan (puluhan ton)	Frekuensi (f)	Titik tengah (x)	$d = x - x_o$	fd
95 - 101	1	98	- 28	- 28
102 - 108	2	105	- 21	- 42
109 - 115	5	112	- 14	- 70
116 - 122	15	119	- 7	- 105
123 - 129	25	126	0	0
130 - 136	20	133	7	140
137 - 143	12	140	14	168
Jumlah	80			63



Cara III dengan menggunakan $u = \frac{d}{i}$

Pemasukkan buah-buahan (puluhan ton)	f	x	d	$u = \frac{d}{i}$	fu
95 - 101	1	98	-28	-4	-4
102 - 108	2	105	-21	-3	-6
109 - 115	5	112	-14	-2	-10
116 - 122	15	119	-7	-1	-15
123 - 129	25	126	0	0	0
130 - 136	20	133	7	1	20
137 - 143	12	140	14	2	24
Jumlah	80				9

$$\bar{x} = x_o + i \left(\frac{\sum fu}{\sum f} \right)$$

$$= 126 + 7 \left(\frac{9}{80} \right) = 126 + \frac{63}{80} = 126,79$$

Jadi, nilai rata-ratanya adalah 126,79.

2. Rata-rata geometri/ukur data tunggal, berbobot, dan kelompok

Jika perbandingan tiap data berurutan tetap atau hampir tetap, rata-rata ukur lebih baik dipakai daripada rata-rata hitung.

Data tunggal

Untuk data bernilai $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, rata-rata ukur ditentukan dengan rumus:

$$RU = RG = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots \times x_n}$$

$$\log RU = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log x_i \text{ atau } \log RU = \frac{1}{n} \sum \log x$$

Data berbobot dan data kelompok

Jika nilai sekumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, dengan $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ maka rumus rata-rata ukur data berbobot maupun data kelompok menggunakan rumus:

$$RU = \sqrt[n]{x_1^{f_1} \times x_2^{f_2} \times x_3^{f_3} \times \dots \times x_n^{f_n}}$$

$$\log RU = \frac{1}{n} (f_1 \log x_1 + f_2 \log x_2 + f_3 \log x_3 + \dots + f_n \log x_n)$$

$$\log RU = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \log x_i$$

$$\log RU = \frac{1}{n} \sum f \log x$$

Contoh soal 14:

Tentukan rata-rata ukur dari data berikut!

a. 2, 6, 18

b.

Nilai ulangan	4,5	6,5	6,7	7	8,2
Banyaknya siswa	3	1	6	5	1

c.

Pemasukkan buah-buahan (puluhan ton)	Banyaknya hari (frekuensi)
95 - 101	1
102 - 108	2
109 - 115	5
116 - 122	15
123 - 129	25
130 - 136	20
137 - 143	12

Jawab:

a. $RU = \sqrt[3]{x_1 \times x_2 \times x_3}$

$$= \sqrt[3]{2 \times 6 \times 18} = \sqrt[3]{216} = (6^3)^{\frac{1}{3}} = 6$$

Jadi, rata-rata ukurnya adalah 6.

b.

Nilai ulangan (x)	Banyaknya siswa (f)	$\log x$	$f \log x$
4,5	3	0,6532	1,9596
6,5	1	0,8129	0,8129
6,7	6	0,8261	4,9566
7	5	0,8451	4,2255
8,2	1	0,9138	0,9138
Jumlah	16		12,8684

$$\log RU = \frac{1}{n} \sum f \log x$$

$$\log RU = \frac{1}{16} \times 12,8684$$

$$\log RU = 0,804275$$

$$RU = 6,3720 = 6,37$$

Jadi, rata-rata ukurnya adalah 6,37.



c.

Pemasukkan buah-buahan (puluhan ton)	Banyaknya hari (frekuensi)	Titik tengah (x)	log x	f log x
95 - 101	1	98	1,991226076	1,991226076
102 - 108	2	105	2,021189299	4,042378598
109 - 115	5	112	2,049218023	10,24609011
116 - 122	15	119	2,075546961	31,13320442
123 - 129	25	126	2,100370545	52,50926363
130 - 136	20	133	2,123851641	42,47703282
137 - 143	12	140	2,146128036	25,75353643
	80			168,1527321

$$\log RU = \frac{1}{n} \sum f \log x$$

$$\log RU = \frac{1}{80} \times 168,1527321 = 2,101909151$$

$$RU = 126,447$$

3. Rata-rata harmonik

Rata-rata harmonik (RH) dari sekumpulan data adalah nilai yang diperoleh dengan membagi banyaknya data dengan jumlah kebalikan dari masing-masing data.

Rata-rata harmonik data tunggal

Untuk data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, maka rata-rata harmonik ditentukan oleh rumus:

$$RH = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

Rata-rata harmonik data berbobot dan data kelompok

Untuk data yang telah tersusun dalam distribusi frekuensi (data berbobot atau data kelompok), rata-rata harmonik ditentukan oleh rumus:

$$RH = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{x_i}} = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}} = \frac{n}{\sum \frac{f}{x}}$$

Keterangan:

RH = rata-rata harmonik

$$\sum f = n = \text{banyaknya data}$$

x = nilai data untuk data berbobot atau titik tengah untuk data kelompok

Contoh soal 15:

Tentukan rata-rata harmonik untuk data berikut!

a. 3, 5, 7, 6, dan 9!

b.

Nilai ulangan	7	6,7	4,5	8,2	6,5
Banyaknya siswa	5	6	3	1	1

c.

Pemasukkan buah-buahan (puluhan ton)	Banyaknya hari (frekuensi)
95 - 101	1
102 - 108	2
109 - 115	5
116 - 122	15
123 - 129	25
130 - 136	20
137 - 143	12

Jawab:

a.
$$RH = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

$$\Leftrightarrow RH = \frac{5}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}}$$

$$\Leftrightarrow RH = \frac{5}{0,333 + 0,200 + 0,143 + 0,167 + 0,111}$$

$$\Leftrightarrow RH = \frac{5}{0,954} = 5,241$$

Jadi, rata-rata harmoniknya adalah 5,241.



b.

Nilai ulangan (x)	Banyaknya siswa (f)	$\frac{f}{x}$
4,5	3	0,667
6,5	1	0,154
6,7	6	0,896
7	5	0,714
8,2	1	0,122
Jumlah	16	2,553

Dari tabel di atas, diperoleh:

$$RH = \frac{n}{\sum \frac{f}{x}} = \frac{16}{2,553} = 6,267 = 6,27$$

Jadi, rata-rata harmoniknya adalah 6,27.

c.

Pemasukkan buah-buahan (puluhan ton)	Banyaknya hari (frekuensi)	x	$\frac{f}{x}$
95 - 101	1	98	0,010
102 - 108	2	105	0,019
109 - 115	5	112	0,045
116 - 122	15	119	0,126
123 - 129	25	126	0,198
130 - 136	20	133	0,150
137 - 143	12	140	0,086
Jumlah	80		0,634

Dari tabel di atas, diperoleh:

$$RH = \frac{n}{\sum \frac{f}{x}} = \frac{80}{0,634} = 126,183$$

Jadi, rata-rata harmoniknya adalah 126,183.

Perhatikan kembali contoh 11, 14.b, dan 15.b! Dari contoh-contoh tersebut diperoleh $\bar{x} = 6,46$; $RU = 6,37$; dan $RH = 6,27$.

Jadi, $RH < RU < \bar{x}$.

Goba buktikan dengan contoh lain!

B. Median

Median (Me) adalah nilai tengah dari sekumpulan data setelah diurutkan dari data terkecil sampai data terbesar, atau sebaliknya.

1. Median data tunggal

Mencari median data tunggal dengan cara mengurutkan data tersebut dari nilai terkecil sampai terbesar atau sebaliknya, kemudian letak median dicari dengan rumus:

$$Me = \frac{1}{2}(n + 1)$$

di mana n = banyaknya data

a. Data ganjil

Data ganjil adalah data dengan banyaknya data ganjil.

Contoh soal 16:

Hitunglah median untuk data: 67, 71, 90, 40, 35, 45, 70, 80, 51.

Langkah-langkah menjawab:

- Urutkan data: 35, 40, 45, 51, 67, 70, 71, 80, 90
- Carilah letak median dengan rumus

$$Me = \frac{1}{2}(n + 1) = \frac{1}{2}(9 + 1) = 5 \text{ (terletak pada data ke-5). Jadi, } Me = 67.$$

b. Data genap

Data genap adalah data dengan banyak data genap.

Contoh soal 17:

Hitunglah median untuk data: 51, 67, 70, 90, 40, 35, 80, 45.

Langkah-langkah menjawab:

- Urutkan data: 35, 40, 45, 51, 67, 70, 80, 90
- Carilah letak median dengan rumus

$$Me = \frac{1}{2}(n + 1) = \frac{1}{2}(8 + 1) = 4,5 \text{ (terletak pada data ke-4,5).}$$

$$\text{Jadi, } Me = \frac{1}{2}(51 + 67) = \frac{118}{2} = 59$$

2. Median data berbobot

Contoh soal 18:

Hasil ulangan matematika 25 siswa kelas XII SMK sebagai berikut.

Nilai	5	6	7	8	9
f	7	3	5	6	4



Tentukan median hasil ulangan matematika tersebut!

Jawab:

Cara I: prinsip sama seperti data tunggal

Data diurutkan terlebih dahulu sebagai berikut.

5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, ..., 9, 9, 9, 9 diperoleh data ganjil.

$$\text{Letak median} = Me = \frac{1}{2}(n+1) = \frac{1}{2}(25+1) = 13$$

Nilai median terletak pada data ke-13, yaitu 7.

Cara II: dengan menggunakan frekuensi kumulatif kurang dari

Nilai (x)	Frekuensi (f)	f_k kurang dari
5	7	7
6	3	10
7	5	15
8	6	21
9	4	25
	$\Sigma = 25$	

→ letak Me

$$\text{Letak median} = \frac{1}{2}(n+1) = \frac{1}{2}(25+1) = 13$$

Nilai median pada data ke-13 (baris ke-3), yaitu 7.

3. Median data kelompok

Untuk menghitung median data kelompok dapat dilakukan dengan 3 cara, yaitu:

1. cara pendekatan dengan kurva ogive;
2. menggunakan histogram;
3. menggunakan rumus.

Contoh soal 19:

Tinggi badan 50 siswa ekskul "PASKIBRA" sebagai berikut.

Tinggi badan (cm)	Banyak siswa (f)
155 - 157	3
158 - 160	17
161 - 163	12
164 - 166	8
167 - 169	6
170 - 172	4

Tentukan median dari data di atas dengan 3 cara!

Jawab:

$$\text{Letak median} = \frac{1}{2}N = \frac{1}{2}50 = 25 \text{ (terletak pada data ke-25)}$$

terletak pada kelas ke-3 (daerah yang diarsir)

$$i = 161 - 158 = 3$$

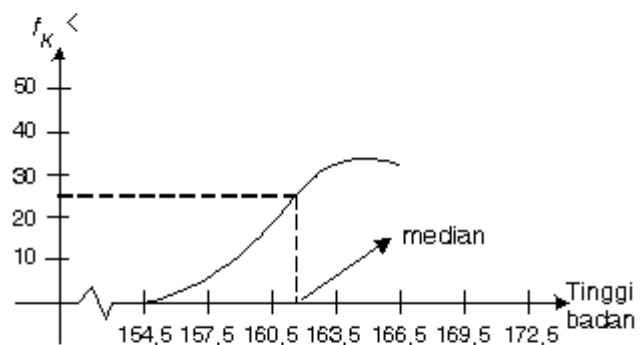
	Tinggi badan (cm)	Banyak siswa (f)	$f_k <$
0	152 - 154	0	0
I	155 - 157	3	3
II	158 - 160	17	20
III	161 - 163	12	32
IV	164 - 166	8	40
V	167 - 169	6	46
VI	170 - 172	4	50

Cara I dengan kurva ogive

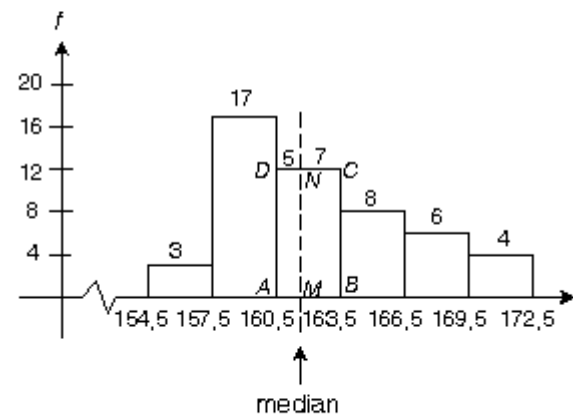
Untuk menggambar kurva ogive gunakan kertas milimeter

$$\text{Letak median} = \frac{1}{2}N = \frac{1}{2}50 = 25$$

Setelah dicari, maka mediannya = 161,7



Cara II dengan histogram



Perhatikan gambar di atas! Garis MN membagi daerah histogram menjadi 2 bagian yang sama luasnya



karena luas daerah persegi panjang itu sebanding dengan frekuensinya. Ini berarti, garis MN membagi luas daerah sebelah kiri = luas daerah sebelah kanan = setengah dari jumlah frekuensi = 25. Jadi, letak median pada kelas ke-3.

Perhatikan $\square AMND$ sebangun dengan $\square MBCN$ sehingga:

$$\frac{\text{Luas } \square AMND}{\text{Luas } \square MBCN} = \frac{5}{7} \text{ dan } \frac{AM}{MB} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow AM = \frac{5}{12} \times AB \text{ (} AB \text{ panjang kelas interval} = 3 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow AM = \frac{5}{12} \times 3 = \frac{15}{12} = 1,25$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, median} &= A + AM = 160,5 + 1,25 \\ &= 161,75. \end{aligned}$$

Cara III dengan rumus

$$Me = L + \left(\frac{\frac{1}{2}n - f_{K_{Me}}}{f_{Me}} \right) i$$

Untuk menggunakan rumus ini, cari dulu letak median!

Keterangan:

- Me = median
- L = tepi bawah kelas median
- $f_{K_{Me}}$ = frekuensi kumulatif sebelum kelas median
- f_{Me} = frekuensi kelas median
- i = panjang kelas interval

$$\text{Letak median} = \frac{1}{2}N = \frac{1}{2}50 = 25$$

Median terletak pada kelas III (daerah yang diarsir)

$$\begin{aligned} Me &= \frac{160 + 161}{2} + \left(\frac{\frac{1}{2}50 - 20}{12} \right) 3 \\ &= 160,5 + \left(\frac{25 - 20}{12} \right) 3 \\ &= 160,5 + \frac{5 \cdot 3}{12} \\ &= 160,5 + 1,25 = 161,75 \end{aligned}$$

Jadi, mediannya adalah 161,75.

C. Modus

Modus dari sekumpulan data adalah data yang sering muncul atau yang mempunyai frekuensi terbanyak. Kadang-kadang dijumpai ada lebih dari satu atau tidak ada modus dalam sekumpulan data.

1. Modus data tunggal

Contoh soal 20:

Tentukan modus dari data berikut!

- a. 2, 3, 5, 4, 5, 5, 2, 3, 5
- b. 5, 2, 4, 3, 7, 6, 8
- c. 7, 6, 5, 6, 8, 9, 5

Jawab:

- a. modus = 5, karena muncul sebanyak 4 kali
- b. modus = tidak ada, karena frekuensinya sama
- c. modus = 5 dan 6, karena masing-masing muncul 2 kali

2. Modus data berbobot

Contoh soal 21:

Tentukan modus dari data berikut!

Nilai	5	6	7	8	9	10
f	3	7	9	4	5	1

Jawab:

Modus = 7, karena mempunyai frekuensi terbanyak.

Contoh soal 22:

Diberikan data penjurusan berdasarkan minat siswa di salah satu SMK di Jakarta disajikan seperti dalam tabel berikut. Tentukan modulusnya!

Program Keahlian	Jumlah peminat
Akuntansi	120
Penjualan	158
Administrasi Perkantoran	80

Jawab:

Modusnya adalah penjualan karena program keahlian ini yang paling banyak diminati, yaitu sebanyak 158 siswa.



3. Modus data kelompok

Dalam menentukan modus data kelompok, dapat dilakukan dengan 3 cara, yaitu:

1. dengan modus kasar, yaitu titik tengah kelas yang memenuhi frekuensi terbanyak;
2. dengan histogram;
3. dengan rumus:

$$Mo = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) i$$

Keterangan:

Mo = modus

L = tepi kelas kelas modus

d_1 = selisih antara frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelumnya

d_2 = selisih antara frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudahnya

i = panjang kelas interval

Contoh soal 23:

Tentukan modus dari data berikut dengan 3 cara!

Pemasukkan buah-buahan (puluhan ton)	Banyaknya hari (frekuensi)
95 - 101	1
102 - 108	2
109 - 115	5
116 - 122	15
123 - 129	25
130 - 136	20
137 - 143	12

Jawab:

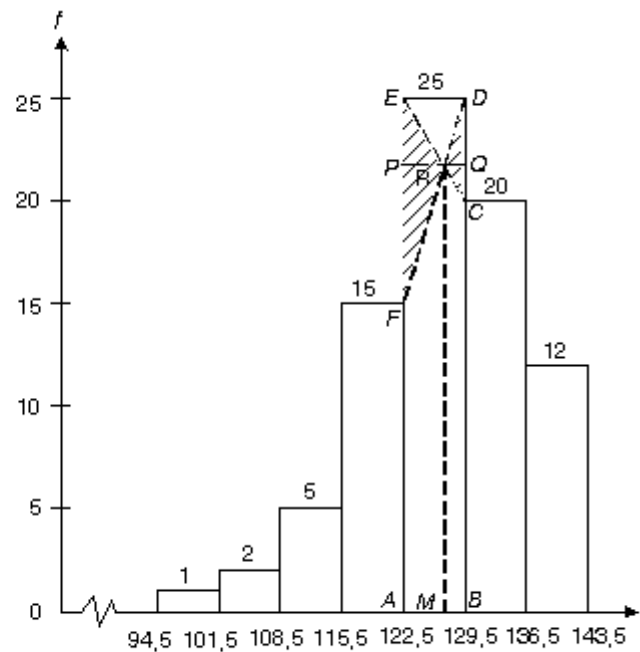
Cara I dengan modus kasar

Frekuensi terbanyak adalah 25, yaitu terletak pada kelas ke-5, maka nilai modulusnya yaitu:

$$Mo = \frac{123 + 129}{2} = 126$$

Cara II dengan histogram

Perhatikan gambar berikut!



$$PR = AM$$

$A = L$ = tepi bawah kelas modus

$$EF = d_1 = AE - AF = 25 - 15 = 10$$

$$CD = d_2 = BD - BC = 25 - 20 = 5$$

$$PQ = AB = i = \text{panjang kelas interval} = 129,5 - 122,5 = 7$$

Perhatikan bangun yang diarsir, yaitu:

$\triangle EFR$ sebangun $\triangle CDR$, sehingga berlaku:

$$\frac{PR}{EF} = \frac{RQ}{CD}$$

$$\frac{PR}{d_1} = \frac{RQ}{d_2}$$

$$\frac{PR \times d_2}{d_1} = RQ, \text{ karena } RQ = PQ - PR = i - PR, \text{ maka}$$

$$\frac{d_2 PR}{d_1} = i - PR$$

$$d_2 PR = i d_1 - d_1 PR$$

$$d_1 PR + d_2 PR = i d_1 \text{ maka } (d_1 + d_2) PR = i d_1$$

$$PR = \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) i$$

atau

$$AM = \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) i$$

$$\text{Jadi, modus } A + AM = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) i$$



$$\begin{aligned}
 Mo &= 122,5 + \left(\frac{10}{10 + 5} \right) 7 \\
 &= 122,5 + \frac{70}{15} \\
 &= 122,5 + 4,67 \\
 &= 127,17
 \end{aligned}$$

Jadi, nilai modusnya adalah 127,17.

Cara III dengan rumus

Pemasukkan buah-buahan (puluhan ton)	Banyaknya hari (frekuensi)
95 - 101	1
102 - 108	2
109 - 115	5
116 - 122	15
123 - 129	25
130 - 136	20
137 - 143	12

Frekuensi terbanyak yaitu 25, maka letak modus pada kelas ke-5 (yang diarsir)

$$\begin{aligned}
 Mo &= L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) i \\
 &= \frac{122 + 123}{2} + \left(\frac{25 - 15}{(25 - 15) + (25 - 20)} \right) 7 \\
 &= 122,5 + \left(\frac{10}{10 + 5} \right) 7 \\
 &= 122,5 + \frac{70}{15} \\
 &= 122,5 + 4,67 \\
 &= 127,17
 \end{aligned}$$

Jadi, nilai modusnya adalah 127,17.

Latihan 5

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

1. Sebutkan yang termasuk ukuran pemusatan data dan jelaskan pengertiannya!
2. Tentukan rata-rata hitung, rata-rata ukur, rata-rata harmonik, dan modus dari data berikut! Apakah $RH < RU < \bar{x}$?

- a. 2, 5, 4, 6, 4, 3, 3
- b. 2, 4, 8, 16, 8, 32
- c. 3, 9, 27, 81

3. Data kendaraan yang sedang parkir di halaman sekolah disajikan dalam tabel berikut.

Jenis kendaraan	Jumlah
Mobil	7
Motor	22
Sepeda	15

Tentukan modus dari data di atas!

4. Rata-rata nilai ulangan matematika 30 siswa kelas XII SMK ALAMANDA adalah 6,5, sedangkan rata-rata nilai ulangan matematika 20 siswa laki-laki adalah 7. Tentukan rata-rata nilai siswa perempuan sekolah tersebut!
5. Tentukan rata-rata hitung, rata-rata ukur, rata-rata harmonis, dan modus dari data berikut! Apakah $RH < RU < \bar{x}$?

Harga buku per eksemplar	Banyaknya pembeli
Rp 3.000	5
Rp 3.500	9
Rp 4.000	12
Rp 4.500	8
Rp 5.000	6

6. Hasil tes uji kompetensi guru matematika SMK tahun 2004 adalah seperti data berikut ini.

Nilai	Banyaknya guru
40 - 49	3
50 - 59	8
60 - 69	12
70 - 79	17
80 - 89	6
90 - 99	4

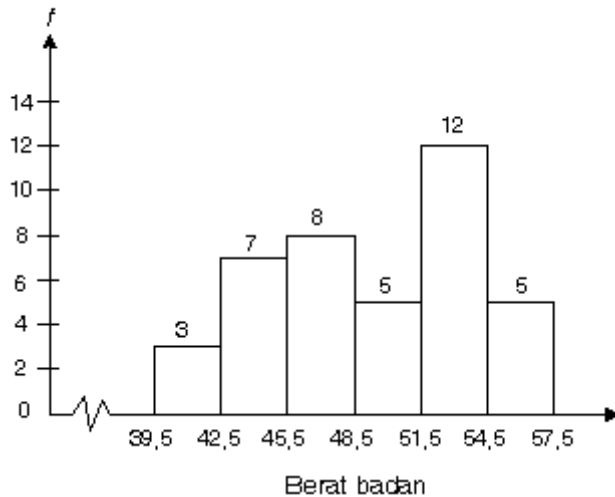
Tentukan:

- a. rata-rata hitung dengan 3 cara;
- b. rata-rata ukur;
- c. rata-rata harmonik;
- d. rata-rata modus dengan 3 cara!

Apakah $RH < RU < \bar{x}$?



7. Tentukan modus dari gambar di bawah ini!



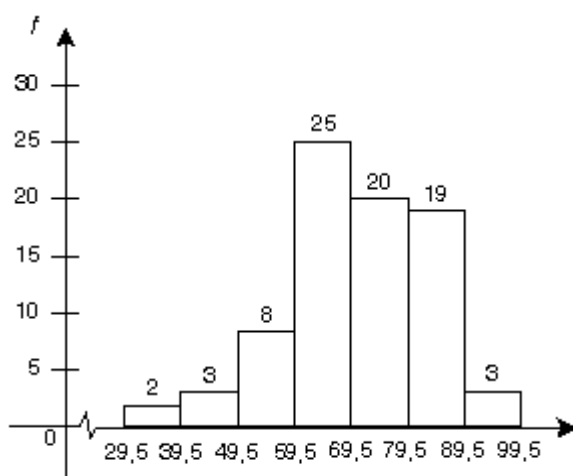
8. Tentukan:
 a. rata-rata hitung;
 b. rata-rata ukur;
 c. rata-rata harmonik;
 d. modus
 dari data di samping!

Nilai	f
90 - 94	4
85 - 89	7
80 - 84	16
75 - 79	20
70 - 74	15
65 - 69	6
60 - 64	2
Jumlah	70

9. Tentukan median dari data berikut!

- 4, 7, 5, 8, 11, 12, 3, 6, 4, 9, 10
- 7, 20, 15, 12, 5, 30, 25, 10, 8, 15

10. Tentukan median dan modus gambar berikut ini!



2.3.2 Kegunaan ukuran pemusatan data

Untuk memahami kegunaan pemusatan data, simaklah contoh-contoh berikut ini!

Contoh soal 24:

- Nilai rata-rata ulangan matematika dari 39 siswa adalah 68. Jika nilai ulangan susulan satu siswa digabung, nilai rata-ratanya menjadi 68,5. Tentukan nilai ulangan matematika siswa yang menyusul tersebut!
- Data di samping adalah nilai ulangan statistik dari 80 siswa. Jika akan diambil 70 siswa yang terbaik, tentukan nilai terendah yang memenuhi syarat!
- Arfen mengendarai sepeda motor dari kota A ke kota B dengan kecepatan 50 km/jam. Selanjutnya, dari kota B Arfen kembali ke kota A dengan kecepatan 100 km/jam. Berapa rata-rata kecepatan sepeda motor Arfen pulang-pergi?

Nilai	f
50 - 54	2
55 - 59	9
60 - 64	15
65 - 69	10
70 - 74	27
75 - 79	10
80 - 84	7
Jumlah	80

Jawab:

- Misal: nilai ulangan siswa yang menyusul P , maka rata-rata ulangan 39 siswa = $\frac{\sum x}{39}$. Sehingga:

$$68 = \frac{\sum x}{39}$$

$$\Leftrightarrow \sum x = 39 \times 68 = 2.652$$

Rata-rata ulangan 40 siswa = $\frac{\sum x + P}{40}$. Sehingga:

$$68,5 = \frac{\sum x + P}{40}$$

$$\Leftrightarrow \sum x + P = 40 \times 68,5 = 2.740$$

$$\Leftrightarrow 2.652 + P = 2.740$$

$$\Leftrightarrow P = 2.740 - 2.652 = 88$$

Jadi, nilai siswa yang menyusul ulangan matematika adalah 88.

- Nilai terendah adalah 30% dari nilai terendah yang tidak diambil (P_{30}).



Nilai	f	$f_k <$
50 - 54	2	2
55 - 59	9	11
60 - 64	15	26
65 - 69	10	36
70 - 74	27	63
75 - 79	10	73
80 - 84	7	80
Jumlah	80	

$$\begin{aligned} \text{Letak } P_{30} &= \text{data ke-} \frac{30 \cdot 80}{100} \\ &= \text{data ke-24} \end{aligned}$$

Sehingga:

$$P_{30} = \frac{59 + 60}{2} + \left(\frac{24 - 11}{15} \right) 5$$

$$\Leftrightarrow P_{30} = 59,5 + \frac{13 \cdot 5}{15}$$

$$\Leftrightarrow P_{30} = 59,5 + \frac{65}{15}$$

$$\Leftrightarrow P_{30} = 59,5 + 4,33 = 63,83$$

Jadi, nilai terendah yang dapat diambil adalah 63,83.

3. Bila dicari dengan rata-rata hitung biasa adalah:

$\frac{1}{2}(50 + 100) = 75$ km/jam. Ini salah, karena jika jarak kota A ke B = 1.000 km maka untuk pergi

diperlukan waktu = $\frac{s}{v} = \frac{1.000}{50} = 20$ jam dan kem-

bali $\frac{1.000}{100} = 10$ jam.

Jadi, pulang pergi perlu waktu 30 jam dan menempuh jarak 2.000 km. Rata-rata kecepatan

jadinya $\frac{2.000}{30}$ km/jam = $66\frac{2}{3}$. Hasil ini tidak

lain adalah rata-rata harmonik RH , yaitu:

$$\frac{2}{\frac{1}{50} + \frac{1}{100}} = \frac{2}{\frac{2+1}{100}} = 2 \times \frac{100}{3} = 2 \times \frac{100}{3} = 66\frac{2}{3}$$

Latihan 6

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

1. Dari 100 orang siswa baru jurusan sekretaris, diukur tingginya sebagai berikut.

Tinggi badan (cm)	Banyak siswa (f)
160 - 162	12
163 - 165	30
166 - 168	25
169 - 171	13
172 - 174	14
175 - 177	6

Ternyata, dari 100 siswa hanya akan diterima 80% saja. Tentukan tinggi minimum yang dapat diterima?

2. Diketahui data A adalah 6, 7, 8, 16, 12 dan data B adalah 26, x , 20, 18. Jika rata-rata B dua kali rata-rata data A, tentukan nilai x !
3. Hasil lomba LKS tingkat wilayah teroat seperti tabel berikut.

Nilai	f
40 - 49	8
50 - 59	5
60 - 69	11
70 - 79	14
80 - 89	8
90 - 99	3
100 - 109	1

Dari hasil ini, akan diambil 25 anak untuk diikuti sertakan ke dalam tingkat selanjutnya. Tentukan jumlah nilai terendah!

4. Jarak antara Jakarta Bandung 180 km. Rudi berangkat menggunakan mobil dari Jakarta ke Bandung dengan kecepatan 80 km/jam. Pulangnya dengan kecepatan 90 km/jam. Hitunglah kecepatan rata-rata pergi pulang!



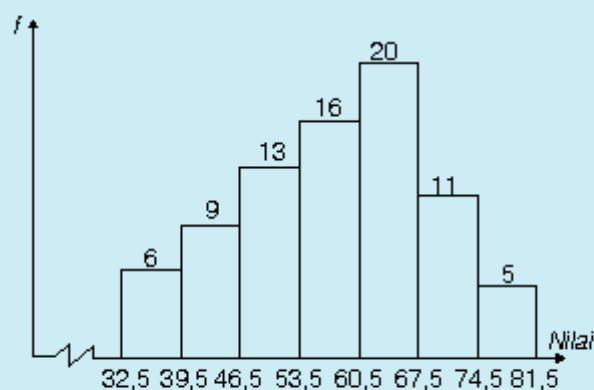
Lembar Tugas 2

- Dari pengelompokan gaji 100 karyawan, tercatat 30 orang mempunyai gaji masing-masing Rp 150.000,00 per bulan, 25 orang gajinya masing-masing Rp 250.000,00 per bulan, 20 orang gajinya masing-masing Rp 350.000,00 per bulan, 15 orang gajinya masing-masing Rp 450.000,00 per bulan, 8 orang gajinya masing-masing Rp 550.000,00 per bulan, dan 2 orang gajinya masing-masing Rp 750.000,00 per bulan. Setelah diselidiki, ternyata rata-rata gaji tiap karyawan terlalu rendah. Maka diputuskan untuk dinaikkan dalam jumlah sama, masing-masing Rp 156.000,00 per bulan. Tentukan rata-rata gaji per bulan untuk tiap karyawan setelah dinaikkan!
- Dari 100 orang peserta tes calon pramugari, diukur tingginya dan didapatkan data seperti yang terlihat pada tabel.

Tinggi (cm)	Frekuensi
150 - 154	5
155 - 159	20
160 - 164	42
165 - 169	26
170 - 174	7

Ternyata, dari 100 peserta tes hanya akan diterima sebanyak 25% saja, untuk kebutuhan perusahaan. Tentukan tinggi minimum yang dapat diterima!

- Perhatikan gambar berikut!



- Hitunglah: a. Median (Me);
b. Modus (Mo)!

2.4 Menentukan Ukuran Penyebaran Data

Pada subbab yang lalu, telah dipelajari mengenai ukuran pemusatan atau tendensi sentral, yang meliputi mean, median, dan modus. Pada ukuran tersebut, belum mewakili data yang bersifat heterogen. Oleh karena itu, masih diperlukan ukuran yang lain, yang dapat dipakai untuk mengetahui sejauh mana penyebaran data yang ada. Ukuran seperti ini disebut dengan ukuran penyebaran data atau *measurement of dispersion*.

Ada beberapa macam ukuran penyebaran data, antara lain:

- range (jangkauan);
- simpangan rata-rata;
- simpangan baku (standar deviasi) dan variansi;
- jangkauan semi interkuartil;
- jangkauan persentil;
- nilai standar (angka baku/*Z-score*);
- koefisien variasi.

2.4.1 Range (jangkauan)

Jangkauan atau Range atau rentang suatu data adalah selisih antara nilai tertinggi dengan nilai terendah.

Keterangan:

$$R = x_{\text{mak}} - x_{\text{min}}$$

R = Range (jangkauan)

x_{mak} = Nilai maksimum suatu data

x_{min} = Nilai minimum suatu data

Contoh soal 25:

- Untuk data tunggal: 2, 4, 3, 10, 4, 5, 6

$$\begin{aligned} \text{Maka Range} &= x_{\text{mak}} - x_{\text{min}} \\ &= 10 - 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

- Untuk data kelompok ada 2 macam:

- Range = selisih antara titik tengah kelas yang tertinggi dengan titik tengah kelas yang terendah.
- Range = selisih antara tepi kelas atas dari kelas yang tertinggi dengan tepi kelas bawah kelas yang terendah.

Contoh:

Lihat tabel distribusi frekuensi sebagai berikut!



Kelas	f	Titik Tengah
50 - 59	5	54,5
60 - 69	8	64,5
70 - 79	10	74,5
80 - 89	15	84,5
90 - 99	7	94,5

Maka:

Cara 1: Range = 94,5 - 54,5 = 40

Cara 2: Range = 99,5 - 49,5 = 50

Catatan: Cara 2 lebih baik dan lebih banyak dipakai untuk mencari range, sebab cara 1 cenderung kekal yang ekstrim sehingga kurang baik.

2.4.2 Simpangan rata-rata

Simpangan rata-rata adalah ukuran dispersi yang menyatakan penyebaran nilai-nilai (data) terhadap rata-ratanya.

A. Data tunggal

Rumus:
$$SR = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Keterangan:

SR = simpangan rata-rata

x_i = data ke- i

\bar{x} = mean

n = banyaknya data

$| |$ = lambang harga mutlak

Contoh soal 26:

Tentukan simpangan rata-rata dari data 3, 4, 5, 6, 7!

Jawab:

$$\bar{x} = \frac{3 + 4 + 5 + 6 + 7}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$SR = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$\Leftrightarrow SR = \frac{|3 - 5| + |4 - 5| + |5 - 5| + |6 - 5| + |7 - 5|}{5}$$

$$\Leftrightarrow SR = \frac{|-2| + |-1| + |0| + |1| + |2|}{5}$$

$$\Leftrightarrow SR = \frac{2 + 1 + 0 + 1 + 2}{5}$$

$$\Leftrightarrow SR = \frac{6}{5}$$

Jadi, $SR = 1\frac{1}{5}$

B. Data berbobot

Rumus:
$$SR = \frac{\sum_{i=1}^n f_i |x_i - \bar{x}|}{N}$$

di mana:

$$N = \sum_{i=1}^n f_i$$

x_i = data ke- i

Contoh soal 27:

Tentukan simpangan rata-rata dari data berbobot berikut!

Nilai	f
3	2
4	8
5	10
6	16
7	4

Jawab:

Nilai	f	$f_i x_i$	\bar{x}	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
3	2	6	5,3	2,3	4,6
4	8	32		1,3	10,4
5	10	50		0,3	3,0
6	16	96		0,7	11,2
7	4	28		1,7	6,8
Σ	40	212			36

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{f_i} = \frac{212}{40} = 5,3$$

$$SR = \frac{\sum_{i=1}^n f_i |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{36}{40} = 0,9$$



C. Data kelompok

Rumus:

$$SR = \frac{\sum_{i=1}^n f_i |x_i - \bar{x}|}{N}$$

x_i = nilai tengah kelas interval ke- i

Contoh soal 28:

Tentukan simpangan rata-rata dari data kelompok berikut!

Nilai	f
50 - 59	8
60 - 69	10
70 - 79	16
80 - 89	11
90 - 99	5

Jawab:

Nilai	f	x_i	$f_i x_i$	\bar{x}	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
50 - 59	8	54,5	436	73,5	19	152
60 - 69	10	64,5	645		9	90
70 - 79	16	74,5	1.192		1	16
80 - 89	11	84,5	929,5		11	121
90 - 99	5	94,5	472,5		21	105
Σ	50		3.675			484

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{f_i} = \frac{3.675}{50} = 73,5$$

$$SR = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{484}{50} = 9,68$$

2.4.3 Simpangan baku (standar deviasi) dan variansi

Simpangan baku (standar deviasi) dari sekumpulan data adalah akar dari jumlah deviasi kuadrat dari sekumpulan data itu dibagi dengan banyaknya data. Sedangkan variansi adalah kuadrat dari simpangan baku (standar deviasi).

A. Data tunggal

Rumus:

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

Variansi:

$$SD^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Keterangan:

SD = simpangan baku (standar deviasi)

x_i = data ke- i

\bar{x} = mean

N = banyaknya data

Contoh soal 29:

Tentukan simpangan baku dari data 3, 4, 5, 6, dan 7!

Jawab:

$$\bar{x} = \frac{3+4+5+6+7}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{\frac{(3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2}{5}}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{\frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2}{5}}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{\frac{4+1+0+1+4}{5}}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2} = 1,41$$

Sedangkan variansinya $SD^2 = 1,41^2 = 2$

B. Data berbobot

Rumus:

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

Variansi:

$$SD^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}$$



Keterangan:

- SD = simpangan baku (standar deviasi)
- x_i = data ke- i
- \bar{x} = mean
- f_i = frekuensi ke- i
- N = banyaknya data

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i}{N}\right)^2}$$

Contoh soal 30:

Tentukan standar deviasi dari data berikut!

Nilai	f
3	2
4	8
5	10
6	16
7	4

Jawab:

Nilai	f_i	$f_i x_i$	\bar{x}	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
3	2	6	5,3	-2,3	5,29	10,58
4	8	32		-1,3	1,69	13,52
5	10	50		-0,3	0,09	0,9
6	16	96		0,7	0,49	7,84
7	4	28		1,7	2,89	11,56
Σ	40	212				44,4

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{f_i} = \frac{212}{40} = 5,3$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{\frac{44,4}{40}} = \sqrt{1,11} = 1,054$$

Jadi, standar deviasinya adalah 1,054 dan nilai variansinya $SD^2 = 1,054^2 = 1,11$.

C. Data kelompok

Rumus: $SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}\right)^2}$$

Keterangan:

- SD = simpangan baku (standar deviasi)
- x_i = data ke- i
- \bar{x} = mean
- f_i = frekuensi ke- i
- N = banyaknya data
- d_i = simpangan ke- $i = x_i - \bar{x}$
- c = interval kelas ke- i
- $u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{c} = \frac{d_i}{c}$
- u_i = koding/kode ke- i

$$\Leftrightarrow SD = c \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i u_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i u_i}{N}\right)^2}$$

Contoh soal 31:

Tentukan nilai standar deviasi dan nilai variansi dari data dalam tabel distribusi sebagai berikut:

Nilai	f_i
50 - 59	8
60 - 69	10
70 - 79	16
80 - 89	11
90 - 99	5

Jawab:

Cara I:

Nilai	f_i	x_i	$f_i x_i$	\bar{x}	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
50 - 59	8	54,5	436	73,5	-19	361	2.888
60 - 69	10	64,5	645		-9	81	810
70 - 79	16	74,5	1.192		1	1	16
80 - 89	11	84,5	929,5		11	121	1.331
90 - 99	5	94,5	472,5		21	441	2.205
Σ	50		3.675				7.250



$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{f_i} = \frac{3.675}{50} = 73,50$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{7.250}{50}} = \sqrt{145} = 12,042$$

Jadi, $SD = 12,042$.

Variansinya adalah $SD^2 = (12,042)^2 = 145$.

Cara II

Nilai	f_i	x_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
50 - 59	8	54,5	436	23.762
60 - 69	10	64,5	645	41.602,5
70 - 79	16	74,5	1.192	88.804
80 - 89	11	84,5	929,5	78.542,75
90 - 99	5	94,5	472,5	44.651,25
Σ	50		3.675	277.362,5

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{\frac{277.362,50}{50} - \left(\frac{3.675}{50}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{5.547,25 - (73,50)^2}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{5.547,25 - 5.402,25}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{145} = 12,042$$

Jadi, standar deviasinya = 12,042 dan variansinya

$$SD^2 = (12,042)^2 = 145.$$

Cara III dengan menggunakan rata-rata sermentara (A). diambil $A = 74,5$

Nilai	f_i	x_i	$d = x_i - A$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
50 - 59	8	54,5	-20	-160	3.200
60 - 69	10	64,5	-10	-100	1.000
70 - 79	16	74,5	0	0	0
80 - 89	11	84,5	10	110	1.100
90 - 99	5	94,5	20	100	2.000
Σ	50			-60	7.300

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i}{N}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{\frac{7.300}{50} - \left(\frac{-60}{50}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{146 - (-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{146 - 1}$$

$$\Leftrightarrow SD = \sqrt{145} = 12,042$$

Jadi, standar deviasi = 12,042 dan variansinya

$$SD^2 = (12,042)^2 = 145.$$

Cara IV dengan menggunakan cara coding.

Nilai	f_i	x_i	u_i	$f_i u_i$	$f_i u_i^2$
50 - 59	8	54,5	-2	-16	32
60 - 69	10	64,5	-1	-10	10
70 - 79	16	74,5	0	0	0
80 - 89	11	84,5	1	11	11
90 - 99	5	94,5	2	10	20
Σ	50			-5	73



$$SD = \sigma \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i u_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i u_i}{N}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow SD = 10 \cdot \sqrt{\frac{73}{50} - \left(\frac{-5}{50}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow SD = 10 \cdot \sqrt{1,46 - (-0,1)^2}$$

$$\Leftrightarrow SD = 10 \cdot \sqrt{1,46 - 0,01}$$

$$\Leftrightarrow SD = 10 \cdot \sqrt{1,45} = 10 \cdot 1,2042 = 12,042$$

Jadi, standar deviasi (SD) = 12,042 dan variansinya

$$SD^2 = (12,042)^2 = 1,45.$$

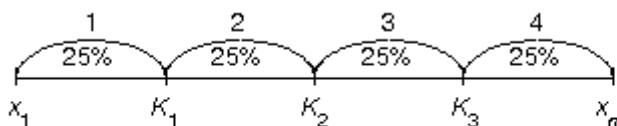
2.4.4 Jangkauan semi interkuartil

Sebelum kita membahas mengenai jangkauan semi interkuartil, terlebih dahulu kita bahas mengenai pengertian kuartil.

A. Kuartil

Kuartil adalah data yang terbagi menjadi empat bagian yang sama besar atau sama panjang, jika data diurutkan dari data terkecil sampai data terbesar.

Dengan garis bilangan, dapat ditunjukkan sebagai berikut.



Keterangan:

- x_1 = data terkecil
- K_1 = kuartil bawah (kuartil pertama)
- K_2 = kuartil tengah (kuartil kedua = median)
- K_3 = kuartil atas (kuartil ketiga)
- x_n = data terbesar

Dari garis bilangan yang menyatakan barisan data, dapat dikatakan:

$$25\% \text{ data} \leq K_1 \text{ atau } 75\% \text{ data} \geq K_1$$

$$50\% \text{ data} \leq K_2 \text{ atau } 50\% \text{ data} \geq K_2$$

$$75\% \text{ data} \leq K_3 \text{ atau } 25\% \text{ data} \geq K_3$$

Jangkauan antarkuartil disebut juga hamparan (H).
Dirumuskan:

$$H = K_3 - K_1$$

Jangkauan semi interkuartil atau simpangan kuartil adalah setengah dari jangkauan antarkuartil.

Dirumuskan:

$$K_d = \frac{1}{2}(K_3 - K_1)$$

Keterangan:

- K_d = jangkauan semi interkuartil (simpangan kuartil)
- K_1 = kuartil bawah
- K_3 = kuartil atas

1. Kuartil data tunggal dan data berbobot

Setelah data diurutkan, cari letak kuartilnya terlebih dahulu setelah itu baru dicari nilainya.

Rumus letak kuartil:

$$\text{Letak } K_i = \text{data ke-} \frac{i(n+1)}{4}$$

Keterangan:

- n = banyaknya data
- i = 1, 2, dan 3
- K_i = kuartil ke- i

Contoh soal 32:

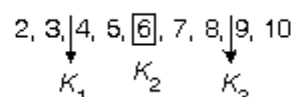
Tentukan kuartil bawah (K_1), kuartil tengah (K_2), kuartil atas (K_3), dan jangkauan semi interkuartilnya (K_d) dari data berikut!

- a. 6, 4, 5, 7, 2, 3, 10, 9, 8
- b.

Nilai	5	6	7	8	9
f	7	3	5	6	4

Jawab:

- a. Langkah-langkah:
 1. mengurutkan data dari kecil ke besar.





2. mencari letak K_1 , K_2 , dan K_3 dengan rumus

$$K_i = \frac{i(n+1)}{4}, \text{ kemudian nilainya.}$$

$$\diamond \text{ Letak } K_1 = \frac{1(n+1)}{4} = \frac{1(9+1)}{4} = \frac{1 \cdot 10}{4} = \frac{10}{4} = 2,5$$

Artinya, K_1 terletak pada data ke-2,5.

$$\begin{aligned} \text{Nilai } K_1 &= \text{data ke-2} + 0,5 (\text{data ke-3} - \text{data ke-2}) \\ &= 3 + 0,5 (4 - 3) \\ &= 3 + 0,5 (1) = 3 + 0,5 = 3,5 \end{aligned}$$

Jadi, nilai kuartil bawah (K_1) adalah 3,5.

$$\diamond \text{ Letak } K_2 = \frac{2(n+1)}{4} = \frac{2(9+1)}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

Artinya, K_2 terletak pada data ke-5.

Jadi, nilai kuartil tengah (K_2) adalah 6.

$$\diamond \text{ Letak } K_3 = \frac{3(n+1)}{4} = \frac{3(9+1)}{4} = \frac{3 \cdot 10}{4} = \frac{30}{4} = 7,5$$

Artinya, K_3 terletak pada data ke-7,5.

$$\begin{aligned} \text{Nilai } K_3 &= \text{data ke-7} + 0,5 (\text{data ke-8} - \text{data ke-7}) \\ &= 8 + 0,5 (9 - 8) \\ &= 8 + 0,5 (1) = 8 + 0,5 = 8,5 \end{aligned}$$

Jadi, nilai kuartil atas (K_3) adalah 8,5.

$$K_d = \frac{1}{2}(K_3 - K_1) = \frac{1}{2}(8,5 - 3,5) = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2,5$$

Jadi, jangkauan semi interkuartil (K_d) adalah 2,5.

b. Langkah-langkah:

- Membuat tabel seperti berikut.

Nilai	5	6	7	8	9
f	7	3	5	6	4
$f_k <$	7	10	15	21	25

\uparrow \uparrow \uparrow
 K_1 K_2 K_3

- Mencari letak $K_i = \frac{i(n+1)}{4}$, lalu nilai K_i

$$\diamond \text{ Letak } K_1 = \text{data ke-} \frac{1(25+1)}{4} = \text{data ke-} \frac{26}{4} = \text{data ke-6,5}$$

maka nilai kuartil bawah (K_1) adalah 5.

$$\diamond \text{ Letak } K_2 = \text{data ke-} \frac{2(25+1)}{4} = \text{data ke-} \frac{26 \cdot 13}{2} = \text{data ke-13}$$

maka nilai kuartil bawah (K_2) adalah 7.

$$\diamond \text{ Letak } K_3 = \text{data ke-} \frac{3(25+1)}{4} = \text{data ke-} \frac{3 \cdot 26}{4} = \text{data ke-19,5}$$

maka nilai kuartil bawah (K_3) adalah 8.

$$K_d = \frac{1}{2}(K_3 - K_1) = \frac{1}{2}(8 - 5) = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1,5$$

Jadi, jangkauan semi interkuartil (K_d) adalah 1,5.

2. Kuartil data kelompok

Untuk data kelompok maka dirumuskan sebagai berikut.

$$K_i = L_i + \left(\frac{\frac{i}{4}N - F_{K_i}}{f_{K_i}} \right) c$$

Keterangan:

K_i = kuartil ke- i

i = 1, 2, dan 3

L_i = tepi bawah kelas kuartil ke- i

N = banyaknya data

F_{K_i} = frekuensi kumulatif sebelum kuartil ke- i

f_{K_i} = frekuensi kuartil ke- i

c = interval kelas

Contoh soal 33:

Diketahui tabel distribusi frekuensi sebagai berikut.

Nilai	f
50 - 59	8
60 - 69	10
70 - 79	16
80 - 89	11
90 - 99	5
Jumlah	50



Tentukan:

- Kuartil bawah (K_1);
- Kuartil tengah (K_2);
- Kuartil atas (K_3);
- Jangkauan semi interkuartil (K_d)

Jawab:

Terlebih dahulu dibuat tabel distribusi frekuensi kumulatif kurang dari.

Nilai	$f_k <$	No.	Nilai	f	$f_k <$
<49,5	0		... <49,5		0
<59,5	8	1.	49,5 - 59,5	8	8
<69,5	18	2.	59,5 - 69,5	10	18
<79,5	34	3.	69,5 - 79,5	16	34
<89,5	45	4.	79,5 - 89,5	11	45
<99,5	50	5.	89,5 - 99,5	5	50
				50	

Letak K_i diurutan data ke- $\frac{i}{4}N$

$$\text{Letak } K_1 = \frac{1}{4}n = \frac{1}{4}(50) = 12,5$$

Nilai K_1 berada pada kelas ke-2

$$\text{Letak } K_2 = \frac{1}{2}n = \frac{1}{2}(50) = 25$$

Nilai K_2 berada pada kelas ke-3

$$\text{Letak } K_3 = \frac{3}{4}n = \frac{3}{4}(50) = 37,5$$

Nilai K_3 berada pada kelas ke-4

$$\text{a. } K_1 = L_1 + \frac{\frac{1}{4}N - F_{K_1}}{f_{K_1}}c$$

$$\Leftrightarrow K_1 = 59,5 + \frac{\frac{1}{4}50 - 8}{10}10$$

$$\Leftrightarrow K_1 = 59,5 + 4,5$$

$$\Leftrightarrow K_1 = 64$$

Jadi, kuartil bawahnya adalah 64.

$$\text{b. } K_2 = L_2 + \frac{\frac{1}{2}N - F_{K_2}}{f_{K_2}}c$$

$$\Leftrightarrow K_2 = 69,5 + \frac{\frac{1}{2}50 - 18}{16}10$$

$$\Leftrightarrow K_2 = 69,5 + \frac{7}{16}10$$

$$\Leftrightarrow K_2 = 69,5 + 4,38 = 73,88$$

Jadi, kuartil tengahnya adalah 73,88.

$$\text{c. } K_3 = L_3 + \frac{\frac{3}{4}N - F_{K_3}}{f_{K_3}}c$$

$$\Leftrightarrow K_3 = 79,5 + \frac{\frac{3}{4}50 - 34}{11}10$$

$$\Leftrightarrow K_3 = 79,5 + \frac{3,5}{11}10$$

$$\Leftrightarrow K_3 = 79,5 + 3,18 = 82,68$$

Jadi, kuartil atasnya adalah 82,68.

d. Jangkauan semi interkuartilnya

$$K_d = \frac{1}{2}(K_3 - K_1)$$

$$= \frac{1}{2}(82,68 - 64)$$

$$= \frac{1}{2}(18,68) = 9,34$$

Jadi, Jangkauan semi interkuartilnya adalah 9,34.

B. Desil

Desil adalah data yang terbagi menjadi sepuluh bagian yang sama besar jika data diurutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar.

Desil dilambangkan D_i ($D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
x_1	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	x_n

D_1 = desil pertama

D_2 = desil ke dua

D_3 = desil ke tiga

...

...

...

D_9 = desil ke sembilan

**1. Desil data tunggal dan data berbobot**

Untuk data tunggal, letak nilai desil ditentukan terlebih dahulu, setelah itu, baru mencari nilainya.

Letak desil tersebut dirumuskan sebagai berikut.

$$\text{Letak } D_i = \text{data ke } - \frac{i(n+1)}{10}$$

Keterangan:

- D_i = desil ke- i
 i = 1, 2, 3, ..., dan 9
 n = banyaknya data

Contoh soal 34:

Diketahui data: 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 12.

Tentukan:

- Desil ke satu (D_1)
- Desil ke tiga (D_3)
- Desil ke enam (D_6)

Jawab:

$$\text{a. Letak } D_1 = \frac{(n+1)}{10} = \frac{(10+1)}{10} = \frac{11}{10} = 1,1$$

$$D_1 = \text{data ke-1} + 0,1 (\text{data ke-2} - \text{data ke-1})$$

$$D_1 = 2 + 0,1(4-2) = 2 + 0,1(2) = 2 + 0,2 = 2,2$$

$$\text{b. Letak } D_3 = \frac{3(n+1)}{10} = \frac{3(10+1)}{10} = \frac{33}{10} = 3,3$$

$$D_3 = \text{data ke-3} + 0,3 (\text{data ke-4} - \text{data ke-3})$$

$$D_3 = 5 + 0,3(6-5) = 5 + 0,3(1) = 5,3$$

$$\text{c. Letak } D_6 = \frac{6(n+1)}{10} = \frac{6(10+1)}{10} = \frac{66}{10} = 6,6$$

$$D_6 = \text{data ke-6} + 0,6 (\text{data ke-7} - \text{data ke-6})$$

$$D_6 = 9 + 0,6(10-9) = 9 + 0,6(1) = 9 + 0,6 = 9,6$$

Contoh soal 35:

Tentukan D_2 , D_5 , dan D_7 dari data berikut!

Nilai	5	6	7	8	9
f	7	3	5	6	4

Jawab:

Langkah-langkah:

- Membuat tabel seperti berikut.

Nilai	5	6	7	8	9
f	7	3	5	6	4
$f_k <$	7	10	15	21	25

\uparrow \uparrow \uparrow
 D_2 D_5 D_7

- Mencari letak $D_i = \text{data ke } - \frac{i(n+1)}{10}$, kemudian nilai D_i .

$$\begin{aligned} \diamond \text{ Letak } D_2 &= \text{data ke } - \frac{2(n+1)}{10} = \text{data ke } - \frac{2(25+1)}{10} \\ &= \text{data ke } - \frac{2 \cdot 26}{10} = \text{data ke } - \frac{52}{10} \\ &= \text{data ke } -5,2 \end{aligned}$$

Berdasarkan tabel di atas, nilai D_2 , yaitu 5.

Atau jika data diurut 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, ..., 9, 9, 9, 9, maka

$$\begin{aligned} \text{Nilai } D_2 &= \text{data ke-5} + \text{data } 0,2 (\text{data ke-6} - \text{data ke-5}) \\ &= 5 + 0,2 (5 - 5) \\ &= 5 + 0,2 \cdot 0 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond \text{ Letak } D_5 &= \text{data ke } - \frac{5(n+1)}{10} \\ &= \text{data ke } - \frac{5(25+1)}{10} \\ &= \text{data ke } - \frac{5 \cdot 26}{10} \\ &= \text{data ke } - \frac{130}{10} \\ &= \text{data ke } -13 \end{aligned}$$

Nilai $D_5 = 7$. Ternyata, $D_5 = Me = K_2 = 7$

$$\begin{aligned} \diamond \text{ Letak } D_7 &= \text{data ke } - \frac{7(n+1)}{10} \\ &= \text{data ke } - \frac{7(25+1)}{10} \end{aligned}$$



$$= \text{data ke-} \frac{7 \cdot 26}{10}$$

$$= \text{data ke-} \frac{182}{10}$$

$$= \text{data ke-} 18,2$$

Berdasarkan tabel di atas nilai D_7 , yaitu 8.

Atau jika data diurut 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, ..., 9, 9, 9, 9, maka

$$\text{Nilai } D_7 = \text{data ke-} 18 + \text{data } 0,2 (\text{data ke-} 19 - \text{data ke-} 18)$$

$$= 8 + 0,2 (8 - 8)$$

$$= 8 + 0,2 \cdot 0$$

$$= 8$$

2. Desil data kelompok

Untuk data kelompok, rumusnya mirip seperti untuk mencari kuartil, yaitu:

$$D_i = L_i + \frac{\frac{i}{10} N - F_{K_i}}{f_{D_i}} c$$

Keterangan:

D_i = desil ke- i

i = 1, 2, 3, 4, ..., dan 9

L_i = tepi bawah kelas desil ke- i

N = banyaknya data

F_{K_i} = frekuensi kumulatif sebelum desil ke- i

f_{D_i} = frekuensi desil ke- i

c = interval kelas

Contoh soal 36:

Diketahui tabel distribusi frekuensi sebagai berikut.

Nilai	f
50 - 59	8
60 - 69	10
70 - 79	16
80 - 89	11
90 - 99	5
Jumlah	50

Tentukan:

- desil ke-2;
- desil ke-8!

Jawab:

Terlebih dahulu dibuat tabel kumulatif kurang dari.

Nilai	$f_K <$	No.	Nilai	f	$f_K <$
< 49,5	0				0
< 59,5	8	1.	49,5 - 59,5	8	8
< 69,5	18	2.	59,5 - 69,5	10	18
< 79,5	34	3.	69,5 - 79,5	16	34
< 89,5	45	4.	79,5 - 89,5	11	45
< 99,5	50	5.	89,5 - 99,5	5	50
				50	

Letak D_i diurutan data ke- $\frac{i}{10} N$

$$\text{a. Letak } D_2 = \frac{2}{10} (50) = 10$$

Nilai D_2 berada pada kelas ke-2

$$\text{Nilai } D_2 = L_2 + \frac{\frac{2}{10} N - F_{K_2}}{f_{D_2}} c$$

$$\Leftrightarrow D_2 = 59,5 + \frac{\frac{2}{10} (50) - 8}{10} 10$$

$$\Leftrightarrow D_2 = 59,5 + \frac{2}{10} 10$$

$$\Leftrightarrow D_2 = 59,5 + 2 = 61,5$$

Jadi, nilai desil ke-2 adalah 61,5.

$$\text{b. Letak } D_8 = \frac{8}{10} (50) = 40$$

Nilai D_8 berada pada kelas ke-4

$$\text{Nilai } D_8 = L_8 + \frac{\frac{8}{10} N - F_{K_8}}{f_{D_8}} c$$

$$\Leftrightarrow D_8 = 79,5 + \frac{\frac{8}{10} (50) - 34}{11} 10$$

$$\Leftrightarrow D_8 = 79,5 + \frac{6}{11} 10$$

$$\Leftrightarrow D_8 = 79,5 + 5,45 = 84,95$$

Jadi, nilai desil ke-8 adalah 84,95.



2.4.5 Jangkauan persentil

Sebelum kita membahas masalah jangkauan persentil, terlebih dahulu akan dibahas mengenai persentil.

Persentil adalah data yang terbagi menjadi 100 bagian yang sama besar atau sama panjang setelah data diurutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar.

Persentil dilambangkan dengan P_i ($P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$).

P_1 = persentil pertama

P_2 = persentil ke dua

P_3 = persentil ke tiga

⋮

⋮

P_{99} = persentil ke sembilan puluh sembilan

Sedangkan jangkauan persentil adalah selisih antara persentil ke-90 dengan persentil ke-10.

$$\text{Jangkauan persentil} = P_{90} - P_{10}$$

1. Persentil data tunggal dan data berbobot

Letak persentil ditentukan dengan rumus:

$$\text{Letak } P_i = \text{data ke-} \frac{i(n+1)}{100}$$

Keterangan:

n = banyaknya data

$i = 1, 2, 3, \dots, \text{ dan } 99$

Contoh soal 37:

Tentukan P_{10} , P_{50} , dan P_{90} dari data berikut ini.

a. 67, 71, 90, 40, 35, 45, 70, 80, 51

b.

Nilai	5	6	7	8	9
f	7	3	5	6	4

Jawab:

a. Data: 67, 71, 90, 40, 35, 45, 70, 80, 51

Langkah-langkah:

- Data diurutkan

35, 40, 45, 51, 67, 70, 71, 80, 90

- Mencari letak persentil 10, persentil 50, dan persentil 90 dengan rumus letak $P_i = \text{data}$

ke- $\frac{i(n+1)}{100}$, kemudian nilainya.

$$\text{Letak } P_{10} = \text{data ke-} \frac{10(9+1)}{100}$$

$$= \text{data ke-} \frac{10 \cdot 10}{100}$$

$$= \text{data ke-1}$$

$$\text{Maka nilai } P_{10} = 35$$

$$\text{Letak } P_{50} = \text{data ke-} \frac{50(9+1)}{100}$$

$$= \text{data ke-} \frac{50 \cdot 10}{100}$$

$$= \text{data ke-5}$$

$$\text{Maka nilai } P_{50} = 67$$

$$\text{Letak } P_{90} = \text{data ke-} \frac{90(9+1)}{100}$$

$$= \text{data ke-} \frac{90 \cdot 10}{100}$$

$$= \text{data ke-9}$$

$$\text{Maka nilai } P_{90} = 90$$

$$\text{Jangkauan persentil} = P_{90} - P_{10} = 90 - 35 = 55$$

b.

Nilai	5	6	7	8	9
f	7	3	5	6	4
$f_k <$	7	10	15	21	25

$$\text{Letak } P_i = \text{data ke-} \frac{i(n+1)}{100}$$

$$\text{Letak } P_{10} = \text{data ke-} \frac{10(25+1)}{100}$$

$$= \text{data ke-} \frac{26}{10}$$

$$= \text{data ke-2,6}$$

$$\text{Maka nilai } P_{10} = 5$$

$$\text{Letak } P_{50} = \text{data ke-} \frac{50(25+1)}{100}$$

$$= \text{data ke-} \frac{26}{2} = \text{data ke-13}$$



Maka nilai $P_{50} = 7$

$$\begin{aligned} \text{Letak } P_{90} &= \text{data ke-} \frac{9\beta'(25+1)}{10\beta'} \\ &= \text{data ke-} \frac{9 \cdot 26}{10} \\ &= \text{data ke-} \frac{234}{10} \\ &= \text{data ke-} 23,4 \end{aligned}$$

Maka nilai $P_{90} = 9$

$$\text{Jangkauan persentil} = P_{90} - P_{10} = 9 - 5 = 4$$

2. Persentil data kelompok

Untuk menentukan persentil data kelompok/data yang berbentuk distribusi frekuensi, pada prinsipnya sama dengan menentukan desil, kuartil, maupun median. Kalau median membagi data menjadi 2 bagian yang sama, kuartil mencari nilai yang membagi data menjadi 4 bagian yang sama, desil membagi data menjadi 10 bagian yang sama, sedangkan persentil membagi data menjadi 100 bagian yang sama.

Nilai persentil data kelompok dirumuskan sebagai berikut:

$$P_i = L_i + \frac{\frac{i}{100}N - F_{K_i}}{f_{P_i}} \cdot c$$

Keterangan:

- P_i = persentil ke- i
- i = 1, 2, 3, 4, ..., 99
- L_i = tepi bawah kelas persentil ke- i
- N = banyaknya data/jumlah frekuensi
- F_{K_i} = frekuensi kumulatif sebelum persentil ke- i
- f_{P_i} = frekuensi persentil ke- i
- c = interval kelas

Contoh soal 38:

Diketahui distribusi frekuensi seperti pada tabel di bawah ini.

Nilai	f
50 - 59	8
60 - 69	10
70 - 79	16
80 - 89	11
90 - 99	5
Jumlah	50

Tentukan:

- a. Persentil ke-10 (P_{10})
- b. Persentil ke-90 (P_{90})
- c. Jangkauan persentil

Jawab:

Terlebih dahulu dibuat tabel kumulatif kurang dari.

Nilai	$f_K <$
49,5	0
59,5	8
69,5	18
79,5	34
89,5	45
99,5	50

$\rightarrow P_{10}$
 $\rightarrow P_{90}$

Letak P_i diurutkan data ke- $\frac{i}{100}N$

a. Letak $P_{10} = \frac{10}{100}(50) = 5$

Nilai P_{10} berada pada kelas ke-1

$$\text{Nilai } P_{10} = L_{10} + \frac{\frac{10}{100}N - F_{K_{10}}}{f_{P_{10}}} \cdot c$$

$$\Leftrightarrow P_{10} = 49,5 + \frac{\frac{10}{100}(50) - 0}{8} \cdot 10$$

$$\Leftrightarrow P_{10} = 49,5 + \frac{50}{8}$$

$$\Leftrightarrow P_{10} = 49,5 + 6,25$$

$$\Leftrightarrow P_{10} = 55,75$$

Jadi, persentil ke-10 adalah 55,75.

b. Letak $P_{90} = \frac{90}{100}(50) = 45$

Nilai P_{90} berada pada kelas ke-4

$$\text{Nilai } P_{90} = L_{90} + \frac{\frac{90}{100}N - F_{K_{90}}}{f_{P_{90}}} \cdot c$$

$$\Leftrightarrow P_{90} = 79,5 + \frac{\frac{90}{100}(50) - 34}{11} \cdot 10$$

$$\Leftrightarrow P_{90} = 79,5 + \frac{11}{11} \cdot 10$$

$$\Leftrightarrow P_{90} = 79,5 + 10$$

$$\Leftrightarrow P_{90} = 89,5$$

Jadi, persentil ke-90 adalah 89,5.



Karena letak P_{90} tepat = 45 maka nilai P_{90} = nilai tepi kelasnya yaitu 89,5. Atau bisa juga dicari dengan rumus P_{90} coba sendiri.

$$\begin{aligned} \text{c. Jangkauan persentil} &= P_{90} - P_{10} \\ &= 89,5 - 55,75 \\ &= 33,75 \end{aligned}$$

2.4.6 Angka baku

Dalam statistika, untuk membandingkan dua keadaan atau lebih diperlukan nilai simpangan baku. Sedangkan, dasar yang digunakan untuk membandingkan dua keadaan atau lebih tersebut biasa disebut dengan angka baku. Angka baku dirumuskan dengan:

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{SD}$$

Keterangan:

- Z = angka baku
 x = variabel atau data
 \bar{x} = mean atau rata-rata
 SD = simpangan baku

Untuk menentukan angka baku, dapat juga dilihat dengan menggunakan bantuan kurva normal atau menggunakan tabel kurva normal.

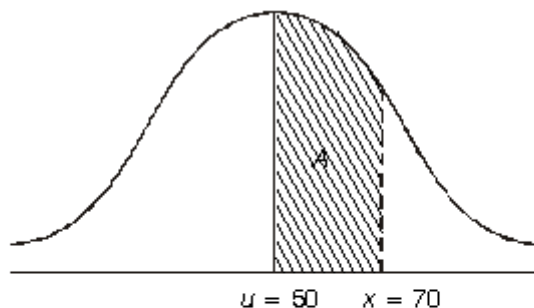
Contoh soal 39:

Diketahui nilai $x = 70$, $\bar{x} = 50$, dan $SD = 15$. Tentukan angka bakunya!

Jawab:

$x = 70$, $\bar{x} = 50$, dan $SD = 15$ maka

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{SD} = \frac{70 - 50}{15} = \frac{20}{15} = 1,333$$



Selain angka baku, kita juga dapat menghitung luas kurva normal yang dibatasi oleh $\bar{x} = 50$ sampai $x = 70$ (perhatikan daerah yang diarsir) dengan bantuan tabel kurva normal.

Contoh soal 40:

Dari contoh soal 39, hitunglah luas kurva normal!

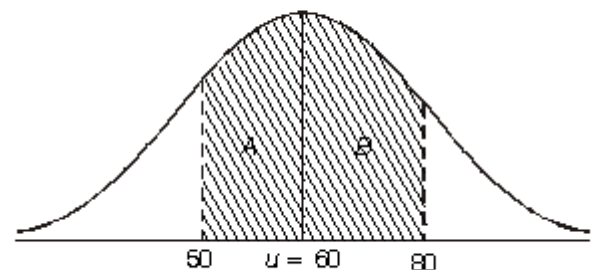
Jawab:

Dari hasil perhitungan pada contoh soal 36, diperoleh $Z = 1,333$ maka luas kurva normal sesuai dengan tabel angka 1,333 adalah pada baris 1,3 kolom 3, yaitu 40,82 (dalam persen). Jadi, luas kurva normal = 40,82%.

Contoh soal 41:

Diketahui nilai $\bar{x} = 60$ dan $SD = 20$. Tentukan luas kurva normal antara 50 sampai 80, $P(50 < x < 80)$!

Jawab:



$x_1 = 50$, $x_2 = 80$, $\bar{x} = 60$, dan $SD = 20$ maka

$$Z_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{SD} = \frac{50 - 60}{20} = \frac{-10}{20} = -0,5$$

Luasnya (A) = 19,15%

$$Z_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{SD} = \frac{80 - 60}{20} = \frac{20}{20} = 1,00$$

Luasnya (B) = 32,13%

$$\begin{aligned} \text{Jadi, luas seluruhnya} &= L(A) + L(B) \\ &= 19,15\% + 32,13\% \\ &= 51,28\% \end{aligned}$$

Contoh soal 42:

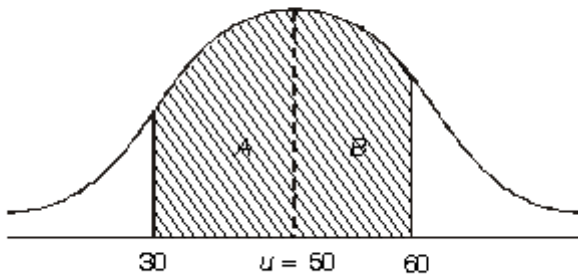
Dalam penyelidikan hasil panen padi dari 300 orang petani di suatu daerah, diketahui hasil rata-rata panen $\bar{x} = 50$ kuintal dengan standar deviasi $SD = 10$ kuintal. Andaikan hasil panen dari 300 orang tersebut mendekati kurva normal maka

- berapa probabilitas dari petani-petani tersebut yang hasil panennya berkisar 30 sampai dengan 60 kuintal? ($P(30 < x < 60)$)
- berapa orang petani yang hasil panennya berkisar antara 50 sampai dengan 80 kuintal?



Jawab:

$\bar{x} = 50$ kuintal dan $SD = 10$ kuintal.



a. $Z_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{SD} = \frac{30 - 50}{10} = \frac{-20}{10} = -2,00$

Luasnya (A) = 0,4772 (lihat tabel)

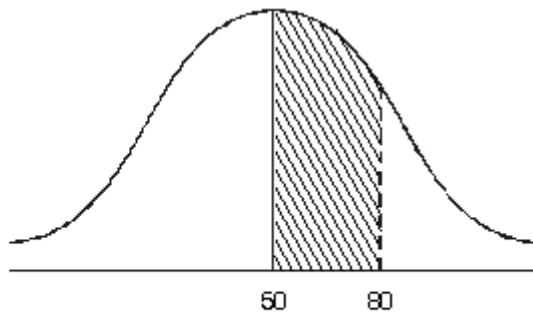
$Z_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{SD} = \frac{60 - 50}{10} = \frac{10}{10} = 1,00$

Luasnya (B) = 0,3413 (lihat tabel)

Jadi, luas seluruhnya = $L(A) + L(B)$
 $= 0,4772 + 0,3413$
 $= 0,8185$
 atau 81,85%

Jadi, $P(30 < x < 60) =$ Luas seluruhnya
 $= 0,8185$

b.



$Z = \frac{x - \bar{x}}{SD} = \frac{80 - 50}{10} = \frac{30}{10} = 3,00$

Luasnya = 0,4987 = 49,87%

Banyaknya = $\frac{49,87}{100} \times 300$ orang
 $= 149,61$
 $= 150$ orang

Jadi, ada 150 orang petani yang hasil panennya berkisar antara 50 sampai dengan 80 kuintal.

2.4.7 Koefisien variasi

Koefisien variasi adalah variasi dalam bentuk relatif. Koefisien variasi merupakan perbandingan dua nilai antara standar deviasi dengan mean dan dikalikan dengan 100%.

Koefisien variasi dirumuskan sebagai berikut:

$$Kv = \frac{SD}{\bar{x}} \times 100\%$$

Keterangan:

Kv = koefisien variasi

SD = standar deviasi

\bar{x} = mean

Contoh soal 43:

Diketahui tabel distribusi frekuensi sebagai berikut.

Nilai	f
50 - 59	8
60 - 69	10
70 - 79	16
80 - 89	11
90 - 99	5
Jumlah	50

Tentukan koefisien variasinya!

Jawab:

Dari tabel di atas, diperoleh mean (\bar{x}) = 73,5 dan standar deviasinya (SD) = 12,042

maka

$$\begin{aligned} Kv &= \frac{SD}{\bar{x}} \times 100\% \\ &= \frac{12,042}{73,5} \times 100\% \\ &= 0,1638 \times 100\% \\ &= 16,38\% \end{aligned}$$

Jadi, koefisien variasinya adalah 16,38%.

Latihan 7

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

- Tentukan besarnya range dari data 2, 4, 1, 5, 10, 9, 1!
- Carilah simpangan rata-rata dari data berikut!

Nilai	f
4	2
5	5
6	8
7	4
8	1
Jumlah	20

- Tentukan simpangan rata-rata dari data dalam tabel distribusi frekuensi berikut.

Nilai	f
3 - 4	3
6 - 8	4
9 - 11	3
12 - 14	8
15 - 17	2
Jumlah	20

- Carilah simpangan baku dan variansi dari data di samping!

Nilai	f
4	2
5	5
6	8
7	4
8	1

- Tentukan K_{σ} dan K_2 dari data berikut!
 - 4, 7, 5, 8, 11, 12, 3, 6, 4, 9, 10
 - 7, 20, 15, 12, 5, 30, 25, 10, 8, 15
- Tentukan D_2 , D_7 , dan P_{50} pada soal no 2! Apakah $P_{50} = Me = K_2$?
- Tentukan K_{σ} , jangkauan persentil dan D_5 dari data berikut!

a.

Nilai	50	55	60	70	80
f	5	12	17	8	7

b.

Nilai	9	8	7	6	5
f	3	10	7	4	16

- Tentukan K_{σ} , D_5 , dan jangkauan persentil!

Tinggi badan (cm)	f
171 - 175	10
166 - 170	8
161 - 165	13
156 - 160	5
151 - 155	10
146 - 150	4
Jumlah	50

- Diketahui nilai-nilai $\bar{x} = 50$, $SD = 12$. Carilah angka bakunya pada $x = 75$!
- Suatu distribusi frekuensi mempunyai nilai mean (\bar{x}) = 40 dan $SD = 16$. Tentukan koefisien variasinya!

Selanjutnya, untuk meningkatkan pemahaman Anda tentang statistik, ikutilah tugas mandiri berikut ini!

Tugas Mandiri

Carilah informasi tentang perkembangan statistik di kantor kelurahan atau di kantor statistik kecamatan terdekat! Untuk memperoleh informasi tersebut, silakan Anda bertanya kepada Mantri Statistik (Mantis) yang ada di sana.

Khusus untuk siswa yang berada di wilayah DKI Jakarta, Anda dapat mengunjungi Biro Pusat Statistik (BPS) di Jln. Dr. Sutomo No.8 Jakarta Pusat.



Lembar Tugas 3

1. Diketahui data nilai tes vokal seperti pada tabel berikut ini!

Nilai	Frekuensi
1	1
2	2
3	6
4	7
5	10
6	8
7	4
8	2
9	1

Tentukan:

- a. simpangan kuartil;
- b. rata-rata simpangan;
- c. simpangan baku!

2. Perhatikanlah tabel berikut!

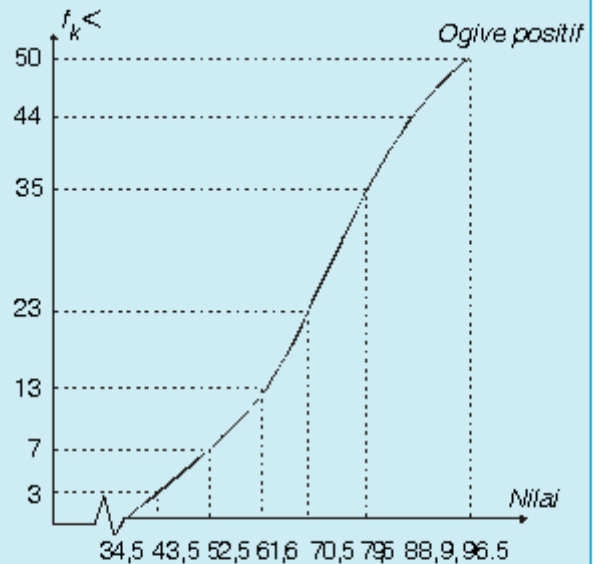
Interval	f_i
40 - 44	4
45 - 49	5
50 - 54	10
55 - 59	20
60 - 64	15
65 - 69	15
70 - 74	5
75 - 79	6

Tentukan:

- a. simpangan rata-rata;
- b. simpangan kuartil;

- c. jangkauan antarkuartil;
- d. variansi dan simpangan baku;
- e. koefisien variasi!

3. Perhatikan gambar berikut!



Hitunglah:

- a. Simpangan rata-rata;
- b. Simpangan baku;
- c. Angka baku (Z) untuk $x = 80$;
- d. Luas kurva normal!

RANGKUMAN BAB 2

1. Jangkauan adalah selisih antara data terbesar dengan data terkecil.

$$R = x_{\text{mak}} - x_{\text{min}}$$

2. Menentukan banyaknya kelas

$$\text{Banyaknya kelas } (K) = 1 + 3,3 \log n$$

3. Menentukan panjang interval kelas

$$\text{Panjang interval kelas } (I) = \frac{\text{jangkauan}}{\text{banyaknya kelas}}$$

4. Menentukan ujung bawah kelas pertama

Untuk ini, biasanya dipilih data terkecil atau nilai data yang lebih kecil dari data terkecil. Akan tetapi, selisihnya harus kurang dari setengah kali panjang kelas yang telah ditentukan.

5. Menentukan frekuensinya

Frekuensi untuk masing-masing interval kelas dihitung dengan menggunakan sistem turus.



6. Frekuensi kumulatif

Frekuensi kumulatif terdiri dari dua macam, yaitu frekuensi kumulatif kurang dari [$f_k <$] dan frekuensi kumulatif lebih dari [$f_k >$]

7. Frekuensi relatif

Frekuensi relatif (f_R) suatu interval kelas adalah frekuensi kelas ke- n dibagi dengan total frekuensi dikalikan 100%.

$$f_R = \frac{f_n}{\sum f} \times 100\%$$

8. Frekuensi kumulatif relatif

Frekuensi kumulatif relatif (f_{KR}) atau frekuensi kumulatif persentase adalah frekuensi kumulatif dibagi total frekuensi dikalikan 100%.

$$f_{KR} = \frac{f_k}{\sum f} \times 100\%$$

9. Mean (rata-rata hitung)

Rata-rata hitung dari sekumpulan data adalah jumlah seluruh data dibagi banyaknya data.

Data tunggal :

cara I

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

cara II dengan rata-rata duga

$$\bar{x} = x_o + \frac{\sum d}{n}$$

10. Rata-rata data berbobot (berfrekuensi) adalah jumlah hasil kali antara frekuensi dan nilai data dibagi oleh banyaknya data (jumlah frekuensi)

Cara I dengan menggunakan rumus:

$$\bar{x} = \frac{\sum f x}{\sum f}$$

Cara II dengan menggunakan rata-rata duga/ sementara:

$$\bar{x} = x_o + \frac{\sum f d}{\sum f}, \quad d = x - x_o$$

11. Rata-rata hitung data kelompok, yaitu data yang disajikan dalam distribusi frekuensi.

Cara I dengan menggunakan titik tengah

$$\bar{x} = \frac{\sum f x}{\sum f}$$

Cara II dengan menggunakan rata-rata duga/ sementara.

$$\bar{x} = x_o + \frac{\sum f d}{\sum f}, \quad d = x - x_o$$

Cara III dengan menggunakan $u = \frac{d}{i}$

$$\bar{x} = x_o + i \left(\frac{\sum f u}{\sum f} \right)$$

12. Untuk data tunggal bernilai $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ rata-rata ukur ditentukan dengan rumus:

$$\log RU = \frac{1}{n} \log \sum_{i=1}^n x_i$$

13. Jika nilai sekumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dengan $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ maka rumus rata-rata ukur data:

$$\log RU = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \log x_i$$

14. Untuk data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ maka rata-rata harmonik ditentukan oleh rumus:

$$RH = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

15. Untuk data yang telah tersusun dalam distribusi frekuensi (data berbobot atau data kelompok), rata-rata harmonik ditentukan oleh rumus:

$$RH = \frac{n}{\sum \frac{f}{x}}$$

16. Median (Me) adalah nilai tengah dari sekumpulan data setelah diurutkan dari data terkecil sampai data terbesar, atau sebaliknya.

$$Me = \frac{1}{2}(n+1)$$

17. Modus dari sekumpulan data adalah data yang sering muncul atau yang mempunyai frekuensi terbanyak.



Modus data kelompok

$$\text{modus} = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) i$$

18. Simpangan rata-rata adalah ukuran dispersi yang menyatakan penyebaran nilai-nilai (data) terhadap rata-ratanya.

data tunggal : $SR = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$

data berbobot : $SR = \frac{\sum_{i=1}^n f_i |x_i - \bar{x}|}{N}$

data kelompok

$$SR = \frac{\sum_{i=1}^n f_i |x_i - \bar{x}|}{N}$$

17. Simpangan baku dan variansi untuk data tunggal

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{N}} \text{ dan } SD^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Simpangan baku dan variansi untuk data berbobot

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}} \text{ , } SD^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Simpangan baku untuk data kelompok

$$SD = c \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i u_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i u_i}{N} \right)^2}$$

18. Jangkauan antarkuartil disebut juga hamparan (H). Dirumuskan:

$$H = K_3 - K_1$$

Jangkauan semi interkuartil atau simpangan kuartil. Dirumuskan: $K_d = \frac{1}{2}(K_3 - K_1)$

19. Letak kuartil untuk data tunggal

Letak $K_i =$ data ke- $\frac{i(n+1)}{4}$

letak kuartil untuk data kelompok

$$K_i = L_i + \left(\frac{\frac{i}{4}N - F_{K_i}}{f_{K_i}} \right) c$$

20. Desil data tunggal dan data berbobot

Letak $D_i =$ data ke- $\frac{i(n+1)}{10}$

Desil data kelompok

$$D_i = L_i + \frac{\frac{i}{10}N - F_{D_i}}{f_{D_i}} c$$



Evaluasi

A. Berilah tanda silang (X) pada a, b, c, d, atau e pada jawaban yang paling tepat!

- Nilai rata-rata dari data 6, 5, 7, a , 10, 4, 3, 5 adalah 7 maka nilai a adalah
 - 10
 - 12
 - 14
 - 16
 - 18
- Rata-rata hitung dari data di bawah ini adalah

Nilai	5	6	7	8	9
f	10	4	8	5	3

 - 6,50
 - 6,57
 - 6,65
 - 6,75
 - 6,80
- Rata-rata geometri dari data 4, 16, 8, 64, 32 adalah
 - 4
 - 8
 - 16
 - 32
 - 64
- Rata-rata harmonis dari data 7, 5, 3, 8, 7, 9 adalah
 - 5,69
 - 5,78
 - 5,89
 - 5,98
 - 5,92
- Modus dari data 6, 2, 7, 5, 6, 6, 7, 7, 4 adalah ...
 - 2 dan 4
 - 5 dan 6
 - 6 dan 7
 - 4 dan 5
 - 5 dan 7
- Median dari data 6, 7, 4, 5, 7, 8, 7, 12, 10 adalah
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8
- Kuartil bawah dari data 2, 4, 6, 12, 8, 10, 15, 20 adalah
 - 4,5
 - 5
 - 5,5
 - 6
 - 6,5
- Median dari data berikut ini adalah

Harga buku	800	1.000	1.200	1.500	2.000
Banyak pembeli	2	12	7	6	3

 - 800
 - 1.000
 - 1.200
 - 1.500
 - 2.000
- Desil ke-5 dari data 7, 5, 4, 6, 8, 7, 12, 7, 10 adalah
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8
- Seorang pedagang beras dalam minggu pertama bulan Februari 2005 dapat menjual buah sebanyak:
560 kg pada hari Senin
115 kg pada hari Selasa
725 kg pada hari Rabu
765 kg pada hari Kamis
2.070 kg pada hari Jumat
860 kg pada hari Sabtu
1.005 kg pada hari Minggu
Rata-rata penjualan buah dalam sehari adalah ...
 - 765
 - 800
 - 850
 - 870
 - 900
- Nilai rata-rata pelajaran matematika di suatu kelas adalah 5. Jika ditambah nilai 7 dari seorang siswa baru, rata-ratanya menjadi 5,1. Banyaknya siswa semula adalah
 - 19
 - 20
 - 25
 - 30
 - 32



12. Nilai ulangan matematika siswa kelas XII tercatat pada tabel berikut. Mediannya adalah

- a. 63,94
- b. 63,99
- c. 70,45
- d. 71,54
- e. 71,95

Nilai	f
30 - 39	3
40 - 49	7
50 - 59	11
60 - 69	9
70 - 79	14
80 - 89	6

13. Gaji karyawan PT ARENGADIA bulan Maret 2005 sebagai berikut.

Gaji karyawan (ratusan ribu rupiah)	f
40 - 44	5
45 - 49	8
50 - 54	17
55 - 59	11
60 - 64	9

Berdasarkan data tersebut gaji karyawan yang paling banyak adalah

- a. Rp 4.950.000,00
- b. Rp 5.010.000,00
- c. Rp 5.250.000,00
- d. Rp 5.500.000,00
- e. Rp 6.000.000,00

14. Dari 50 siswa kelas XII SMK, terkumpul sumbangan untuk bencana Tsunami sebagai berikut.

Sumbangan (Rp)	Banyaknya penyumbang
5.000	4
10.000	7
15.000	19
20.000	10
25.000	8
30.000	2

Modus dari data di atas adalah

- a. Rp 5.000,00
- b. Rp 10.000,00
- c. Rp 15.000,00
- d. Rp 20.000,00
- e. Rp 25.000,00

15. Harga mutlak dari (-2 + 7 - 10) adalah

- a. 2
- b. 3
- c. 5
- d. 7
- e. 10

16. Harga simpangan rata-rata dari data 2, 4, 3, 5, 6 adalah

- a. $\frac{2}{5}$
- d. $\frac{5}{5}$

- b. $\frac{3}{5}$
- c. $\frac{4}{5}$
- e. $\frac{6}{5}$

17. Dari tabel di samping ini, besarnya range adalah

- a. 13
- b. 14
- c. 15
- d. 16
- e. 17

Nilai	f
3 - 5	3
6 - 8	4
9 - 11	3
12 - 14	8
15 - 17	2
Jumlah	20

18. Simpangan baku dari data 2, 4, 3, 5, 6 adalah

- a. 1,21
- b. 1,41
- c. 1,43
- d. 1,54
- e. 1,62

19. Harga variansi dari soal nomor 18 adalah

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4
- e. 5

20. Harga variansi dari tabel di samping adalah

- a. 1,00
- b. 1,01
- c. 1,02
- d. 1,03
- e. 1,05

Nilai	f
4	2
5	5
6	8
7	4
8	1

21. Yang bukan termasuk rumus simpangan standar untuk data kelompok adalah

a. $SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$

b. $SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}\right)^2}$

c. $SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i}{N}\right)^2}$



$$d. \quad SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i u_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i u_i}{N}\right)^2}$$

$$e. \quad SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

22. Harga simpangan baku dari tabel distribusi frekuensi berikut adalah

- a. 2,81
b. 2,84
c. 3,51
d. 3,67
e. 3,78

Nilai	<i>f</i>
3 - 5	3
6 - 8	4
9 - 11	3
12 - 14	8
15 - 17	2

23. Nilai variansi dari tabel distribusi soal nomor 22 adalah

- a. 10,26 d. 16,24
b. 12,42 e. 3,21
c. 14,31

24. Luas kurva normal jika diketahui $\bar{x} = 50$, $SD = 12$ dan $x = 75$ adalah

- a. 0,4812 d. 0,493
b. 0,4821 e. 0,4990
c. 0,4918

25. Diketahui nilai-nilai $\bar{x} = 50$, $SD = 12$ maka angka baku pada $x < 30$ adalah

- a. -0,67 d. -0,42
b. -0,60 e. -0,34
c. -0,54

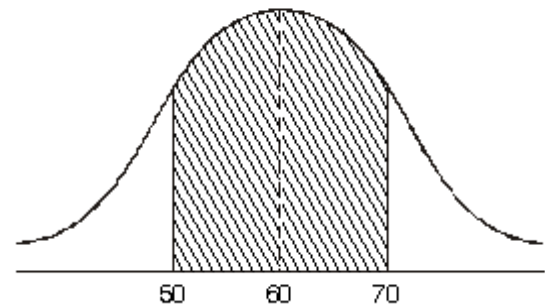
26. Luas kurva normal yang sesuai dengan soal nomor 25 adalah

- a. 0,2257 d. 0,3159
b. 0,2743 e. 0,3413
c. 0,2881

27. Nilai kuartil bawah (K_1) dari data: 2, 3, 4, 4, 5, 6, 8, 10 adalah

- a. 3 d. 3,75
b. 3,25 e. 4,0
c. 3,50

28. Perhatikan gambar kurva normal di bawah ini!



Jika kurva normal tersebut diketahui nilai simpangan bakunya (SD) = 12 maka luas daerah yang diarsir pada kurva normal tersebut adalah ...

- a. 0,4821 d. 0,5934
b. 0,4966 e. 0,6921
c. 0,4999

29. Nilai kuartil tengah (K_2) dari data: 2, 3, 4, 4, 5, 6, 8, 10 adalah

- a. 3,25 d. 6,5
b. 4,50 e. 6,75
c. 4,75

30. Nilai kuartil atas (K_3) dari data: 2, 3, 4, 4, 5, 6, 8, 10 adalah

- a. 3 d. 6,50
b. 3,25 e. 7,50
c. 4,50

31. Jangkauan antarkuartil dari soal nomor 30 adalah

- a. 2,13 d. 4,75
b. 4,25 e. 5,0
c. 4,50

32. Jangkauan semi interkuartil pada soal nomor 30 adalah

- a. 2,13 d. 4,75
b. 4,25 e. 5,0
c. 4,50

33. Nilai kuartil bawah (K_1) pada tabel distribusi frekuensi di samping adalah

- a. 51,42
b. 52,63
c. 54,25
d. 55,50
e. 56,75

Nilai	<i>f</i>
30 - 39	4
40 - 49	6
50 - 59	8
60 - 69	12
70 - 79	9
80 - 89	7
Jumlah	20



34. Nilai kuartil tengah (K_2) dari tabel distribusi frekuensi soal nomor 33 adalah
- a. 52,63 d. 67,43
b. 65,33 e. 68,29
c. 65,62
35. Nilai kuartil atas (K_3) dari tabel distribusi frekuensi soal nomor 33 adalah
- a. 73,40 d. 77,83
b. 75,25 e. 78,33
c. 756,642
36. Jangkauan semi interkuartil pada soal nomor 33 adalah
- a. 9,4 d. 77,83
b. 10,3 e. 78,33
c. 12,6
37. Desil ke tiga dari data 2, 4, 10, 5, 6, 7, 3 adalah ...
- a. 3 d. 3,75
b. 3,4 e. 4
c. 3,5
38. Desil ke enam dari data soal nomor 37 adalah ...
- a. 3 d. 5,8
b. 3,4 e. 6
c. 4
39. Desil ke empat dari data soal nomor 33 adalah ...
- a. 50,23 d. 65,33
b. 52,63 e. 77,83
c. 61,17
40. Desil ke delapan dari data soal nomor 33 adalah
- a. 52,63 d. 77,83
b. 61,17 e. 80,93
c. 65,33
41. Perhatikan tabel kumulatif berikut!

Tepi Kelas	$f_K <$
29,5	0
39,5	4
49,5	10
59,5	18
69,5	30
79,5	39
89,5	46
99,5	50

Persentil ke-10 dari tabel distribusi frekuensi kumulatif di samping adalah

- a. 41,17
b. 52,63
c. 61,17
d. 65,33
e. 77,83

42. Nilai persentil ke-90 dari soal nomor 41 adalah ...
- a. 52,63 d. 77,83
b. 61,17 e. 88,07
c. 65,33
43. Jangkauan persentil dari soal nomor 41 adalah ...
- a. 44,12 d. 48,64
b. 46,20 e. 50,23
c. 46,40
44. Nilai persentil ke-20 dari soal nomor 41 adalah ...
- a. 49,5 d. 65,33
b. 52,63 e. 77,83
c. 61,17
45. Berikut ini, pernyataan yang tidak benar adalah
- a. $Q_1 = P_{25}$ d. $Q_3 = P_{75}$
b. $Q_2 = D_5$ e. $Q_1 = D_2$
c. $Q_2 = P_{50}$
46. Koefisien variasi dari tabel soal nomor 20 adalah
- a. 10,64% d. 17,20%
b. 12,24% e. 22,40%
c. 15,40%
47. Koefisien variasi dari tabel soal nomor 22 adalah
- a. 34,40% d. 42,46%
b. 36,40% e. 52,25%
c. 38,28%
48. Rumus yang salah dari rumus-rumus berikut ini, adalah

a. $D_1 = L_1 + \frac{\frac{1}{10} N - F_{K_1}}{f_{D_1}} c$

b. $D_5 = L_5 + \frac{\frac{5}{10} N - F_{K_5}}{f_{D_5}} c$

c. $P_{15} = L_{15} + \frac{\frac{15}{100} N - F_{K_{15}}}{f_{P_{15}}} c$

d. $P_{25} = L_{25} + \frac{\frac{25}{100} N - F_{K_{25}}}{f_{P_{25}}} c$

e. $P_{40} = L_{40} + \frac{\frac{40}{100} N - F_{K_{40}}}{f_{P_{40}}} c$



B. Kerjakanlah soal-soal berikut ini pada tempat yang sudah disediakan!

1. Apa yang dimaksud kegunaan data disajikan dalam diagram?
2. Sebutkan macam diagram yang Anda ketahui!
3. Apa perbedaan antara diagram batang dan histogram?
4. Apa perbedaan antara diagram garis dan poligon?
5. Banyaknya siswa "SMEA Cendikia" yang lulus ujian dari tahun 1992 - 1996 seperti yang terlihat pada tabel berikut.

Tahun	Banyaknya Siswa
1992	70
1993	80
1994	100
1995	110
1996	120

Dari data tersebut, buatlah:

- a. diagram gambar;
 - b. diagram batang;
 - c. diagram lingkaran;
 - d. diagram garis!
6. Tabel penghasilan 5 orang karyawan swasta tercatat pada tabel di bawah ini.

Nama	Jumlah (Rp)
Anita	25.000,00
Diana	225.000,00
Syaiful	3.500.000,00
Roby	2.500.000,00
Sukino	400.000,00

Buatlah diagram gambar, diagram batang, diagram lingkaran, dan diagram garis untuk data tersebut!

7. Diketahui data nilai ulangan Matematika sebagai berikut.

Nilai	2	4	5	6	7	8	9
Banyaknya Siswa	1	1	3	9	8	6	1

- a. Gambarkan dalam bentuk diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran untuk data tersebut!

- b. Berapa banyaknya siswa yang mendapat nilai lebih dari 6?
 - c. Berapa banyaknya siswa yang mendapat nilai kurang dari 6?
 - d. Berapa persentase siswa yang mendapat nilai lebih dari atau sama dengan 6?
8. Berat badan siswa kelas XII dinyatakan dengan tabel frekuensi, yang terdiri dari 6 interval kelas, sebagai berikut.

No.	Berat Badan (kg)	Frekuensi
1.	35 - 39	2
2.	40 - 44	3
3.	45 - 49	20
4.	50 - 54	15
5.	55 - 59	6
6.	60 - 64	4

Dari tabel di atas, gambarkan:

- a. histogram;
 - b. poligon frekuensinya;
 - c. ogive positif dan ogive negatif!
9. Distribusi tabungan siswa pada koperasi SMK "X" pada akhir tahun 1988 (dalam ribuan rupiah) adalah seperti pada tabel di bawah ini.

Nilai Tabungan (ribuan rupiah)	Jumlah Siswa (f_i)
5 - 9	7
10 - 24	22
15 - 19	35
20 - 24	49
25 - 29	65
30 - 34	22
35 - 39	35
40 - 44	49
45 - 49	5
Jumlah	250

Sumber: Laporan tahunan koperasi SMK "X"

Gambarkan:

- a. histogram;
 - b. poligon frekuensi;
 - c. ogive positif dan ogive negatifnya!
10. Tentukan mean dari data-data berikut!
- a. 4, 6, 5, 7, 9, 5, 9, 7, 10
 - b. 7, 5, 15, 9, 8, 12, 3, 14



11. Tentukan rata-rata geometri dari data-data berikut!
 - a. 1, 16, 4, 64
 - b. 56, 28, 14
12. Tentukan rata-rata harmonis dari data-data berikut!
 - a. 12, 9, 7, 12, 8, 6, 10
 - b. 6, 4, 2, 12, 8, 10, 6
13. Tentukan modus dari data-data berikut!
 - a. 5, 4, 7, 9, 8, 12, 6, 3, 13, 15, 10
 - b. 12, 6, 9, 10, 9, 7, 9, 7, 5, 8, 5, 7
14. Bonus karyawan PT ASTIKA bulan Desember 2004 tercatat pada tabel berikut.

Tentukan:

- a. mean;
- b. rata-rata geometri;
- c. rata-rata harmonis;
- d. modus!

Bonus (ribuan rupiah)	f
10.000	7
15.000	12
20.000	9
25.000	7
30.000	15

15. Harga buku di toko buku ARFENDA tercatat dalam tabel berikut.

Harga buku (puluhan ribu rupiah)	f
2 - 5	5
6 - 9	12
10 - 13	8
14 - 17	6
18 - 21	9

Tentukan:

- a. mean dengan rata-rata duga;
 - b. rata-rata geometri;
 - c. rata-rata harmonis;
 - d. modus;
 - e. median;
 - f. jangkauan semi interkuartil;
 - g. jangkauan persentil!
16. Umur siswa kelas XII Akuntansi yang mengikuti ujian matematika di suatu SMK dicatat dalam tabel.
- Tentukan:
- a. modus dengan menggunakan histogram;
 - b. modus dengan rumus;
 - c. mean;
 - d. rata-rata geometri;

- e. rata-rata harmonis;
- f. jangkauan semi interkuartil;
- g. jangkauan persentil!

Umur siswa	Frekuensi (f)
22 - 24	3
25 - 27	5
28 - 30	7
31 - 33	8
34 - 36	9
37 - 39	6
40 - 42	2
Jumlah	40

17. Tentukan range dari data-data berikut!

- a. 2, 4, 10, 20, 21, 3
- b. 4, 3, 2, 30, 5, 1

c.

Nilai	1	2	3	4	5
f	2	4	10	5	6

d.

Nilai	1 - 3	4 - 6	7 - 9	10 - 12
f	3	5	8	7

18. Tentukan nilai simpangan rata-rata dan nilai koefisien variasi dari data-data berikut!

- a. 2, 4, 8, 10, 11, 5
- b. 4, 2, 1, 9, 7, 8

c.

Nilai	3	4	5	6	7
f	2	8	10	3	2

d.

Nilai	40 - 49	50 - 59	60 - 69	70 - 79	80 - 89
f	7	8	10	9	6

19. Tentukan nilai simpangan standar pada soal nomor 18!

Keterangan: untuk soal nomor 18d gunakan semua rumus yang ada!

20. Tentukan nilai variansi untuk soal nomor 18!



21. Diketahui distribusi frekuensi yang mendekati kurva normal dengan nilai mean (\bar{x}) = 30 dan $SD = 12$. Tentukan:
- angka baku dan luas kurva normalnya pada $x = 50$;
 - angka baku dan luas kurva normalnya pada $x < 20$;
 - angka baku dan luas kurva normalnya pada $x > 40$!
22. Diketahui suatu distribusi frekuensi yang mendekati kurva normal dengan nilai mean (\bar{x}) = 60 dan $SD = 15$. Tentukan:
- angka baku dan luas kurva normalnya pada $x = 80$;
 - angka baku dan luas kurva normalnya pada $50 < x < 70$;
 - probabilitas nilai sekitar $40 < x < 80$ atau $P(40 < x < 80)$!
23. Tentukan nilai kuartil pertama, ke dua, dan ke tiga dari data-data berikut!
- 1, 4, 5, 10, 11, 12
 - 2, 4, 5, 8, 9, 10, 13
 - 3, 4, 10, 2, 35, 10, 4, 6
 -

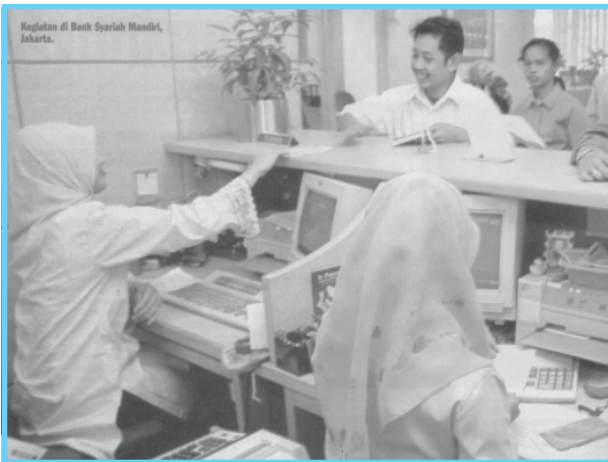
Nilai	40 - 49	50 - 59	60 - 69	70 - 79	80 - 89
f	7	8	10	9	6

24. Tentukan nilai jangkauan semi interkuartil dari data pada soal nomor 23! Tentukan juga nilai desil ke-3, desil ke-4, desil ke-6, dan desil ke-8!
25. Untuk soal nomor 23d tentukan nilai P_{10} , P_{15} , P_{25} , P_{60} , dan P_{90} serta jangkauan persentilnya!

Bab 3

Matematika Keuangan

Kelas XII



Sumber: Majalah Tempo 29 Des 03 - 4 Jan 04

Dalam dunia bisnis, ilmu matematika keuangan banyak diterapkan dalam dunia perbankan, perdagangan, bahkan dunia pemerintahan. Dalam dunia perbankan, ilmu matematika keuangan ini digunakan untuk menghitung jumlah bunga yang disimpan oleh nasabah, baik per bulan maupun per tahun. Selain itu, juga untuk menghitung keuntungan dari suatu bank atau perusahaan. Karena begitu bermanfaatnya ilmu matematika keuangan dalam memudahkan penghitungan keuangan, maka ilmu ini banyak digunakan dalam dunia bisnis.

Oleh karena itu, untuk lebih jelasnya tentang matematika keuangan, maka marilah kita pelajari materi dalam bab ini dengan saksama!

Peta Konsep

Memecahkan masalah keuangan menggunakan konsep matematika

- ♦ Pengertian bunga
- ♦ Penjelasan persen di atas seratus dan persen di bawah seratus
- ♦ Pengertian bunga tunggal
- ♦ Perhitungan bunga tunggal selama n bulan
- ♦ Perhitungan bunga tunggal selama n hari
- ♦ Perbedaan bunga dengan diskonto
- ♦ perhitungan bunga tunggal dengan metode:
 - angka bunga dan pembagi tetap
 - persen sebanding
 - persen seukuran
- ♦ Pengertian dan konsep bunga majemuk
- ♦ Perhitungan nilai akhir modal
- ♦ Perhitungan nilai akhir modal dengan masa bunga pecahan
- ♦ Perhitungan nilai tunai modal
- ♦ Perhitungan nilai tunai modal dengan masa bunga pecahan
- ♦ Pengertian dan macam-macam rente :
 - rente langsung
 - rente ditangguhkan
 - rente terbatas
 - rente kekal
 - rente prenumerando
 - rente postnumerando
- ♦ Perhitungan nilai akhir rente
- ♦ Perhitungan nilai tunai rente
- ♦ Perhitungan nilai tunai rente kekal
- ♦ Pengertian anuitas
- ♦ Perhitungan besar sisa pinjaman
- ♦ Perhitungan anuitas
- ♦ Perhitungan anuitas yang dibulatkan
- ♦ Perhitungan rencana angsuran dengan sistem pembulatan
- ♦ Perhitungan anuitas pinjam obligasi
- ♦ Pengertian penyusutan, aktiva, nilai sisa, dan umur manfaat
- ♦ Perhitungan besar penyusutan dengan berbagai metode

Menyelesaikan masalah hitungan keuangan

**INFO MATEMATIKA**

Matematika keuangan berhubungan erat dengan akuntansi. Akuntansi sendiri telah berkembang seperti halnya ilmu kedokteran, hukum, dan hampir semua bidang kegiatan manusia lainnya, sejalan dengan tuntutan kebutuhan sosial dan ekonomi masyarakat. Pada tahun-tahun terakhir, dunia usaha dan masyarakat menjadi semakin kompleks, sehingga akuntansi mengembangkan konsep dan teknik-teknik baru untuk mengimbangi kebutuhan akan informasi keuangan yang terus meningkat. Tanpa informasi semacam itu, banyak pembangunan ekonomi yang kompleks dan program sosial tidak akan dapat terlaksana.

Masyarakat pada semua tingkat peradabannya telah menyelenggarakan berbagai jenis catatan tentang kegiatan usaha. Yang paling tua dikenal orang adalah catatan tablet dari tanah liat untuk pembayaran upah di Babylonia kira-kira tahun 3600 Sebelum Masehi. Pada waktu itu, banyak ditemukan bukti-bukti mengenai adanya sistem pencatatan dan pengendalian akuntansi di Mesir Kuno dan pemerintah di Yunani. Catatan yang paling awal dikenal di Inggris dikumpulkan atas perintah Raja William the Conqueror pada abad kesebelas untuk mengetahui sumber-sumber keuangan kerajaan.

Selanjutnya, akuntansi berkembang dengan munculnya sistem pencatatan atau yang disebut juga dengan “buku berpasangan (*double entry*)”. Sistem ini timbul atas pengaruh yang kuat dari pedagang Venesia. Uraian sistem ini pertama kali diperkenalkan di Italia pada tahun 1494 oleh penulisnya yang bernama **Luca Pacioli**, yaitu seorang rahib dari Orde Fransiskan dan ahli matematika yang mengajar di beberapa universitas di Perugia, Naples, Pisa, dan Florence. Luca Pacioli ini bersahabat dengan **Leonardo da Vinci**, terbukti dengan kerjasama mereka dalam menulis buku matematika, di mana Pacioli menulis teksnya dan Leonardo da Vinci yang merancang ilustrasinya.

Pembahasan akuntansi lebih lanjut dapat Anda peroleh dalam pelajaran Akuntansi.

(Disarikan dari Prinsip-prinsip Akuntansi edisi ke-16)



3.1 Menyelesaikan Masalah Bunga Tunggal dan Bunga Majemuk dalam Keuangan

3.1.1 Pengertian bunga dan bunga tunggal

A. Bunga

Dalam kehidupan sehari-hari, sering kita jumpai beberapa perhitungan yang berhubungan dengan bunga. Perhatikan contoh berikut!

Contoh soal 1:

- a. Nandia meminjam uang kepada Rentia sebesar Rp200.000,00. Telah disepakati bersama setelah sebulan, Nandia harus mengembalikan dengan tambahan sebesar Rp10.000,00.

Tambahan Rp10.000,00 setiap bulan disebut bunga.

- b. Arfenda menabung uang pada sebuah bank sebesar Rp2.000.000,00. Setelah 2 tahun, ia akan menerima tabungannya dengan tambahan sebesar Rp50.000,00 setiap 6 bulan.

Tambahan Rp50.000,00 setiap 6 bulan itu disebut bunga.

Pada contoh di atas, pinjaman dan tabungan setelah jangka waktu tertentu mendapat tambahan. Tambahan seperti itu disebut bunga. Jadi, dapat disimpulkan bahwa:

Bunga adalah tambahan berupa uang sebagai jasa atas sejumlah modal yang dipinjam/disimpan atas dasar persetujuan bersama.

Bunga ini dihitung berdasarkan persentase bunga dari modal yang telah disepakati. Apabila suatu modal yang dipinjam (dibungakan dengan dasar bunga $p\%$ per bulan), maka setiap bulan pemberi pinjaman berhak

menerima bunga sebesar $\frac{p}{100}$ dari modal yang dipinjam. Pada contoh soal 1a, modal yang dipinjam Nandia diperhitungkan dengan dasar bunga 5% per bulan. Sedangkan contoh 1b, uang yang ditabung Arfenda mendapat suku bunga $2,5\%$ setiap semester.

Bunga dapat diterima pada awal jangka waktu pinjaman (nilai tunai) atau akhir jangka waktu pinjaman. Bunga yang diterima pada akhir jangka waktu disebut *bunga*, sedang bunga yang diterima di awal (pada saat modal dibayar) disebut *diskonto*.

Uang yang diterima pada akhir jangka waktu pinjaman sebesar modal ditambah bunga ($M + B$) disebut *nilai akhir (nominal)*, sedang uang yang diterima pada waktu penyerahan modal sebesar modal dikurangi bunga ($M - B$) disebut *nilai tunai (kontan)*.

B. Bunga tunggal

Apabila bunga yang timbul pada setiap akhir jangka waktu tidak mempengaruhi besarnya modal yang disimpan, maka modal tersebut dibungakan atas dasar perhitungan bunga tunggal. Jadi, dapat disimpulkan bahwa:

Bunga tunggal adalah bunga yang diterima pada setiap akhir jangka waktu yang besarnya tetap.

3.1.2 Persen di bawah seratus dan persen di atas seratus

A. Persen di bawah seratus

Perhatikan contoh berikut!

$\frac{2}{98}$ disebut 2 persen di bawah seratus.

$\frac{5}{95}$ disebut 5 persen di bawah seratus.

$\frac{p}{100 - p}$ disebut p persen di bawah seratus.

Jumlah pembilang dan penyebut pada persen di bawah seratus sama dengan 100. Mencari $p\%$ di bawah 100 dari modal (M) dilakukan dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{p}{100 - p} \times M &= \frac{\frac{p}{100}}{1 - \frac{p}{100}} \times M \\ &= \left\{ \left(\frac{p}{100} \right)^1 + \left(\frac{p}{100} \right)^2 + \left(\frac{p}{100} \right)^3 + \dots \right\} \times M \end{aligned}$$

Bilangan dalam tanda kurung kurawal merupakan bentuk jumlah deret geometri takhingga (deret konvergen)

dengan suku pertama (a) = $\frac{p}{100}$ dan rasio (r) = $\frac{p}{100}$,

sehingga untuk mencari $p\%$ di bawah 100 dari modal M dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

- (i) dicari $\frac{p}{100} \times M$,



- (ii) ditambah $\frac{p}{100}$ dari hasil pertama;
 (iii) ditambah $\frac{p}{100}$ dari hasil yang kedua; dan seterusnya.

Contoh soal 2:

Hitunglah 4% di bawah seratus dari Rp100.000,00!

Jawab:

Cara I: 4% dari Rp100.000,00	= Rp4.000,00
4% dari Rp4.000,00	= Rp160,00
4% dari Rp160,00	= Rp6,4
4% dari Rp6,4	= Rp0,26
4% dari Rp0,26	= Rp0,01
+ Jumlah	
	= Rp4.166,67

Cara II: 4% di bawah seratus dari Rp100.000,00 sama dengan:

$$\begin{aligned} \frac{p}{100-p} \times M &= \frac{4}{100-4} \times \text{Rp}100.000,00 \\ &= \frac{4}{96} \times \text{Rp}100.000,00 \\ &= \text{Rp}4.166,67 \end{aligned}$$

Jadi, 4% di bawah seratus dari Rp100.000,00 sama dengan Rp4.166,67.

B. Persen di atas seratus

Perhatikan contoh berikut ini!

$\frac{2}{102}$ disebut 2 persen di atas seratus.

$\frac{5}{105}$ disebut 5 persen di atas seratus.

$\frac{p}{100+p}$ disebut p persen di atas seratus.

Selisih antara pembilang dan penyebut pada persen di atas seratus sama dengan 100. Untuk mencari $p\%$ di atas seratus dari modal (M) dilakukan sebagai berikut.

$$\frac{p}{100+p} \times M = \frac{\frac{p}{100}}{1+\frac{p}{100}} \times M$$

$$= \left\{ \left(\frac{p}{100} \right)^1 - \left(\frac{p}{100} \right)^2 + \left(\frac{p}{100} \right)^3 - \left(\frac{p}{100} \right)^4 + \dots \right\} \times M$$

Bilangan dalam tanda kurung kurawal merupakan bentuk deret geometri takhingga dengan suku pertama (a)

$= \frac{p}{100}$ dan rasio (r) $= -\frac{p}{100}$, sehingga untuk

mencari $p\%$ di atas seratus dari modal M , dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

(i) dicari $\frac{p}{100} \times M$;

(ii) dikurangi $\frac{p}{100}$ dari hasil pertama;

(iii) ditambah $\frac{p}{100}$ dari hasil kedua;

(iv) dikurangi $\frac{p}{100}$ dari hasil ketiga; dan seterusnya.

Contoh soal 3:

Hitunglah 5 persen di atas seratus dari Rp100.000,00!

Jawab:

Cara I: 5% dari Rp100.000,00	= Rp5.000,00
5% dari Rp5.000,00	= Rp250,00
5% dari Rp250,00	= Rp12,50
5% dari Rp12,50	= Rp0,63
5% dari Rp0,63	= Rp0,03

Jadi 5% di atas seratus dari Rp100.000,00 sama dengan:

$$\text{Rp}5.000,00 - \text{Rp}250,00 \text{ Rp} + \text{Rp}12,50 - \text{Rp}0,63 + \text{Rp}0,03 = \text{Rp}4.761,90$$

Cara II: 5% di atas seratus dari Rp100.000,00 sama dengan:

$$\begin{aligned} \frac{p}{100+p} \times M &= \frac{5}{100+5} \times \text{Rp}100.000,00 \\ &= \text{Rp}4.761,90 \end{aligned}$$

Jadi, 5% di atas seratus dari Rp100.000,00 sama dengan Rp4.761,90.



3.1.3 Sistem tabungan

A. Secara umum

Contoh soal 4:

Vega meminjam uang sebesar Rp100.000,00 kepada Renti dengan suku bunga 12% per tahun. Berapa besar bunga selama 50 hari?

Jawab:

Diketahui: modal = Rp100.000,00
suku bunga = 12% per tahun

Ditanyakan: besar bunga selama 50 hari

Penyelesaian:

$$\text{Bunga 1 tahun} = \frac{12}{100} \times \text{Rp}100.000,00 = \text{Rp}12.000,00$$

$$\text{Bunga 1 hari} = \frac{1}{360} \times \text{Rp}12.000,00 = \text{Rp}33,33$$

Jadi, besar bunga selama 50 hari = $50 \times \text{Rp}33,33 = \text{Rp}1.666,67$.

Berdasarkan contoh di atas, apabila besar modal/pinjaman = M rupiah dipinjamkan atas dasar suku bunga = $p\%$ per tahun dan lama pinjaman w hari, berapa besar bunganya?

Jawab:

$$\text{Bunga 1 tahun} = \frac{p}{100} \times M$$

$$\text{Bunga 1 hari} = \frac{1}{360} \times \frac{p}{100} \times M$$

$$\text{Bunga } w \text{ hari} = w \times \frac{1}{360} \times \frac{p}{100} \times M = \frac{Mw}{360} \times \frac{p}{100}$$

$$\text{Bunga } w \text{ hari} = \frac{Mw}{360} \times \frac{p}{100}$$

Jadi, $p\%$ per tahun adalah $B = \frac{Mw}{360} \times \frac{p}{100}$

Jika $p\%$ per semester, maka $B = \frac{Mw}{180} \times \frac{p}{100}$

Jika $p\%$ 4 bulan, maka $B = \frac{Mw}{120} \times \frac{p}{100}$

Jika $p\%$ 3 bulan, maka $B = \frac{Mw}{90} \times \frac{p}{100}$

Jika $p\%$ per bulan, maka $B = \frac{Mw}{30} \times \frac{p}{100}$

Contoh soal 5:

Andika meminjam uang kepada Nandia sebesar Rp600.000,00 selama 5 bulan dengan suku bunga 9% per semester. Berapakah bunga yang dibayar Andika?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}600.000,00$; $p = 9\%$; $w = 5 \times 30 = 150$

Ditanyakan: B

Penyelesaian:

$$B = \frac{Mw}{180} \times \frac{p}{100} = \frac{600.000 \times 150}{180} \times \frac{9}{100} = 45.000$$

Jadi, besar bunga yang dibayar Andika adalah Rp45.000,00.

Contoh soal 6:

Vega meminjam uang ke bank sebesar Rp500.000,00 dengan suku bunga 1% per bulan. Berapakah uang yang harus dikembalikan Vega selama setahun?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}500.000,00$; $p = 1\%$; $w = 1 \times 360 = 360$

Ditanyakan: B

Penyelesaian:

$$B = \frac{Mw}{30} \times \frac{p}{100} = \frac{500.000 \times 360}{30} \times \frac{1}{100} = 60.000$$

Jadi, besar uang yang harus dikembalikan Rp500.000,00 + Rp60.000,00 = Rp560.000,00.

Contoh soal 7:

Pak tani meminjam uang kepada koperasi unit desa sebesar Rp100.000,00 dengan suku bunga 6% per tahun dalam jangka waktu 2 tahun. Berapakah uang yang harus dibayar setelah jangka waktu peminjaman habis?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}100.000,00$; $p = 6\%$;

$w = 2 \text{ tahun} = 2 \times 360 = 720 \text{ hari}$

Ditanyakan: M_n

Penyelesaian:

$$B = \frac{Mw}{360} \times \frac{p}{100}$$

$$B = \frac{100.000 \times 720}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$B = 12.000$$



Jadi, uang yang harus dikembalikan $\{M_n\} = M + B =$
 $\text{Rp}100.000,00 + \text{Rp}12.000,00 = \text{Rp}112.000,00.$

Contoh soal 8:

Untuk modal berdagang, Nandi meminjam uang sebesar $\text{Rp}1.000.000,00$ pada sebuah bank dengan suku bunga 18% per tahun. Hitunglah besar bunga selama 2 tahun 6 bulan 40 hari!

Jawab:

Cara I: dihitung satu per satu dengan rumus.

Besar bunga selama 2 tahun

$M = \text{Rp}1.000.000,00$; $p = 18\%$; $w = 2 \text{ tahun} = 2 \times 360 = 720 \text{ hari}$

$$B = \frac{Mw}{360} \times \frac{p}{100}$$

$$B = \frac{1.000.000 \times 720}{360} \times \frac{18}{100}$$

$$B = 360.000$$

Besar bunga selama 6 bulan

$M = \text{Rp}1.000.000,00$; $p = 18\%$; $w = 6 \times 30 = 180 \text{ hari}$

$$B = \frac{Mw}{360} \times \frac{p}{100}$$

$$B = \frac{1.000.000 \times 180}{360} \times \frac{18}{100}$$

$$B = 90.000$$

Besar bunga selama 40 hari

$M = \text{Rp}1.000.000,00$; $p = 18\%$; $w = 40$

$$B = \frac{Mw}{360} \times \frac{p}{100}$$

$$B = \frac{1.000.000 \times 40}{360} \times \frac{18}{100}$$

$$B = 20.000$$

Jadi, besar bunga selama 2 tahun 6 bulan 40 hari adalah
 $= \text{Rp}360.000,00 + \text{Rp}90.000,00 + \text{Rp}20.000,00$
 $= \text{Rp}470.000,00.$

Cara II: waktu seluruhnya dijadikan hari.

Sehingga, 2 tahun 6 bulan 40 hari $= 2 \times 360 + 6 \times 30 + 40 = 940$ hari selanjutnya gunakan rumus sebagai berikut.

$$B = \frac{Mw}{360} \times \frac{p}{100}$$

$$B = \frac{1.000.000 \times 940}{360} \times \frac{18}{100}$$

$$B = 470.000$$

Jadi, besar bunga selama 2 tahun 6 bulan 40 hari adalah $\text{Rp}470.000,00.$

Contoh soal 9:

Setelah berapa lama modal $\text{Rp}7.500.000,00$ menjadi $\text{Rp}12.000.000,00$ dengan suku bunga tunggal 9% per tahun?

Jawab:

Diketahui: $M + B = \text{Rp}12.000.000,00$

$$M = \text{Rp}7.500.000,00$$

$$p = 9\% \text{ per tahun}$$

Ditanyakan: w

Penyelesaian:

$$M + B = 12.000.000$$

$$7.500.000 + B = 12.000.000$$

$$B = 12.000.000 - 7.500.000$$

$$B = 4.500.000$$

$$B = \frac{Mw}{360} \times \frac{p}{100}$$

$$4.500.000 = \frac{7.500.000 \times w}{360} \times \frac{9}{100}$$

$$4.500.000 = 1.875 w$$

$$w = \frac{4.500.000}{1.875} = 2.400 \text{ hari}$$

$$w = \frac{2.400}{360} = 6,67 \text{ tahun}$$

$$w = 6 \text{ tahun} + 0,67 \times 12 \text{ bulan}$$

$$w = 6 \text{ tahun} 8 \text{ bulan}$$

Contoh soal 10:

Arfen meminjam uang di bank sebesar $\text{Rp}200.000,00$ dengan suku bunga tunggal 2% per bulan. Hitunglah besar bunga selama 2 tahun!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}200.000,00$; $p = 2\% \text{ per bulan}$;

$$w = 2 \text{ tahun} = 2 \times 12 \times 30 = 720 \text{ hari}$$

Ditanyakan: B



Penyelesaian:

$$B = \frac{Mw}{30} \times \frac{p}{100} = \frac{200.000 \times 720}{30} \times \frac{2}{100} = 96.000$$

Jadi, besar bunga selama 2 tahun adalah Rp96.000,00.

B. Perhitungan bunga dengan metode angka bunga dan pembagi tetap

Umumnya metode ini banyak dipakai jika mencari jumlah bunga dari beberapa modal dalam periode pinjaman berbeda tetapi suku bunga sama. Apabila suatu modal dibungakan dalam w hari, maka untuk menghitung besar bunga menggunakan rumus:

$$\text{Bunga } w \text{ hari} = \frac{Mw}{360} \times \frac{p}{100}$$

Dapat diubah bentuk menjadi

$$B = \frac{Mw}{100} \times \frac{p}{360}$$

$$B = \frac{Mw}{100} : \frac{360}{p}$$

Nilai $\frac{Mw}{100}$ disebut *angka bunga* dan $\frac{360}{p}$ disebut *pembagi tetap*.

Jadi,

$$\text{Bunga} = \frac{\text{angka bunga}}{\text{pembagi tetap}}$$

Contoh soal 11:

Tentukan bunga dari modal besar Rp900.000,00 dengan dasar bunga tunggal 4% per tahun selama 100 hari!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}900.000,00$; $p = 4\%$; $w = 100$

Ditanyakan: B

Penyelesaian:

$$B = \frac{Mw}{100} : \frac{360}{p}$$

$$B = \frac{900.000 \times 100}{100} : \frac{360}{4}$$

$$B = 900.000 : 90 = 10.000$$

Jadi, besar bunga selama 100 hari adalah Rp10.000,00.

Contoh soal 12:

Alen meminjam uang sebesar Rp84.219,56 selama 139 hari dengan dasar bunga 12% per tahun. Berapakah uang yang harus dibayar Alen (nilai akhir)?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}84.219,56 = \text{Rp}84.220,00$

$$p = 12\%; w = 139$$

Ditanyakan: Na

Penyelesaian:

$$B = \frac{Mw}{100} : \frac{360}{p}$$

$$B = \frac{84.220 \times 139}{100} : \frac{360}{12} = 117.066 : 30 = 3.902,20$$

$$Na = M + B = 84.219,56 + 3.902,20 = 88.121,76$$

Jadi, uang yang harus dibayar Alen adalah Rp88.121,76.

Contoh soal 13:

Tentukan jumlah bunga dari modal-modal sebesar Rp100.000,00; Rp50.000,00; dan Rp40.000,00 dibungakan dengan dasar bunga tunggal 5% per tahun, selama 60 hari, 50 hari, dan 40 hari!

Modal (M)	Hari (w)	Angka bunga = $\frac{Mw}{100}$
100.000	60	60.000
50.000	50	25.000
40.000	40	16.000
Jumlah		101.000

Jawab:

$$p = 5\%$$

$$\text{Pembagi tetap} = \frac{360}{p} = \frac{360}{5} = 72$$

$$\text{Jadi, jumlah bunga adalah} = \frac{101.000}{72} = \text{Rp}1.402,78.$$



Catatan

Syarat dari perhitungan bunga dengan metode angka baku dan pembagi tetap adalah:

1. modal dibulatkan dahulu dalam satuan rupiah terdekat;
2. bunga dibulatkan sampai sen terdekat (dua desimal);
3. angka bunga dijadikan bilangan bulat;
4. 1 tahun = 360 hari (kecuali ada ketentuan lain).



C. Perhitungan bunga dengan metode persen yang sebanding

Apabila persentase bunga bukan pembagi dari 360, maka dapat digunakan metode bagian persen sebanding karena untuk menghindari pembagi tetap yang merupakan bilangan pecahan.

Dengan metode ini, mula-mula dihitung besarnya bunga berdasarkan persentase terdekat yang merupakan pembagi dari 360. Kekurangan atau kelebihan bunga dari yang dimaksud dihitung dengan menggunakan persen yang sebanding. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh soal di bawah ini!

Contoh soal 14:

Hitunglah bunga dari modal Rp1.000.000,00 dengan suku bunga tunggal 6,5% setahun selama 60 hari!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}1.000.000,00$

$$p = 6,5\%$$

$$w = 60$$

$$\text{angka bunga} = \frac{Mw}{100} = \frac{1.000.000 \times 60}{100} = 600.000$$

Karena $p = 6,5$ bukan pembagi habis untuk bilangan 360, kita tentukan bilangan p lain misalnya $p = 6$, sehingga:

$$\text{Pembagi tetap} = \frac{360}{p} = \frac{360}{6} = 60$$

$$\text{Bunga } 6\% = \frac{600.000}{60} = 10.000$$

Di sini kekurangan bunga 0,5%, yaitu =

$$\frac{0,5\%}{6\%} \times 10.000 = \frac{1}{12} \times 10.000 = 833,33. \text{ Kemudian,}$$

kedua bunga tersebut dijumlahkan, sehingga menghasilkan bunga 6,5% (bunga yang dimaksud).

$$\begin{aligned} \text{Jadi, bunga } 6,5\% &= \text{bunga } 6\% + \text{bunga } 0,5\% \\ &= \text{Rp}10.000,00 + \text{Rp}833,33 \\ &= \text{Rp}10.833,33. \end{aligned}$$

Contoh soal 15:

Tentukan jumlah bunga dari modal-modal sebesar Rp100.000,00; Rp50.000,00; dan Rp40.000,00 dibungakan dengan dasar bunga tunggal 7% per tahun, selama 60 hari, 50 hari dan 40 hari!

Jawab:

Karena $p = 7$ bukan pembagi habis untuk bilangan 360, kita tentukan bilangan p yang lain misalnya $p = 8$, sehingga:

Modal (M)	Hari (w)	Angka bunga = $\frac{Mw}{100}$
100.000	60	60.000
50.000	50	25.000
40.000	40	16.000
Jumlah		101.000

$$\text{Pembagi tetap} = \frac{360}{p} = \frac{360}{8} = 45$$

$$\text{Bunga } 8\% = \frac{101.000}{45} = 2.244,44$$

Di sini kelebihan bunga 1%, yaitu $\frac{1\%}{8\%} \times \text{bunga } 8\% =$

$$\frac{1}{8} \times 2.244,44 = 280,96. \text{ Kemudian, kedua bunga terse-}$$

but dikurangkan, sehingga menghasilkan bunga 7% (bunga yang dimaksud).

$$\begin{aligned} \text{Jadi, bunga } 7\% &= \text{bunga } 8\% - \text{bunga } 1\% \\ &= \text{Rp}2.244,44 - \text{Rp}280,96 \\ &= \text{Rp}1.963,33. \end{aligned}$$

D. Perhitungan bunga dengan metode bagian persen seukuran

Pada metode ini, 1 tahun = 365 hari untuk tahun biasa, 1 tahun = 366 hari untuk tahun kabisat, yaitu tahun yang habis dibagi 4. Oleh karena tidak banyak persentase yang memberikan pembagi tetap yang bulat, maka perhitungan dengan metode ini berpangkal suku bunga 5% per tahun. Jika suku bunganya kurang atau lebih dari 5%, maka kekurangan atau kelebihan bunga dari yang dimaksud dihitung dengan menggunakan persen yang sebanding. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh di bawah ini!

Perhitungan bunga 5% besar modal M , selama w hari, maka:

$$B = \frac{Mw}{365} \times \frac{5}{100}$$

$$B = \frac{Mw}{100} \times \frac{5}{365}$$

$$B = \frac{Mw}{100} \times \frac{1}{73}$$

$$B = \frac{Mw}{10.000} \times \frac{100}{73}$$



Catatan $\frac{100}{73} = 1,369863014$, sedangkan

$$\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right) = 1,37$$

Sehingga, nilai $\frac{100}{73} \approx \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right)$.

Dengan demikian, bunga yang dimaksud kira-kira sama dengan:

$$B = \frac{Mw}{10.000} \times \left\{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right\}$$

Contoh soal 16:

Pada tanggal 12 Januari 2001, Nyonya Ida menyimpan uang di bank sebesar Rp200.000,00 dengan suku bunga tunggal 7% per tahun (1 tahun = 365 hari). Hitunglah besar bunga sampai tanggal 30 April 2001!

Jawab:

$M = \text{Rp}200.000,00$

$p = 7\%$

1 tahun = 365 hari

Tanggal simpan 12 Januari 2001.

Besar bunga sampai tanggal 30 April 2001!

Jumlah hari dari tanggal 12 Januari hingga tanggal 30 April 2001 adalah:

$$w = (19 + 28 + 31 + 30)$$

$$w = 108$$

$$B = \frac{Mw}{10.000} \times \left\{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right\}$$

$$B = \frac{200.000 \times 108}{10.000} \times \left\{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right\}$$

$$B = 2.160 \left\{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right\}$$

$$B = 2.160 + 720 + 72 + 7,2 = 2.959,20$$

Bunga 5% = 2.959,20

$$\text{Bunga } 2\% = \frac{2\%}{5\%} \times 2.959,20 = 1.183,68$$

$$\begin{aligned} \text{Bunga } 7\% &= \text{Bunga } 5\% + \text{Bunga } 2\% \\ &= 2.959,20 + 1.183,68 \\ &= 4.142,88 \end{aligned}$$

Jadi, besarnya bunga sampai tanggal 30 April 2001 adalah Rp4.142,88.

Contoh soal 17:

Carilah jumlah bunga dari modal-modal di bawah ini:

Rp80.000,00 selama 78 hari

Rp60.000,00 selama 260 hari

Rp140.000,00 selama 100 hari

Dengan suku bunga 5,5% per tahun dan 1 tahun = 365 hari.

Jawab:

Modal (M)	Hari (w)	Modal × hari (Mw)
80.000	78	6.240.000
60.000	260	15.600.000
140.000	100	14.000.000
Jumlah		35.840.000

$$\frac{Mw}{10.000} = \frac{35.840.000}{10.000} = 3584$$

$$\frac{1}{3} \times 3.584 = 1.194,67$$

$$\frac{1}{30} \times 3.584 = 119,47$$

$$\frac{1}{300} \times 3.584 = 11,95$$

$$\begin{aligned} \text{Bunga } 5\% \text{ besarnya} &= 3.584 + 1.194,67 + 119,47 \\ &+ 11,95 = 4.910,09 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Di sini kekurangan bunga } \frac{1}{2}\%, \text{ yaitu} &= \frac{\frac{1}{2}\%}{5\%} \times 4.910,09 \\ &= \frac{1}{10} \times 4.910,09 \\ &= 491,01 \end{aligned}$$

Kemudian, kedua bunga dijumlahkan.

$$\begin{aligned} \text{Jadi, bunga } 5,5\% &= \text{Bunga } 5\% + \text{Bunga } 0,5\% \\ &= 4.910,09 + 491,01 = 5.401,10 \end{aligned}$$

Jadi, besarnya bunga 5,5% adalah Rp5.401,10.

Contoh soal 18:

Hitunglah bunga atas modal Rp200.000,00 dengan suku bunga 6% per tahun dari 20 April 1999 sampai 1 Juli 1999.

Jawab:

Jumlah hari dari tanggal 20 April 1999 sampai 1 Juli 1999 adalah: $(10 + 31 + 30 + 1) = 72$ hari. Jadi, $w = 72$ hari, maka:



$$B = \frac{Mw}{10.000} \times \left\{ 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300} \right\}$$

$$B = \frac{200.000 \times 72}{10.000} \times \left\{ 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300} \right\}$$

$$B = 1.440 \times \left\{ 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300} \right\}$$

$$B = 1.440 + 480 + 48 + 4,8 = 1.972,80$$

$$\text{Besarnya bunga } 5\% = \text{Rp}1.972,80$$

$$\text{Bunga } 1\% = \frac{1\%}{5\%} \times \text{Rp } 1.972,80 = \text{Rp}394,56$$

$$\text{Bunga } 6\% = \text{Rp}2.367,36$$

Latihan 1

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

- Tentukan besar bunga untuk keadaan berikut!
 - Modal Rp100.000,00 dengan suku bunga 5% per tahun selama 10 tahun.
 - Modal Rp300.000,00 dengan suku bunga 4% per tahun selama 4 bulan 15 hari.
- Dalam jangka waktu berapakah simpanan Rp200.000,00 menjadi Rp212.500,00, jika suku bunganya 2% per bulan?
- Modal sebesar Rp50.000,00 dibungakan dengan bunga tunggal $p\%$ per bulan. Setelah 2 tahun, modalnya menjadi Rp120.000,00. Tentukan p !
- Dengan menggunakan angka bunga dan pembagi tetap, hitunglah besar bunga dari uang sebesar Rp1.500.000,00 yang diperbungakan selama 80 hari atas dasar bunga tunggal 4,5% setahun!
- Seorang pedagang kecil meminjam uang dari koperasi simpan pinjam sebesar Rp100.000,00 untuk masa 3 bulan dengan suku bunga 6% per tahun. Dengan menggunakan metode angka bunga dan pembagi tetap, hitunglah besar bunga yang harus dibayar pedagang tersebut!
- Hitunglah bunga dengan menggunakan metode persen sebanding dari uang Rp500.000,00 selama 98 hari dengan suku bunga 6,5% per tahun dan 1 tahun = 360 hari!
- Hitunglah jumlah bunga dari modal-modal di bawah ini.
 - Rp8.960.000,00 selama 66 hari
 - Rp7.500.000,00 selama 50 hari
 - Rp24.500.000,00 selama 34 hari
 Jika suku bunganya 7,5% setahun (1 tahun = 365 hari).
- Suatu modal dibungakan dengan bunga tunggal dan besar suku bunga tunggal 2,5% per bulan. Dalam berapa bulan, modal tersebut menjadi dua kali modal semula?
- Dengan metode angka bunga dan pembagi tetap, tentukan jumlah bunga dari modal-modal berikut ini dengan dasar bunga 5% per tahun (1 tahun = 360 hari)!
 - Rp87.500,00 diperbungakan selama 100 hari
 - Rp66.250,00 diperbungakan selama 150 hari
 - Rp90.750,00 diperbungakan selama 120 hari

Tugas Mandiri

Kunjungi Bank terdekat, lalu bukalah rekening! Setelah itu, hitunglah perkembangan bunga tabungan Anda setiap awal bulan dengan menggunakan rumus yang sudah Anda kenal!



Lembar Tugas 1

- Berapa bunga dari modal Rp100.000,00 dengan suku bunga 2% per semester selama 2 tahun?
- Berapa persen bunga tunggal jika modal Rp2.000.000,00 menjadi Rp 2.100.000,00 dalam setahun?
- Modal sebesar Rp20.000.000,00 dibungakan dengan suku bunga tunggal 2,5% per semester. Berapa tahun modal tersebut menjadi Rp27.000.000,00?
- Hitunglah bunga dari modal sebesar Rp1.000.000,00 dibungakan dari tanggal 5 Juli 1999 sampai 27 September 1999 dengan suku bunga 5,5% per tahun (1 tahun = 365 hari)!



3.1.4 Sistem pinjaman

Dalam pembayaran bunga, terdapat 2 sistem pinjaman, yaitu sebagai berikut.

1. Pinjaman dengan sistem diskonto, yaitu pembayaran bunga yang dilakukan pada awal pinjaman.

Contoh soal 19:

Nandia meminjam uang sebesar Rp100.000,00. Untuk itu, ia bersedia membayar jasa sebesar Rp5.000,00 yang diperhitungkan sebagai pinjaman setelah 1 tahun. Apabila Nandia membayar jasa di muka, maka ia menerima uang sebesar Rp95.000,00. Pada waktu pinjaman dilakukan, maka setelah 1 tahun harus mengembalikan Rp100.000,00 dan uang Rp5.000,00 disebut diskonto.

2. Pinjaman dengan sistem bunga, yaitu pembayaran bunga yang dilakukan pada akhir pinjaman.

Contoh soal 20:

Rentia meminjam uang sebesar Rp100.000,00. Untuk itu, ia bersedia membayar jasa sebesar Rp5.000,00 yang diperhitungkan sebagai pinjaman setelah 1 tahun. Jika jasa dibayar dibelakang, maka waktu meminjam Rentia menerima Rp100.000,00. Setelah satu tahun, ia harus mengembalikan Rp105.000,00. Uang sebesar Rp100.000,00 disebut pokok pinjaman, jasa sebesar Rp5.000,00 disebut bunga.

A. Perhitungan diskonto

Jika suatu pinjaman sebesar M dikenakan diskonto p , maka besarnya diskonto adalah:

$$D = p\% \times M = \frac{p \times M}{100} \Leftrightarrow M = \frac{100D}{p}$$

Uang yang diterima (nilai tunai) = pokok pinjaman - diskonto

$$N_t = M - D$$

$$N_t = \frac{100D}{p} - D$$

$$N_t = \frac{D(100 - p)}{p}$$

$$D = \frac{p}{100 - p} N_t$$

Jadi, besarnya diskonto yang dihitung terhadap nilai tunai adalah:

$$D = \frac{p}{100 - p} N_t$$

Bentuk $\frac{p}{100 - p}$ disebut $p\%$ di bawah 100 (p persen di bawah seratus).

Misalnya: 15% di bawah 100 dari 100.000 adalah

$$\begin{aligned} \frac{p}{100 - p} \times N_t &= \frac{15}{100 - 15} \times 100.000 \\ &= \frac{15}{85} \times 100.000 = 17.647,06 \end{aligned}$$

Contoh soal 21:

Arfenda meminjam uang kepada Rentia sebesar Rp20.000,00 dengan diskonto 3% per tahun. Berapa besar uang yang diterimanya?

Jawab:

Diketahui: $N_a = \text{Rp}20.000,00$
 $D = 3\%$

Ditanyakan: N_t

Penyelesaian:

$D = \frac{3}{100} \times 20.000 = 600$, di mana $D = N_a - N_t$ Maka:

$$N_t = N_a - D$$

$$N_t = 20.000 - 600$$

$$N_t = 19.400$$

Jadi, besar uang yang diterima adalah Rp19.400,00.

Contoh soal 22:

Rentia meminjam uang di bank dengan diskonto 20% per tahun dan jika uang yang diterima Rp100.000,00.

- a. Hitunglah besarnya diskonto!
- b. Berapa besar uang yang harus dikembalikan setelah 1 tahun?
- c. Apabila setelah 3 bulan sejak pinjaman diterima, Rentia sudah dapat mengembalikan pinjaman itu, berapa uang yang harus dikembalikan Rentia kepada bank?

Jawab:

Diketahui: $N_t = \text{Rp}100.000,00$
 $p = 20\%$

Ditanyakan: a. D

- b. N_a setelah 1 tahun
- c. N_a setelah 3 bulan

**Penyelesaian:**

- a. Besar diskonto dalam rupiah

$$D = \frac{p}{100 - p} \times N_t$$

$$D = \frac{20}{100 - 20} \times 100.000$$

$$D = \frac{20}{80} \times 100.000 = 25.000$$

Jadi, besar diskonto selama 1 tahun adalah Rp25.000,00.

- b. Uang yang harus dikembalikan setelah 1 tahun

$$N_a = N_t + D$$

$$N_a = 100.000 + 25.000 = 125.000$$

Jadi, Rentia harus mengembalikan uang di bank sebesar Rp125.000,00.

- c. Jika diskonto 1 tahun Rp25.000,00, maka diskonto 3 bulan adalah $= \frac{3}{12} \times 25.000 = 6.250$.

$$N_a = N_t + D$$

$$N_a = 100.000 + 6.250 = 106.250$$

Jadi, besar uang yang harus dikembalikan setelah 3 bulan adalah Rp106.250,00.

Contoh soal 23:

Berapakah harus dilunasi oleh penerima kredit sesudah satu periode bunga, jika kredit diberikan dengan suku diskonto 3% per tahun dan nilai tunainya Rp200.000,00?

Jawab:

$$D = \frac{p}{100 - p} \times N_t$$

$$\text{Jadi, } D = \frac{3}{97} \times \text{Rp}200.000,00 = \text{Rp}6.185,57.$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai akhir } (N_a) &= N_t + D \\ &= \text{Rp}200.000,00 + \text{Rp}6.185,57 \\ &= \text{Rp}206.185,57 \end{aligned}$$

Contoh soal 24:

Hitunglah nilai akhir suatu wesel yang setelah dikurangi diskonto 36 hari dengan suku diskonto 5% per tahun bernilai tunai Rp95.080,00!

Jawab:

Diketahui: N_t wesel = Rp95.080,00

$$p = 5\%; w = 36$$

Ditanyakan: N_a

Penyelesaian:

$$\text{Diskonto } (D) = \frac{N_a \times w}{360} \times \frac{p}{100} = \frac{N_a \times 36}{360 \times 10} \times \frac{5}{100} = \frac{N_a}{200}$$

$$N_t = N_a - D$$

$$95.080 = N_a - \frac{N_a}{200}$$

$$N_a \left(1 - \frac{1}{200}\right) = 95.080$$

$$N_a = 95.080 : \frac{200 - 1}{200}$$

$$N_a = 95.080 \times \frac{200}{200 - 1}$$

$$N_a = 95.557,79$$

Atau dapat pula dihitung dengan cara lain, yaitu:

Diskonto dalam 36 hari dengan suku diskonto 5% per tahun dari $N_a = \frac{36}{360} \times 5\% = 0,5\%$.

Jadi, nilai tunai (N_t) = (100 - 0,5)% dari N_a . Ini berarti diskonto (D) = 0,5% di bawah 100 dari nilai tunai atau:

$$D = \frac{p}{100 - p} \times N_t$$

$$D = \frac{0,5}{99,5} \times \text{Rp}95.080,00$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } N_a = N_t + D &= \text{Rp}95.080,00 + \text{Rp}477,79 \\ &= \text{Rp}95.557,79. \end{aligned}$$

Contoh soal 25:

Berapakah nilai tunai dari hutang Rp1.000.000,00 yang akan dibayar 10 bulan yang akan datang dengan diskonto 6% setahun?

Jawab:

Diketahui: $N_a = \text{Rp}1.000.000,00$

$$p = 6\%; w = 10 \times 30 = 300$$

Ditanyakan: N_t



Penyelesaian:

$$D = \frac{N_a \times w}{360} \times \frac{p}{100} = \frac{1.000.000 \times 300}{360} \times \frac{6}{100} = 50.000$$

$$N_t = N_a - D = \text{Rp}1.000.000,00 - \text{Rp}50.000,00 \\ = \text{Rp}950.000,00$$

B. Perhitungan bunga terhadap nilai akhir

Sebelumnya telah dijelaskan pinjaman dengan sistem diskonto, yaitu pinjaman dengan pembayaran bunga yang dilakukan pada awal jangka waktu pinjaman. Bila pinjaman dilakukan dengan sistem bunga, maka pembayaran bunga dilakukan pada akhir jangka waktu pinjaman, yaitu bersama dengan pelunasan pinjaman itu. Jadi, pinjaman dengan sistem bunga, yaitu uang yang harus dikembalikan (N_a) terdiri atas pokok pinjaman (M) ditambah bunga pinjaman (B) atau dapat ditulis:

$$N_a = M + B \quad \dots\dots\dots (1)$$

Jika suku bunga pinjamannya $p\%$, maka $B = \frac{p}{100} \times M$

atau $M = \frac{100}{p} \times B$. Jika M disubstitusikan pada persamaan (1), maka akan diperoleh:

$$N_a = \left(\frac{100}{p} \times B \right) + B$$

$$N_a = \frac{100B + pB}{p}$$

$$N_a \times p = B(100 + p)$$

$$B = \frac{p}{100 + p} \times N_a$$

Jadi, besarnya bunga $p\%$ terhadap nilai akhir adalah

$$B = \frac{p}{100 + p} \times N_a.$$

Bentuk $\frac{p}{100 + p}$ disebut $p\%$ di atas 100 (p persen di atas seratus).

Misalnya nilai 20% di atas 100 dari Rp36.000.000,00

$$\text{adalah } \frac{20}{100 + 20} \times 36.000 = \frac{20}{120} \times 36.000 = 6000$$

Contoh soal 26:

Andi meminjam uang dengan suku bunga 5% per tahun.

Setelah 1 tahun, pinjaman harus dikembalikan berikut bunga sebesar Rp1.050.000,00. Berapa besar uang yang dipinjam Andi?

Jawab:

Diketahui: $N_a = \text{Rp}1.050.000,00$

$$p = 5\%$$

Ditanyakan: M

Penyelesaian:

Besar bunga setelah 1 tahun:

$$B = \frac{p}{100 + p} \times N_a = \frac{5}{100 + 5} \times 1.050.000$$

$$B = \frac{5}{105} \times 1.050.000 = 50.000$$

Besar pinjaman Andi (M)

$$M = N_a - B$$

$$M = 1.050.000 - 50.000 = 1.000.000$$

Jadi, besar pinjaman Andi adalah Rp1.000.000,00.

Contoh soal 27:

Tuan Vega meminjam uang pada sebuah koperasi dengan suku bunga 2% per tahun. Tuan Vega baru bisa mengembalikan berikut bunganya setelah 5 tahun yang akan datang sebesar Rp550.000,00. Berapa besar pinjaman tuan Vega?

Jawab:

Diketahui: $N_a = \text{Rp}550.000,00$

$$p = 2\%$$

$$n = 5 \text{ tahun}$$

Ditanyakan: M

Penyelesaian:

Besar bunga dalam 1 tahun (B_1) adalah:

$$B_1 = \frac{p}{100 + np} \times N_a = \frac{2}{100 + 5 \cdot 2} \times 550.000$$

$$= \frac{2}{110} \times 550.000 = 10.000$$

Besar bunga setelah 5 tahun (B_5) adalah:

$$B_5 = 5 \times B_1 = 5 \times 10.000 = 50.000$$

$$\text{Besarnya pinjaman } (M) = N_a - B_5 = 550.000 - 50.000 \\ = 500.000.$$

Jadi, besar pinjaman Tuan Vega adalah Rp500.000,00.

Latihan 2

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

- Hitunglah!
 - 6% di bawah seratus dari Rp1.000.000,00.
 - 7% di atas seratus dari Rp1.500.000,00.
- Hitunglah nilai akhir yang telah dikurangi 45 hari dengan diskonto 6% per tahun dan mempunyai nilai kontan Rp1.687.200,00!
- Hitunglah nilai tunai dari suatu hutang sebesar Rp2.000.000,00 dengan diskonto 7% per tahun, bila periode pinjaman 1 tahun!
- Tuan Vega membeli sebuah sepatu di Toko NANDI dengan diskon 15%. Jika Tuan Vega hanya membayar sepatu sebesar Rp85.000, berapa harga sepatu tersebut sebelum harga diskon?
- Alamanda meminjam uang pada Astika dengan sistem diskonto. Pada waktu melakukan pinjaman, Alamanda hanya menerima Rp190.000,00 karena telah dikenakan diskonto 5% per tahun.
 - Berapakah besarnya diskonto?
 - Berapa uang yang harus dikembalikan setelah satu tahun?
 - Apabila setelah 5 bulan sejak pinjaman itu diterima Alamanda sudah dapat mengembalikan pinjaman itu, berapa uang yang harus dikembalikan Alamanda?
- Telah diberikan pinjaman kredit dengan bunga 4% per tahun. Setelah satu tahun, peminjam membayar kredit dengan bunganya berjumlah Rp300.000,00. Berapakah besar kredit yang diterima?



Lembar Tugas 2

- Hitunglah!
 - 10% di bawah seratus dari Rp5.000.000,00.
 - 25% di atas seratus dari Rp3.000.000,00.
- Rentia membeli sebuah gaun di sebuah toko. Harga yang tertera pada label sebesar Rp125.000,00. Jika pembelian gaun tersebut diberikan diskon 20%, berapa Rentia harus membayar gaun tersebut?

- Petani meminjam uang kepada KUD dengan suku bunga tunggal 9% per tahun. Setelah 4 tahun ia harus mengembalikan berikut bunganya sebesar Rp136.000,00. Berapa besar uang yang dipinjam petani tersebut?
- Kuncoro meminjam uang kepada Asti dengan sistem diskonto. Kuncoro hanya menerima Rp990.000,00 pada saat peminjaman karena telah dikenakan diskonto 10% per tahun.
 - Tentukan besarnya diskonto dalam rupiah!
 - Berapa besar uang yang harus dikembalikan setelah satu tahun?
 - Apabila setelah 6 bulan sejak pinjaman itu diterima, Kuncoro sudah dapat mengembalikannya, berapa uang yang harus dikembalikan Kuncoro tersebut?

3.1.5 Pengertian bunga majemuk

Pada pembahasan bunga tunggal, bunga dihitung secara berbanding lurus. Dalam hal ini bunga yang timbul pada setiap akhir jangka waktu, tidak mempengaruhi besar modal yang dipinjam, tetapi jika setelah jangka waktu tersebut bunga itu tidak diambil, maka bunga yang timbul ditambahkan pada modal semula.

Dengan demikian, pada akhir jangka waktu berikutnya, bunga itu sendiri menghasilkan bunga juga. Apabila perkembangan suatu modal diperhitungkan secara demikian, maka dikatakan bahwa modal itu dibungakan atas dasar bunga majemuk. Untuk lebih jelas apa perbedaan antara bunga tunggal dengan bunga majemuk, perhatikan contoh berikut ini!

Contoh soal 28:

Hernandia menyimpan uang di bank Rp1.000.000,00 dengan suku bunga 6% per tahun dalam jangka waktu 4 tahun. Dengan menggunakan perhitungan bunga tunggal dan bunga majemuk, hitunglah besar uang Hernandia setelah jangka waktu 4 tahun!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}1.000.000,00$; $p = 6\%$; dan $t = 4$

Ditanyakan: besar uang Hernandia setelah jangka waktu 4 tahun, jika dihitung dengan:

- bunga tunggal dan
- bunga majemuk

Penyelesaian:

- Perhitungan dengan bunga tunggal



$$j = \frac{p}{100} \times M \times t$$

$$j = \frac{6}{100} \times 1.000.000 \times 4 = 240.000$$

Jadi, besar uang simpanan Hernandia setelah 4 tahun adalah: Rp1.000.000,00 + Rp240.000,00 = Rp1.240.000,00

b. Perhitungan dengan bunga majemuk

Modal setelah 1 tahun menjadi:

$$\text{Rp}1.000.000,00 + \frac{6}{100} \times \text{Rp}1.000.000,00$$

$$= \text{Rp}1.060.000,00$$

Modal setelah 2 tahun menjadi:

$$\text{Rp}1.060.000,00 + \frac{6}{100} \times \text{Rp}1.060.000,00$$

$$= \text{Rp}1.123.600,00$$

Modal setelah 3 tahun menjadi:

$$\text{Rp}1.123.600,00 + \frac{6}{100} \times \text{Rp}1.123.600,00$$

$$= \text{Rp}1.191.016,00$$

Modal setelah 4 tahun menjadi:

$$\text{Rp}1.191.016,00 + \frac{6}{100} \times \text{Rp}1.191.016,00$$

$$= \text{Rp}1.262.476,96$$

Jadi, besar uang simpanan Hernandia setelah 4 tahun adalah Rp1.262.476,96.

Dari hasil perhitungan di atas, tampak ada perbedaan jumlah akhir, sehingga dapat disimpulkan bahwa:

Suatu modal memberikan bunga majemuk/bunga berganda/bunga berbunga, jika setiap bunga yang didapat pada setiap satuan jangka waktu peminjaman ditambahkan pada modal, maka pada akhir jangka waktu berikutnya bunga tersebut juga akan menghasilkan bunga.

3.1.6 Perhitungan nilai akhir dengan masa bunga bulat

Apabila sebuah modal M rupiah dibungakan secara bunga majemuk $p\%$ setahun, maka:

i. modal setelah 1 tahun menjadi:

$$M_1 = M + \frac{p}{100} M = M(1 + \frac{p}{100})$$

ii. modal setelah 2 tahun menjadi:

$$M_2 = M_1 + \frac{p}{100} M_1 = M_1(1 + \frac{p}{100})$$

$$= M(1 + \frac{p}{100})(1 + \frac{p}{100}) = M(1 + \frac{p}{100})^2$$

iii. modal setelah 3 tahun menjadi:

$$M_3 = M_2 + \frac{p}{100} M_2 = M_2(1 + \frac{p}{100})$$

$$= M(1 + \frac{p}{100})^2(1 + \frac{p}{100}) = M(1 + \frac{p}{100})^3$$

iv. modal setelah n tahun menjadi:

$$M_n = M(1 + \frac{p}{100})^n$$

Jika $\frac{p}{100} = i$, maka $M_n = M(1 + i)^n$

Keterangan:

M_n = besarnya modal setelah n periode disebut juga nilai akhir

M = besarnya modal atau pokok pinjaman

$i = \frac{p}{100}$, p suku bunga setiap tahun/periode

n = lamanya jangka waktu/periode/masa bunga

Dari rumus yang diperoleh dengan cara di atas, dapat pula dicari dengan cara lain, yaitu dengan deret geometri.

Jika modal sebesar M dibungakan n tahun dengan suku bunga $p\%$, maka M_n dapat dicari dengan:

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n \rightarrow \text{deret geometri.}$$

$$M(1 + i) + M(1 + i)^2 + M(1 + i)^3 + \dots + M(1 + i)^n$$

$$a = M(1 + i), r = (1 + i)$$

$$S_n = a \cdot r^{n-1} \rightarrow \text{rumus deret geometri}$$

$$M_n = M(1 + i)(1 + i)^{n-1}$$

$$M_n = M(1 + i)^{1+n-1}$$



$$M_n = M(1 + i)^n \text{ atau } M_n = MS_{\overline{n}|i}$$

Untuk menentukan $(1 + i)^n$ atau $S_{\overline{n}|i}$ dapat dicari dengan:

1. daftar bunga → terdapat pada tabel 3
2. daftar logaritma → terdapat pada tabel 1
3. kalkulator

Contoh soal 29:

Carilah nilai $(1 + 0,03)^{12}$ dengan daftar bunga, daftar logaritma, dan kalkulator!

Jawab:

- a. Dengan daftar bunga

Perhatikan sebagian dari tabel 3 berikut ini!

n	$1\frac{1}{2}\%$	2%	$2\frac{1}{2}\%$	3%	...	6%
1						
2						
3						
4						
⋮						
12				1,42576089		
⋮						
50						

$(1 + 0,03)^{12}$ dapat dicari pada tabel 3 kolom 3% dengan $n = 12$ didapat 1,42576089. Jadi, nilai $(1 + 0,03)^{12} = (1,03)^{12} = 1,425762089$.

- b. Dengan daftar logaritma 3 desimal

$$\text{Misalkan } (1,03)^{12} = x$$

$$\log (1,03)^{12} = \log x$$

$$12 \log 1,03 = \log x$$

$$12 \times 0,013 = \log x$$

$$0,156 = \log x \rightarrow \text{dicari pada antilog}$$

$$1,43 = x$$

$$\text{Jadi, nilai } (1 + 0,03)^{12} = (1,03)^{12} = 1,43.$$

- c. Dengan kalkulator *scientific*

Untuk menentukan nilai $(1 + 0,03)^{12}$, caranya adalah dengan menekan tombol

1	.	0	3	INV	×	1	2	=
					X^Y			

maka dilayar akan muncul 1,425760887.

$$\text{Jadi, nilai } (1 + 0,03)^{12} = (1,03)^{12} = 1,425760887.$$

Contoh soal 30:

Suatu modal sebesar Rp1.000.000,00 dibungakan dengan bunga majemuk 4% setahun. Berapakah besar modal itu setelah 10 tahun?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}1.000.000,00$; $i = 0,04$; $n = 10$

Ditanyakan: besar modal setelah 10 tahun

Penyelesaian:

$$M_n = M(1 + i)^n$$

$M_{10} = 1.000.000 (1,04)^{10}$ dapat diselesaikan dengan:

- a. Dengan daftar bunga

Perhatikan sebagian dari tabel 3 berikut ini!

n	$1\frac{1}{2}\%$	2%	...	4%	...	6%
1						
2						
3						
4						
⋮						
10				1,48024428		
⋮						
50						

Terlihat pada daftar nilai $(1,04)^{10} = 1,48024428$

$$\text{sehingga } M_{10} = 1.000.000 (1,04)^{10}$$

$$\rightarrow M_{10} = 1.000.000 S_{\overline{10}|4\%}$$

$$= 1.000.000 \times 1,48024428$$

$$= 1.480.244,28$$

Jadi, besar modal setelah 10 tahun adalah Rp1.480.244,28.



b. Dengan daftar logaritma

$$M_{10} = 1.000.000 (1,04)^{10}$$

Misalkan: $x = (1,04)^{10}$, maka :

$$\log x = \log (1,04)^{10}$$

$$\log x = 10 \log (1,04)$$

$$\log x = 10 (0,017) \rightarrow \text{dicari dari daftar logaritma}$$

$$\log x = 0,17$$

$$x = 1,48 \rightarrow \text{dicari dari daftar antilog}$$

$$M_{10} = 1.000.000 \times x$$

$$M_{10} = 1.000.000 \times 1,48$$

$$M_{10} = 1.480.000$$

Jadi, setelah 10 tahun besar modal menjadi Rp1.480.000,00.

c. Dengan kalkulator *scientific*

Untuk menentukan nilai $M_{10} = 1.000.000 (1,04)^{10}$, tekan tombol pada kalkulator seperti berikut!

1	.	0	4	INV	×	1	0	×	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	=
					x^y														

Setelah menekan tombol dengan benar, maka pada layar akan muncul 1480244,285.

Jadi, setelah 10 tahun besar modal menjadi Rp1.480.244,285.

Contoh soal 31:

Alamanda menyimpan uangnya di bank sebesar Rp2.000.000,00 dengan suku bunga mejemuk 5% tiap triwulan. Berapakah besar simpanan Alamanda setelah 4 tahun 3 bulan?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}2.000.000,00$; $i = 5\%$;

$$n = 4 \times \frac{12}{3} + \frac{3}{3} = 4 \times 4 + 1 = 17 \text{ triwulan}$$

Ditanyakan: besar simpanan Alamanda setelah 4 tahun 3 bulan

Penyelesaian:

$$M_n = M(1 + i)^n$$

$$M_{17} = 2.000.000 (1,05)^{17} \rightarrow M_{17} = 2.000.000$$

$S_{17|5\%}$

$$= 2.000.000 \times 2,292018318$$

$$M_{17} = 4.584.036,64$$

Jadi, besar simpanan Alamanda selama 4 tahun 3 bulan adalah Rp4.584.036,64.

Dari rumus modal akhir $M_n = M(1 + i)^n$, dapat pula dicari suku bunga (i) atau lama periode pinjaman (n) atau besar pokok pinjaman (M), jika unsur-unsur lainnya diketahui.

Contoh soal 32:

Sebuah modal besarnya Rp100.000,00. Sesudah 6 tahun, modal menjadi Rp141.851,91. Berapakah besar suku bunga per tahun?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}100.000,00$; $M_n = 141.851,91$; $n = 6$

Ditanyakan: besar suku bunga per tahun =?

Penyelesaian:

$$M_n = M(1 + i)^n$$

$$141.851,91 = 100.000 (1 + i)^6$$

$$(1 + i)^6 = \frac{141.851,91}{100.000}$$

$$(1 + i)^6 = 1,4185191$$

$$\log (1 + i)^6 = \log 1,4185191$$

$$6 \log (1 + i) = \log 1,42$$

$$\log (1 + i) = \frac{\log 1,42}{6}$$

$$\log (1 + i) = \frac{0,152}{6}$$

$$\log (1 + i) = 0,025$$

$$(1 + i) = 1,06$$

$$i = 1,06 - 1 = 0,06 = 6\%$$

Jadi, suku bunganya 6% setahun.

Contoh soal 33:

Dalam berapa tahunkah modal Rp2.000.000,00 menjadi Rp3.650.000,00 dengan suku bunga majemuk 2% setiap tengah tahun?

Penyelesaian:

Diketahui: $M = \text{Rp}2.000.000,00$; $M_n = 3.650.000,00$; $i = 0,02$



Ditanyakan: berapa tahun modal tersebut akan menjadi Rp3.650.000,00

Penyelesaian:

$$M_n = M(1 + i)^n$$

$$3.650.000 = 2.000.000 (1,02)^n$$

$$(1,02)^n = \frac{3.650.000}{2.000.000}$$

$$(1,02)^n = 1,825$$

$$\log (1,02)^n = \log 1,825$$

$$n \log (1,02) = \log 1,825$$

$$n = \frac{\log 1,825}{\log 1,02} = \frac{0,261}{0,009} = 29$$

Jadi, $n = 29$ tahun atau $29 \times \frac{1}{2}$ tahun =

$$14\frac{1}{2} \text{ tahun} = 14 \text{ tahun } 6 \text{ bulan.}$$

3.1.7 Perhitungan bunga majemuk dengan masa bunga pecahan

Apabila jangka waktu pinjaman (masa bunga) bukan suatu bilangan bulat melainkan berupa pecahan, maka perhitungan bunga majemuk dapat dilakukan dengan cara:

1. logaritma atau kalkulator,
2. diambil bagian n yang bulat dulu dan bagian yang pecahan dihitung dengan bantuan bunga tunggal (cara ini umumnya lebih banyak digunakan).

Contoh soal 34:

Suatu modal sebesar Rp1.000.000,00 dibungakan selama 3 tahun 3 bulan berdasarkan bunga majemuk 5% per semester. Berapakah nilai akhir modal tersebut?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}1.000.000,00$;

$$i = 0,05;$$

$$n = 3 \times \frac{12}{6} + \frac{3}{6} = 3 \times 2 + \frac{1}{2} = 6\frac{1}{2} \text{ semester}$$

Ditanyakan: nilai akhir modal

Penyelesaian:

1. Dengan logaritma

$$M_n = M(1 + i)^n$$

$$M_{6\frac{1}{2}} = 1.000.000 (1 + 0,05)^{6\frac{1}{2}}$$

Misalkan:

$$x = (1 + 0,05)^{6\frac{1}{2}}$$

$$x = (1,05)^{6\frac{1}{2}}$$

$$\log x = \log (1,05)^{6\frac{1}{2}}$$

$$\log x = 6\frac{1}{2} \log (1,05)$$

$$\log x = 6\frac{1}{2} (0,021) \rightarrow \text{dicari dari daftar logaritma}$$

$$\log x = 0,1365$$

$$x = 1,37 \rightarrow \text{dicari dari daftar antilog}$$

$$M_{6\frac{1}{2}} = 1.000.000 \times x$$

$$M_{6\frac{1}{2}} = 1.000.000 \times 1,37$$

$$M_{6\frac{1}{2}} = 1.370.000$$

Jadi, nilai akhir modal sebesar Rp1.370.000,00.

2. Dengan bantuan bunga tunggal

Terlebih dahulu dicari nilai akhir modal selama 6 semester.

$$M_n = M(1 + i)^n$$

$$M_6 = 1.000.000 (1 + 0,05)^6$$

$$M_6 = 1.000.000 \times 1,34095641 = 1.340.095,64$$

Modal M_6 dibungakan lagi $\frac{1}{2}$ semester dengan sistem bunga tunggal sebesar:

$$M_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times 5\% \times M_6$$

$$M_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times 0,05 \times 1.340.095,64$$

$$M_{\frac{1}{2}} = 33.502,39$$

Selanjutnya dihitung nilai akhir modal selama $6\frac{1}{2}$

semester sebesar:

$$M_{6\frac{1}{2}} = M_6 + M_{\frac{1}{2}}$$

$$M_{6\frac{1}{2}} = 1.340.095,64 + 33.502,39$$

$$M_{6\frac{1}{2}} = 1.373.598,03$$

Jadi, nilai akhir modal selama $6\frac{1}{2}$ adalah

Rp1.373.598,03.

Berdasarkan pembahasan soal di atas, dapat ditarik rumus sebagai berikut:

$$M_{m+\frac{w}{v}} = M(1+i)^m + \frac{wi}{v} \times M(1+i)^m$$



$$M_{m+\frac{w}{v}} = M(1+i)^m \left(1 + \frac{wi}{v}\right)$$

Contoh soal 35:

PT ARENI menyimpan modal di bank sebesar Rp6.000.000,00 selama 5 bulan 20 hari dengan bunga majemuk 3% sebulan. Berapakah nilai akhir tabungan PT ARENI tersebut?

Penyelesaian:

Diketahui: $M = \text{Rp}6.000.000,00$; $i = 0,03$;

$$n = 5 + \frac{20}{30} = 5 + \frac{2}{3} \text{ bulan}$$

Ditanyakan: nilai akhir tabungan PT ARENI

$$M_{m+\frac{w}{v}} = M(1+i)^m \left(1 + \frac{wi}{v}\right)$$

$$M_{5+\frac{2}{3}} = 6.000.000 (1 + 0,03)^5 \left(1 + \frac{2}{3} \times 0,03\right)$$

$$M_{5+\frac{2}{3}} = 6.000.000 \times 1,159274074 \times 1,02$$

$$M_{5+\frac{2}{3}} = 7.094.757,33$$

Jadi, nilai akhir tabungan PT ARENI selama 5 bulan 20 hari adalah Rp7.094.757,33.

Latihan 3

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

1. PT ARFENDA meminjam modal di bank sebesar Rp5.000.000,00 dengan suku bunga majemuk $2\frac{1}{2}\%$ per bulan. Berapakah uang yang harus dikembalikan PT ARFENDA selama 2 tahun?
2. Pada tanggal 23 September 1997, Rentia memasukkan uang ke bank sebesar Rp1.000.000,00 dengan suku bunga majemuk 4% per semester. Berapa besar simpanan uang Rentia pada tanggal 23 September 2000?
3. Suatu modal sebesar Rp200.000,00. Sesudah 6 tahun, modal tersebut menjadi Rp268.019,13. Tentukan suku bunga per tahunnya!
4. Suatu modal Rp12.000.000,00 disimpan di bank selama 1 tahun 100 hari dengan suku bunga 2% per bulan. Berapakah simpanan uang tersebut setelah 1 tahun 100 hari?
5. Vega menyimpan uangnya di bank sebesar Rp10.000.000,00 selama 3 tahun 4 bulan dengan dasar bunga 6% per tahun. Berapa besar simpanan uang Vega?



Lembar Tugas 3

1. Modal sebesar Rp500.000,00 disimpan di bank selama 3 tahun dengan suku bunga majemuk 5% persemester. Tentukan:
 - a. besar modal setelah 3 tahun;
 - b. besar bunganya!
2. Hernandia menabung di bank sebesar Rp150.000,00 dengan dasar bunga majemuk 5% per tahun. Berapa lama ia harus menyimpan uangnya agar menjadi Rp165.000,00?
3. Suatu bea siswa sebesar Rp8.500.000,00 disimpan di bank dengan perolehan bunga 4% per tahun. Berapakah uang simpanan tersebut, setelah 6 tahun 3 bulan?
4. Alamanda meminjam uang di bank sebesar Rp3.000.000,00 selama 2 bulan 40 hari dengan dasar bunga 3% per bulan. Berapakah uang yang harus dikembalikan oleh Alamanda setelah 2 bulan 40 hari?
5. Suatu modal sebesar Rp6.000.000,00 dipinjamkan kepada Puntia selama 2 tahun 3 bulan dengan suku bunga 4% per tengah tahun. Berapa uang yang harus dikembalikan oleh Puntia?
6. Pada tanggal 23 September 2002, Rita menabung uang pada BNI 46 sebesar Rp5.000.000,00 atas dasar bunga majemuk 6% per tahun. Hitung nilai akhir tabungan Rita per akhir tahun 2007!

Catatan: soal di atas dapat diselesaikan dengan dua cara:

- a. Hitung bunga tunggal dari 23 September 2002 sampai 31 Desember 2002. Modal awal per 1 Januari 2003 adalah modal awal ditambah bunga tunggal, kemudian hitung dengan bunga majemuk 1 Januari 2003 sampai 31 Desember 2007.
- b. Hitung bunga majemuk per 23 September 2002 sampai 22 September 2007, kemudian hitung bunga dengan bunga tunggal per 23 September 2007 sampai 31 Desember 2007 dengan modal awal adalah nilai akhir dari bunga majemuk. Hasilnya pasti sama. Pilihlah salah satu cara yang menurut Anda paling mudah.



3.1.8 Nilai tunai dengan masa bunga bulat

Mencari nilai tunai (N_t) modal berarti mencari besarnya modal awal/pokok pinjaman (M). Berdasarkan rumus nilai akhir modal, kita dapat mencari nilai tunai sebagai berikut.

$M_n = M(1 + i)^n$ diubah menjadi:

$$M = \frac{M_n}{(1 + i)^n} \text{ atau } N_t = \frac{M_n}{(1 + i)^n} = M_n(1 + i)^{-n}$$

Keterangan:

N_t : Nilai tunai modal

M_n : Besarnya modal setelah n periode bunga

n : Jangka waktu pinjaman

Nilai $\frac{1}{(1 + i)^n}$ atau $(1 + i)^{-n}$ atau $A_{\overline{n}|i}$ dapat

ditentukan dengan beberapa cara:

1. Dengan daftar bunga

Perhatikan sebagian dari tabel 4 berikut!

$S_{\overline{n}|i}$ $(1 + i)$

n	$1\frac{1}{2}\%$	2%	...	5%	...	6%
1						
2						
3						
4						
⋮						
10				0,61391325		
⋮						
50						

Untuk menentukan nilai $\frac{1}{(1 + i)^n}$ digunakan daftar bunga "tabel 4". Misalkan kita menentukan nilai

$\frac{1}{(1 + 0,05)^{10}}$ atau $(1 + 0,05)^{-10}$, maka lihat tabel

4 kolom 5% dengan $n = 10$, diperoleh 0,61391325.

2. Dengan kalkulator *scientific*

Misalkan kita akan menentukan nilai $\frac{1}{(1 + 0,05)^{10}}$

atau $(1 + 0,05)^{-10}$. Dengan kalkulator, tekan tombol:

1	.	0	5	INV	×	1	0	+ / -	=
					X^Y				

maka pada layar akan muncul 0,613913253.

3. Dengan logaritma 3 desimal

Misalkan kita akan menentukan nilai $\frac{1}{(1 + 0,05)^{10}}$

atau $(1 + 0,05)^{-10}$ dengan logaritma, maka perhatikan cara berikut!

$$(1 + 0,05)^{-10} = x$$

$$-10 \log (1 + 0,05) = \log x$$

$$-10 \times 0,021 = \log x$$

$-0,21 = \log x$ dicari antilognya, yaitu dengan cara mengubah dulu $-0,21$ menjadi $0,79 - 1$

Antilog

x	0	1	2	...	8	9
.00						
.01						
⋮						
⋮						
⋮						
.79	617					
⋮						
⋮						
⋮						
.99						

Dari tabel akan diperoleh $x = 0,617$.

Jadi, nilai $(1 + 0,05)^{-10} = 0,617$.

Dari 3 cara di atas, ternyata ada perbedaan yang besar jika menggunakan daftar logaritma dengan 3 desimal, sehingga cara ini jarang digunakan.

Contoh soal 36:

Sebuah modal dibungakan dengan dasar bunga majemuk 2% sebulan. Setelah 1 tahun, modal tersebut menjadi Rp1.000.000,00. Berapakah modal sebelumnya?

Jawab:

Diketahui: $M_n = \text{Rp}1.000.000,00$;

$$i = 0,02; n = 12$$



Ditanyakan: modal sebelumnya

Penyelesaian:

1. Dengan daftar bunga

$$N_t = \frac{M_n}{(1+i)^n}$$

$$N_t = \frac{1.000.000}{(1+0,02)^{12}}$$

$$N_t = 1.000.000 \times 0,78849318$$

$$N_t = 788.493,18$$

Jadi, modal awal adalah Rp788.493,18.

Perhatikan sebagian dari tabel 4 berikut!

$S_{\overline{n} i}$	$(1+i)$					
n	1½%	2%	...	5%	...	6%
1						
2						
3						
4						
⋮						
10		0,78849318				
⋮						
50						

Nilai $\frac{1}{(1+0,02)^{12}} = 0,78849318$

2. Dengan kalkulator *scientific*

$$N_t = \frac{M_n}{(1+i)^n}$$

$$N_t = \frac{1.000.000}{(1+0,02)^{12}}$$

Dengan menekan tombol

1	.	0	2	INV	×	1	2	+/-	=	×	1	0	0	0	0	0	0	=
x^y																		

maka pada layar akan muncul 788493,18

Jadi, besarnya modal awal adalah Rp788.493,18.

3. Dengan daftar logaritma 3 desimal

$$N_t = \frac{M_n}{(1+i)^n}$$

$$N_t = \frac{1.000.000}{(1+0,02)^{12}}$$

Misalkan:

$$x = (1 + 0,02)^{12}$$

$$x = (1,02)^{12}$$

$$\log x = \log (1,02)^{12}$$

$$\log x = 12 \log (1,02)$$

$$\log x = 12 (0,009) \rightarrow \text{dicari dari daftar logaritma}$$

$$\log x = 0,108$$

$$x = 1,28 \rightarrow \text{dicari dari daftar antilog}$$

$$N_t = \frac{1.000.000}{x}$$

$$N_t = \frac{1.000.000}{1,28}$$

$$N_t = 781.250$$

Jadi, besarnya modal awal adalah Rp781.250,00.

Cara mencari pada daftar antilog.

Antilog

x	0	1	2	...	8	9
.00						
.01						
.						
.						
.						
.10					128	
.						
.						
.						
.99						



Contoh soal 37:

Seseorang membeli rumah. Ia membayar sebesar Rp40.000.000,00 dan sisa sebesar Rp9.500.000,00 akan dibayar 2 tahun kemudian. Berapakah nilai tunai rumah tersebut, jika diperhitungkan dengan suku bunga majemuk 5% setiap triwulan?

Jawab:

Diketahui: $M_n = \text{Rp}9.500.000,00$; $i = 0,05$;

$$n = 2 \times \frac{12}{3} = 2 \times 4 = 8 \text{ triwulan}$$

Ditanyakan: nilai tunai rumah tersebut jika diperhitungkan dengan suku bunga majemuk 5% setiap triwulan

Penyelesaian:

$$N_t = \frac{M_n}{(1+i)^n}$$

$$N_t = \frac{9.500.000}{(1+0,05)^8}$$

$$N_t = 9.500.000 \times 0,676839362$$

$$N_t = 6.429.973,94$$

Jadi, nilai tunai rumah tersebut menjadi
 = Rp40.000.000,00 + Rp6.429.973,94
 = Rp46.429.973,94.

3.1.9 Perhitungan nilai tunai dengan bunga pecahan

Berdasarkan rumus nilai akhir masa bunga pecahan, kita dapat pula mencari rumus nilai tunai (N_t) dengan masa bunga pecahan dengan cara sebagai berikut.

$$M_{m+\frac{w}{v}} = M(1+i)^m \left(1 + \frac{wi}{v}\right)$$

$$M = \frac{M_{m+\frac{w}{v}}}{(1+i)^m \left(1 + \frac{wi}{v}\right)}$$

$$\text{atau } N_t = \frac{M}{(1+i)^m \left(1 + \frac{wi}{v}\right)}$$

Contoh soal 38:

Sebuah modal dibungakan dengan dasar bunga majemuk 6% per tahun. Setelah 3 tahun 4 bulan, modal tersebut menjadi Rp1.500.000,00. Berapakah besar modal semula?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}1.500.000,00$; $i = 0,06$;

$$n = 3 + \frac{4}{12} = 3 + \frac{1}{3}$$

Ditanyakan: besar modal semula

Penyelesaian:

$$N_t = \frac{M}{(1+i)^m \left(1 + \frac{wi}{v}\right)}$$

$$N_t = \frac{1.500.000}{(1,06)^3 \left(1 + \frac{1}{3} \times 0,06\right)}$$

$$N_t = 1.500.000 \times 0,839619283 \times 0,980392156$$

$$N_t = 1.234.734,24$$

Jadi, besarnya modal awal adalah Rp1.234.734,24.

Contoh soal 39:

Berapakah nilai tunai dari Rp100.000,00 akan diterima 6 bulan 15 hari yang akan datang, jika diperhitungkan berdasarkan suku bunga 2% sebulan?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}100.000,00$; $i = 0,02$;

$$n = 6 + \frac{15}{30} = 6 + \frac{1}{2}$$

Ditanyakan: besar nilai tunai

Penyelesaian:

$$N_t = \frac{M}{(1+i)^m \left(1 + \frac{wi}{v}\right)}$$

$$N_t = \frac{100.000}{(1+0,02)^6 \left(1 + \frac{1}{2} \times 0,02\right)}$$

$$N_t = 100.000 \times 0,887971382 \times 0,990099009$$

$$N_t = 87.917,96$$

Jadi, besar nilai tunai adalah Rp87.917,96.



Latihan 4

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

1. Hernandia meminjam uang di bank dengan perjanjian bahwa setelah 8 tahun harus mengembalikan Rp1.500.000,00 dengan dasar bunga majemuk 6% per tahun. Berapakah besar uang yang dipinjam Hernandia?
2. Uang sebesar Rp25.000,00 harus dilunasi 2 bulan yang akan datang, sedang yang lainnya sebesar Rp75.000,00 harus dilunasi 3 bulan kemudian. Berapakah jumlah uang itu jika dilunasi sekarang dengan dasar bunga majemuk 2,5% sebulan?
3. Dengan dasar bunga 2,5% sebulan, Nanda akan menerima uang dari bank sebesar Rp2.500.000,00 setelah 4 bulan 35 hari kemudian. Tetapi ia meminta uang itu sekarang. Berapakah uang yang akan di terimanya dari bank?
4. Seorang pedagang sapi akan membeli 10 ekor sapi dengan harga Rp18.000.000,00. Ia telah membayar Rp10.000.000,00 dan sisanya akan dibayar 2 tahun 5 bulan kemudian. Berapakah nilai tunai 10 ekor sapi tersebut, jika diperhitungkan dengan suku bunga majemuk 3% per semester?



Lembar Tugas 4

1. Hitunglah nilai tunai dari modal Rp500.000,00 yang harus dibayar 5 tahun yang akan datang dengan dasar bunga 4% per triwulan?
2. Seseorang menawarkan mobilnya seharga Rp50.000.000,00, jika dibayar 10 bulan kemudian. Apabila pembeli ingin membayar sekarang dengan dasar bunga majemuk 2% per bulan, berapakah yang harus ia bayar?
3. Seorang pedagang menyimpan modalnya dengan dasar bunga majemuk 2% per bulan. Setelah 3 bulan 20 hari, ia menerima simpanan itu sebesar Rp2.500.000,00. Berapakah simpanan mula-mulanya?
4. Vega meminjam uang pada Rentia selama 3 tahun 5 bulan dengan perjanjian dasar bunga majemuk 2,5% per caturwulan. Setelah jangka waktu habis, Vega harus mengembalikan uang Rentia sebesar Rp1.000.000,00. Berapakah besar pinjaman Vega?

3.2 Menyelesaikan Masalah Rente dalam Keuangan

3.2.1 Pengertian dan jenis-jenis rente

Rente adalah deret modal sama besar yang dibayarkan dengan periode tetap, misalnya setiap bulan, setiap triwulan, setiap kuartal, setiap semester, atau setiap tahun. Deret modal masing-masing disebut *angsuran*.

Berdasarkan banyaknya angsuran, rente terbagi atas dua macam, yaitu sebagai berikut.

1. *Rente terbatas*, yaitu rente dengan banyaknya angsuran terbatas.
2. *Rente kekal (rente abadi)*, yaitu rente yang dibayar selama jangka waktu tak terbatas (selamanya).

Berdasarkan waktu pembayarannya, rente terbagi atas dua macam.

1. *Rente Prenumerando*

Rente Prenumerando adalah rente yang pembayaran angsurannya dilakukan pada setiap awal periode. Misalnya, setiap tanggal 1 Januari untuk periode tahunan, setiap tanggal 1 Januari dan tanggal 1 Juli untuk periode semester, setiap tanggal 1 Januari, 1 April, 1 Juli, dan 1 Oktober untuk periode per triwulan, dan seterusnya.

2. *Rente Postnumerando*

Rente Postnumerando adalah rente yang pembayaran angsurannya dilakukan pada setiap akhir periode. Misalnya, setiap tanggal 31 Desember untuk periode 1 tahun, setiap tanggal 30 April, 31 Agustus, dan 31 Desember untuk periode kuartal, dan seterusnya.

3.2.2 Nilai akhir rente

Nilai akhir rente adalah nilai akhir dari semua angsuran yang diperhitungkan ke akhir periode terakhir.

A. Nilai akhir rente prenumerando

Nilai akhir rente prenumerando adalah nilai akhir dari semua angsuran (berupa tabungan) yang dihitung pada akhir periode terakhir. Nilai akhir setiap angsuran dapat dihitung dengan rumus bunga majemuk:

$$N_a = M(1+i)^n$$

Keterangan:

N_a = Nilai akhir setiap angsuran



M = angsuran

i = persen bunga

Contoh soal 40:

Pada setiap tanggal 1 Januari dan seterusnya ditabung uang masing-masing sebesar Rp50.000,00 dengan bunga 6% per tahun. Hitunglah nilai akhir setiap angsuran sampai akhir tahun 1990, jika tabungan dimulai pada tanggal 1 Januari 1986!

Jawab:

M = angsuran yang sama besar = Rp50.000,00

i = persen bunga = 6% per tahun

Nilai akhir setiap tabungan dapat dihitung dengan rumus bunga majemuk: $N_a = M(1+i)^n$.

(i) Angsuran pertama berbunga selama 5 tahun.

Nilai akhir menjadi Rp50.000,00(1,06)⁵.

(ii) Angsuran kedua berbunga selama 4 tahun.

Nilai akhir menjadi Rp50.000,00(1,06)⁴.

(iii) Angsuran ketiga berbunga selama 3 tahun.

Nilai akhir menjadi Rp50.000,00(1,06)³.

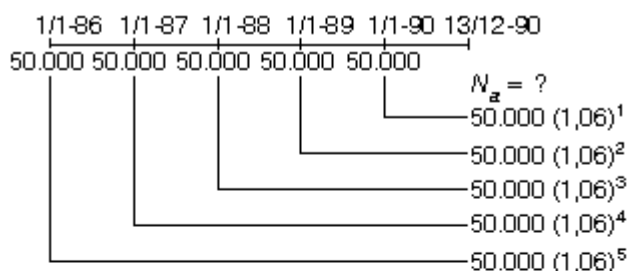
(iv) Angsuran keempat berbunga selama 2 tahun.

Nilai akhir menjadi Rp50.000,00(1,06)².

(v) Angsuran kelima berbunga selama 1 tahun.

Nilai akhir menjadi Rp50.000,00(1,06)¹.

Untuk lebih jelasnya, perhatikan gambar berikut ini!



Rumus nilai akhir rente prenumerando

Misalkan M adalah besar angsuran, i adalah suku bunga, dan n adalah banyaknya angsuran, nilai akhir dari angsuran ditulis sebagai berikut.

$$N_a = M\left\{(1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^n\right\} \dots (1)$$

Untuk menghitung nilai akhir dari angsuran tersebut, dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu sebagai berikut.

a. Notasi sigma

$$N_a = M \sum_{k=1}^n (1+i)^k$$

$$N_a = M \times \delta_{\overline{n}|i}$$

$\delta_{\overline{n}|i}$ dapat dilihat pada tabel 5.

b. Deret geometri

Dari persamaan (1), yang berada dalam tanda kurung kurawal merupakan deret geometri dengan:

$$a = (1+i); r = (1+i).$$

$$S_n = a \times \frac{r^n - 1}{r - 1} = (1+i) \left\{ \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} \right\}$$

$$= (1+i) \left\{ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right\} = \frac{(1+i)}{i} \left\{ (1+i)^n - 1 \right\}$$

Atau:

$$S_n = \frac{1}{i} \left\{ (1+i)^{n+1} - (1+i) \right\}$$

$$N_a = M \times S_n$$

$$N_a = \frac{M}{i} \left\{ (1+i)^{n+1} - (1+i) \right\}$$

Jadi, rumus nilai akhir rente prenumerando adalah:

$$N_{a_{pre}} = \frac{M}{i} \left\{ (1+i)^{n+1} - (1+i) \right\}$$

Keterangan:

M = angsuran

i = persen bunga

n = banyaknya angsuran

Contoh soal 41:

Dari contoh soal 40, nilai akhir dari tabungan adalah sebagai berikut.

$$N_{a_{pre}} = 50.000(1,06) + 50.000(1,06)^2 + 50.000(1,06)^3$$

$$+ 50.000(1,06)^4 + 50.000(1,06)^5$$

Unsur yang sama dari deret bilangan di atas adalah 50.000. Jadi:

$$N_{a_{pre}} = 50.000 \underbrace{\left\{ (1,06) + (1,06)^2 + (1,06)^3 + (1,06)^4 + (1,06)^5 \right\}}_{\text{deret geometri}}$$



Yang berada di dalam kurung kurawal adalah deret geometri dengan:

$$a = 1,06; r = 1,06; n = 5$$

$$S_n = a \times \frac{r^n - 1}{r - 1} \text{ (jumlah } n \text{ buah suku)}$$

$$\begin{aligned} S_5 &= 1,06 \times \left\{ \frac{1,06^5 - 1}{1,06 - 1} \right\} = 1,06 \times \left\{ \frac{1,06^5 - 1}{0,06} \right\} \\ &= \frac{1,06}{0,06} \times \{1,06^5 - 1\} = \frac{1,06^6 - 1,06}{0,06} \\ &= \frac{1}{0,06} \times \{1,06^6 - 1,06\} \end{aligned}$$

Dari contoh tersebut: $M = \text{Rp}50.000,00$
 $n = 5$
 $i = 6\% = 0,06$

Nilai akhir: $N_a = M \times S_n$
 $= \frac{50.000}{0,06} \times \{1,06^6 - 1,06\}$
 $= \text{Rp}298.765,93$

Jadi, nilai akhir dari semua tabungan adalah Rp298.765,93.

Untuk lebih memahami tentang nilai akhir rente prenumerando tersebut, perhatikan lagi contoh berikut!

Contoh soal 42:

Hitunglah nilai akhir rente prenumerando dengan angsuran Rp350.000,00 selama 10 tahun dengan bunga 7,5%!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}350.000,00$
 $i = 7,5\% = 0,075$
 $n = 10$

Ditanyakan: nilai akhir rente prenumerando

Penyelesaian:
Dengan deret geometri

$$\begin{aligned} N_a &= \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i)^{n+1} - (1+i) \right\} \\ &= \frac{350.000}{0,075} \times \left\{ (1,075)^{10+1} - (1,075) \right\} \\ &= \frac{350.000}{0,075} \times \left\{ (1,075)^{11} - (1,075) \right\} \\ &= 5.322.841,67 \end{aligned}$$

Jadi, nilai akhir rente prenumerando adalah Rp5.322.841,67.



Catatan Dengan kalkulator *scientific*, tekanlah:

$$\begin{aligned} 1.075 \text{ INV} \times 11 &= -1.075 = : \\ 0.075 &= \times 350000 = 5322841.67 \end{aligned}$$

Atau dengan notasi sigma

$$\begin{aligned} N_{a\text{pre}} &= M \sum_{k=1}^n (1+i)^k \\ &= 350.000 \sum_{k=1}^{10} (1+0,075)^k \\ &= 350.000 \sum_{k=1}^{10} (1,075)^k \\ &= 350.000 \times 15,20811906 \\ &= 5.322.841,67 \end{aligned}$$

Jadi, nilai akhir rente prenumerando adalah Rp5.322.841,67.

Perhitungan dengan daftar logaritma:

$M = \text{Rp}350.000,00$
 $i = 7,5\% = 0,075$
 $n = 10$

$$\begin{aligned} N_a &= \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i)^{n+1} - (1+i) \right\} \\ &= \frac{350.000}{0,075} \times \left\{ (1,075)^{10+1} - (1,075) \right\} \\ N_a &= \frac{350.000}{0,075} \times \left\{ (1,075)^{11} - (1,075) \right\} \end{aligned}$$

Misalkan, $(1,075)^{11} = x$, maka:

$$\begin{aligned} \log x &= \log(1,075)^{11} \\ \log x &= 11 \log 1,075 = 11 \times 0,0314 \\ \log x &= 0,3454 \end{aligned}$$

Untuk menghitung x , lihatlah tabel antilogaritma!

Dari tabel antilog, diperoleh: $x = 2,2151$

$$\begin{aligned} N_a &= \frac{350.000}{0,075} \times (2,2151 - 1,075) \\ &= \frac{350.000}{0,075} \times 1,1401 \\ N_a &= 5.320.466,67 \end{aligned}$$

Jadi, nilai akhir adalah Rp5.320.466,67.

Dari hasil perhitungan di atas, terjadi perbedaan sebesar Rp2.375,00. Hal itu terjadi karena dalam tabel logaritma dibulatkan hanya sampai empat desimal.



B. Nilai akhir rente postnumerando

Nilai akhir rente postnumerando adalah nilai akhir dari semua angsuran (berupa tabungan) yang diperhitungkan pada akhir angsuran terakhir.

Contoh soal 43:

Pada tanggal 31 Desember, setiap tahun ditabung uang sebesar Rp100.000,00. Hal itu dimulai dari tanggal 31 Desember 1990. Hitunglah nilai akhir tabungan tersebut pada akhir tahun 1994 tepat sesudah angsuran terakhir, apabila bunganya 5%!

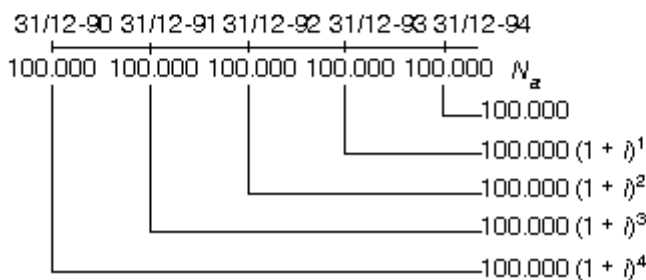
Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp } 100.000,00$

$$i = 5\%$$

$$n = 5 \text{ (31/12-1990 sampai dengan 31/12-1994 = 5 kali angsuran)}$$

Untuk lebih jelasnya, perhatikan gambar di bawah ini!



Nilai akhir (N_a) dari tabungan tersebut menjadi:

$$\begin{aligned} N_a &= 100.000 + 100.000(1+i) + 100.000(1+i)^2 \\ &\quad + 100.000(1+i)^3 + 100.000(1+i)^4 \\ N_a &= 100.000 \left\{ 1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + (1+i)^4 \right\} \\ N_a &= 100.000 \underbrace{\left\{ 1 + (1,05) + (1,05)^2 + (1,05)^3 + (1,05)^4 \right\}}_{\text{deret geometri}} \end{aligned}$$

Yang berada di dalam tanda kurung kurawal adalah deret ukur dengan: $a = 1$; $r = 1,05$, dan $n = 5$.

Dengan deret geometri

$$\begin{aligned} S_n &= a \times \frac{r^n - 1}{r - 1} \\ S_n &= 1 \times \frac{1,05^5 - 1}{1,05 - 1} = \frac{(1,05)^5 - 1}{0,05} \\ N_a &= M \times S_n \\ &= 100.000 \times \frac{(1,05)^5 - 1}{0,05} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_a &= \frac{100.000}{0,05} \times \left\{ (1,05)^5 - 1 \right\} \\ N_{a_{\text{post}}} &= 552.563,12 \end{aligned}$$

Jadi, nilai akhir dari tabungan tersebut adalah Rp552.563,12.

Rumus nilai akhir rente postnumerando

Misalkan, besar angsuran adalah M , suku bunga adalah i , dan banyaknya angsuran adalah n , maka nilai akhir rente postnumerando dirumuskan sebagai berikut.

$$N_a = M \left\{ 1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^n \right\} \dots (2)$$

Rumus di atas diselesaikan dengan cara berikut:

a. Notasi sigma

$$\begin{aligned} N_a &= M + M \sum_{k=1}^{n-1} (1+i)^k & \sum_{k=1}^{n-1} (1+i)^k &= \delta_{\frac{1}{n-1}} \\ N_a &= M + (M \times \delta_{\frac{1}{n-1}}) & & \text{dapat dilihat pada} \\ & & & \text{tabel 5.} \end{aligned}$$

b. Deret geometri

Dari persamaan (2) yang berada dalam tanda kurung kurawal merupakan deret geometri dengan: $a = 1$ dan $r = (1+i)$.

$$\begin{aligned} S_n &= a \times \frac{r^n - 1}{r - 1} = 1 \times \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = \frac{(1+i)^n - 1}{1} \\ N_a &= M \times S_n = M \times \frac{(1+i)^n - 1}{1} \end{aligned}$$

Atau:

$$N_a = \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i)^n - 1 \right\}$$

Keterangan:

M = angsuran

i = persen bunga

n = banyaknya angsuran

Contoh soal 44:

Hitunglah nilai akhir rente postnumerando dengan angsuran Rp150.000,00 dan bunga 6,5% selama 15 tahun!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}150.000,00$

$$i = 6,5\% = 0,065$$



$n = 16$ (banyaknya angsuran 16 kali)

n untuk N_a post = periode + 1

Dengan deret geometri

$$N_a = \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i)^n - 1 \right\} = \frac{150.000}{0,065} \times \left\{ (1,065)^{16} - 1 \right\}$$

$$N_a = 4.013.101,55$$

Jadi, nilai akhir menjadi Rp4.013.101,55.

Catatan Dengan kalkulator *scientific*, tekanlah:
 $1.065 \text{ INV} \times 11 = -1 = : 0.065$
 $= \times 150000 = 4013101.55$

Atau dengan notasi sigma

$$\begin{aligned} N_{a_{\text{post}}} &= M + M \sum_{k=1}^{n-1} (1+i)^k \\ &= 150.000 + 150.000 \sum_{k=1}^{15} (1+0,065)^k \\ &= 150.000 + 150.000 \sum_{k=1}^{15} (1,065)^k \\ &= 150.000 + 150.000 \times 25,75401034 \\ &= 150.000 + 3863101,55 \\ &= 4.013.101,55 \end{aligned}$$

Jadi, nilai akhir menjadi Rp4.013.101,55.

3.2.3 Nilai tunai rente

Nilai tunai rente adalah jumlah nilai tunai dari semua angsuran yang diperhitungkan pada awal transaksi.

A Nilai tunai rente prenumerando

Nilai tunai rente prenumerando adalah jumlah nilai tunai dari semua angsuran yang dilakukan pada setiap awal periode dan diperhitungkan pada awal transaksi.

Rumus nilai rente prenumerando

Misalkan, besar angsuran adalah M , persentase bunga adalah i , dan banyaknya angsuran adalah n , maka jumlah nilai tunai untuk semua angsuran dirumuskan dengan:

$$N_t = M \left\{ 1 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right\}$$

deret geometri

..... (3)

Dari deret geometri tersebut, jumlah nilai tunai dihitung dengan cara berikut.

a. Notasi sigma

$$N_t = M + M \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{(1+i)^k}$$

$$N_t = M + \left(M \times a_{\overline{n-1}|i} \right)$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{(1+i)^k} = a_{\overline{n-1}|i}$$

dapat dilihat pada tabel 6.

b. Menggunakan deret

Dari persamaan (3), diketahui bahwa suku-suku yang terletak di dalam kurung kurawal adalah deret ukur dengan:

$$a = 1 \text{ dan } r = \frac{1}{(1+i)}$$

Banyaknya suku = n .

Jumlah suku-suku tersebut dirumuskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} S_n &= a \times \frac{1-r^n}{1-r}; \quad 0 < r < 1 \\ &= 1 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{1 - \frac{1}{(1+i)}} \\ &= 1 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{(1+i) - 1}{(1+i)}} \\ &= 1 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{1}{(1+i)}} \\ &= 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \left(\frac{1+i}{i} \right) \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{1}{i} \times \left\{ (1+i) - \frac{(1+i)}{(1+i)^n} \right\}$$

Atau:

$$S_n = \frac{1}{i} \times \left\{ (1+i) - (1+i)^{1-n} \right\} = \frac{1}{i} \times \left\{ (1+i) - (1+i)^{-(n-1)} \right\}$$

$$N_t = M \times S_n$$

Atau:

$$N_t = \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i) - (1+i)^{-(n-1)} \right\}$$

**Contoh soal 45:**

Pada tanggal 1 Januari 1989, seseorang meminjam uang di bank dengan bunga 8% per tahun. Pinjaman tersebut dilunasi dengan angsuran yang sama besar setiap awal tahun sebesar Rp 200.000,00 dan dimulai 1 Januari 1989. Pinjaman tersebut dinyatakan lunas pada angsuran tanggal 1 Januari 1994. Berapa besar pinjaman tersebut per 1 Januari 1989?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}200.000,00$;

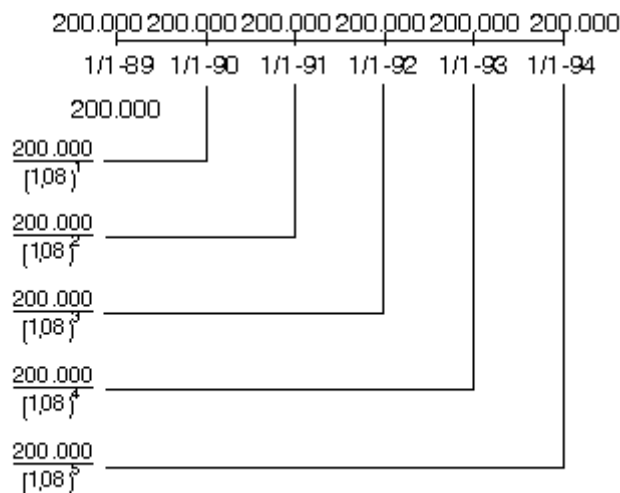
$$i = 8\%$$

$$n = 6 \text{ (1/1-89 sampai dengan 1/1-94 = 6 kali angsuran)}$$

Ditanyakan: besar pinjaman per 1 Januari 1989

Penyelesaian:

Perhatikan gambar berikut ini!



Jumlah nilai tunai yang dihitung pada 1/1-89 adalah sebagai berikut:

$$N_t = 200.000 + \frac{200.000}{(1,08)} + \frac{200.000}{(1,08)^2} + \frac{200.000}{(1,08)^3} + \frac{200.000}{(1,08)^4} + \frac{200.000}{(1,08)^5}$$

$$N_t = 200.000 \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{1}{(1,08)} + \frac{1}{(1,08)^2} + \frac{1}{(1,08)^3} \\ + \frac{1}{(1,08)^4} + \frac{1}{(1,08)^5} \end{array} \right\}$$

Jumlah deret geometri dengan $a = 1$; $r = \frac{1}{1,08}$; $n = 6$ adalah:

$$S_n = a \times \frac{1 - r^n}{1 - r} = 1 \times \frac{1 - \frac{1}{(1,08)^6}}{1 - \frac{1}{(1,08)}} = 1 \times \frac{1 - \frac{1}{(1,08)^6}}{\frac{(1,08) - 1}{(1,08)}}$$

$$S_n = 1 \times \frac{1 - \frac{1}{(1,08)^6}}{0,08} = \left(\frac{1,08}{0,08} \right) \left\{ 1 - \frac{1}{(1,08)^6} \right\}$$

$$S_n = \frac{1}{0,08} \left\{ 1,08 - \frac{1}{(1,08)^5} \right\} = \frac{1}{0,08} \times \left\{ (1,08) - (1,08)^{-5} \right\}$$

$$N_t = M \times S_n = \frac{200.000}{0,08} \left\{ (1,08) - (1,08)^{-5} \right\} = 998.542,01$$

Jadi, besar pinjaman per 1 Januari 1989 adalah Rp998.542,01.

**Catatan**

Dengan kalkulator *scientific*, tekanlah:

$$\frac{1,08 - 1,08 \text{ INV} \times 5(+/-)}{0,08} = \times 200000 = 998542,01$$

Contoh soal 46:

Hitunglah nilai tunai rente prenumerando dengan angsuran Rp500.000,00 selama 10 tahun dan bunga 8% per tahun!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}500.000,00$;

$$i = 8\%$$

$$n = 11 \text{ (11 kali angsuran)}$$

$$n \text{ untuk } N_t \text{ pre} = \text{periode} + 1$$

Ditanyakan: N_t

$$\begin{aligned} N_t &= \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i) - (1+i)^{-(n-1)} \right\} \\ &= \frac{500.000}{0,08} \left\{ (1,08) - (1,08)^{-(11-1)} \right\} \\ &= \frac{500.000}{0,08} \left\{ (1,08) - (1,08)^{-10} \right\} \\ &= 3.855.040,70 \end{aligned}$$

Jadi, nilai tunai rente prenumerando dengan angsuran Rp500.000,00 selama 10 tahun dan bunga 8% per tahun adalah Rp3.855.040,70.



B. Nilai tunai rente postnumerando

Nilai tunai rente postnumerando adalah jumlah nilai tunai dari semua angsuran (sampai lunas) yang dihitung pada awal transaksi dan angsuran tersebut dilakukan pada setiap akhir periode.

Rumus nilai tunai rente postnumerando

Misalkan, besar angsuran adalah M , persentase bunga adalah i , dan banyaknya angsuran adalah n . Jumlah nilai tunai untuk semua angsuran dirumuskan:

$$N_t = \frac{M}{(1+i)} + \frac{M}{(1+i)^2} + \frac{M}{(1+i)^3} + \dots + \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$N_t = M \left\{ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right\} \quad (4)$$

Dari deret geometri di atas, jumlah nilai tunai dihitung dengan cara berikut.

a. Notasi sigma

$$N_t = M \sum_{k=1}^n \frac{1}{(1+i)^k} = (M \times \bar{a}_{\overline{n}|i})$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(1+i)^k} = \bar{a}_{\overline{n}|i} \quad \text{dapat dilihat pada tabel 6.}$$

b. Deret geometri

Dari persamaan (4), diketahui $a = \frac{1}{1+i}$ dan

$r = \frac{1}{1+i}$. Jumlah deret geometri untuk persamaan tersebut adalah :

$$S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r} = \frac{1}{1+i} \times \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{1 - \frac{1}{1+i}} \right\}$$

$$= \frac{1}{1+i} \times \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{1+i}{1+i} - \frac{1}{1+i}} \right\} = \frac{1}{1+i} \times \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{i}{1+i}} \right\}$$

$$= \frac{1}{1+i} \left\{ \frac{1+i}{i} - \frac{1}{(1+i)^n} \right\} = \frac{1}{i} \times \left\{ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right\}$$

$$N_t = M \times S_n$$

$$N_t = \frac{M}{i} \times \left\{ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right\}$$

Atau:

$$N_t = \frac{M}{i} \times \left\{ 1 - (1+i)^{-n} \right\}$$

Contoh soal 47:

Pada tanggal 1 Januari 1988, seseorang meminjam uang dengan bunga 9% per tahun. Pinjaman tersebut dilunasi dengan angsuran yang sama besar setiap akhir tahun dan dimulai tanggal 31 Desember 1988. Besar angsuran Rp 75.000,00. Pinjaman dinyatakan lunas pada angsuran per 31 Desember 1993. Berapa besar pinjaman per 1 Januari 1988?

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp } 75.000,00$

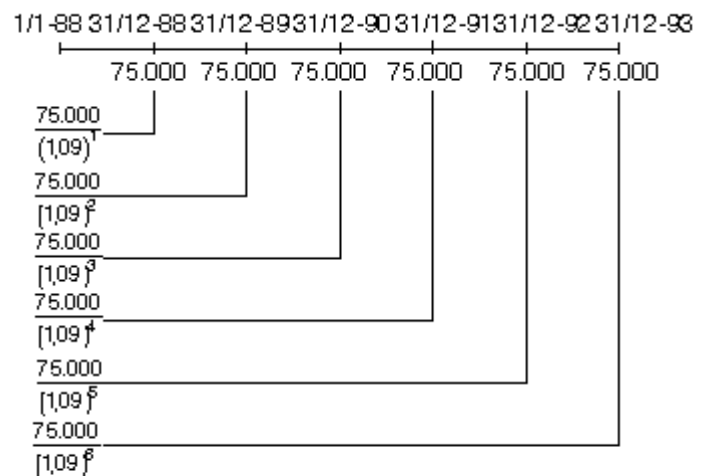
$i = 9\%$

$n = 6$

Ditanyakan: besar pinjaman per 1 Januari 1988

Penyelesaian:

Perhatikan gambar berikut ini!



Jumlah nilai tunai dari semua angsuran menjadi:

$$N_t = \frac{75.000}{1,09} + \frac{75.000}{(1,09)^2} + \frac{75.000}{(1,09)^3} + \frac{75.000}{(1,09)^4}$$

$$+ \frac{75.000}{(1,09)^5} + \frac{75.000}{(1,09)^6}$$

$$N_t = 75.000 \left\{ \frac{1}{1,09} + \frac{1}{(1,09)^2} + \frac{1}{(1,09)^3} + \frac{1}{(1,09)^4} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{(1,09)^5} + \frac{1}{(1,09)^6} \right\}$$



$$N_t = M \times S_n = \frac{75.000}{0,09} \left\{ 1 - (1,09)^{-6} \right\} = 336.443,89$$

Jadi, nilai tunai (besar pinjaman) = 336.443,89.

Catatan Dengan kalkulator casio fx-3600 P, tekanlah:

$$1 - 1.09 \text{ INV} \times 6(+/-) = : 0.09$$

$$= \times 75000 = 336443.89$$

Untuk lebih memahami tentang nilai tunai rente postnumerando, perhatikan kembali contoh berikut!

Contoh soal 48:

Hitunglah nilai tunai rente postnumerando dengan angsuran Rp150.000,00 selama 15 tahun dengan bunga 11%!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}150.000,00$

$n = 15$

$i = 11\% = 0,11$

Ditanyakan: nilai tunai rente postnumerando

Penyelesaian:

$$N_t = \frac{M}{i} \times \left\{ 1 - (1+i)^{-n} \right\} = \frac{150.000}{0,11} \times \left\{ 1 - (1,11)^{-15} \right\}$$

$$N_t = 1.078.630,44$$

Jadi, nilai tunai adalah Rp1.078.630,44.

Catatan Dengan kalkulator *scientific*, tekanlah:

$$1 - 1.11 \text{ INV} \times 15(+/-) = :$$

$$0.11 = \times 150000 = 1078630.44$$

Latihan 5

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

1. Hitunglah nilai akhir modal yang ditabung setiap akhir tahun dengan jumlah yang sama besar setiap awal tahun masing-masing Rp500.000,00 atas dasar bunga 8% per tahun!
2. Pada setiap awal bulan, Lina menyisihkan uang sebesar Rp250.000,00 dari hasil gajinya untuk ditabung. Dasar bunga tabungan 1,2% per bulan.

Jika tabungan dimulai tanggal 1 Januari 2000, berapakah nilai akhir tabungan Lina per 31 Oktober 2004?

3. Hitung nilai akhir modal sama besar Rp350.000,00 yang ditabung setiap akhir tahun selama 8 tahun dengan bunga 9% per tahun!
4. Pada setiap akhir bulan, dimulai 31 Maret 2000 ditabung uang yang sama besar Rp200.000,00. Jika bunga tabungan 1,5% per bulannya, tentukan nilai akhir tabungan tersebut per 31 Desember 2004!
5. Pada awal tahun 1998, Ridwan meminjam uang melalui bank DKI. Bunga pinjaman 12% per tahun. Pinjaman tersebut dilunasi setiap awal tahun dengan jumlah yang sama besar, yaitu Rp450.000,00 yang dimulai 1 Januari 1998. Berapakah besar pinjaman Ridwan?
6. Hitung nilai tunai rente prenumerando dengan angsuran Rp300.000,00 per semester selama 10 tahun, di mana dasar bunganya 8% per semester!
7. Hitung nilai tunai rente postnumerando dengan angsuran Rp600.000,00 per triwulan selama 5 tahun, di mana dasar bunganya 4% per triwulan!
8. Pada awal tahun 1999, Sari meminjam uang melalui BCA. Oleh manajemen BCA, Sari dikenakan bunga 1,2% per bulan. Jika pinjaman tersebut dilunasi dengan jumlah yang sama besar setiap akhir bulan dimulai 31 Januari 1999, berapakah besar pinjaman Sari?



Lembar Tugas 5

1. Setiap tahun, Sarjo menyerahkan modalnya sebesar Rp100.000,00 kepada KUD. Setiap tahun ia memperoleh bunga sebesar 5,5% dari KUD. Hitunglah jumlah seluruh modal berikut bunga Sarjo yang diserahkan kepada KUD selama 5 tahun dengan menggunakan perhitungan rente prenumerando!
2. Udin meminjam sejumlah uang dari koperasi. Pengembalian dilakukan dengan cara angsuran sebesar Rp25.000,00 setiap awal bulan selama 10 bulan. Jika koperasi memperhitungkan bunganya sebesar 5% setiap bulan, hitunglah nilai tunai pinjaman itu!
3. Setiap akhir bulan, yayasan dana sosial menyimpan dananya pada bank sebesar Rp1.000.000,00 selama 1 tahun. Jika bunga



bank 3% per bulan, hitunglah simpanan yayasan tersebut!

4. Sebuah kendaraan dijual dengan cara angsuran Rp500.000,00 setiap akhir bulan selama 15 kali dengan suku bunga 2,5% setiap bulan. Hitunglah nilai tunai kendaraan tersebut!
5. Setiap akhir tahun, sebuah perusahaan memberi bantuan kepada Rudi sebesar Rp2.000.000,00 selama 5 tahun. Selanjutnya, Rudi ingin menerima semua bantuan tersebut di awal tahun pertama. Berapa besar jumlah uang yang diterima Rudi?

3.2.4 Rente kekal (rente abadi)

Rente kekal adalah rente yang pembayaran angsurannya dilakukan selama jangka waktu yang tidak terbatas. Untuk rente kekal hanya dapat bicarakan nilai tunainya saja.

A. Rente kekal prenumerando (nilai tunai)

Misalkan, besar angsuran adalah M , persen bunga adalah i , dan banyaknya angsuran n tak berhingga.

Dengan menggunakan rumus nilai tunai rente prenumerando:

$$N_t = M \left\{ 1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots \right\} \dots\dots (5)$$

deret geometri turun tak berhingga

Dari deret tersebut, diketahui: $a = 1$ dan $r = \frac{1}{1+i}$.

$$S = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{1+i}} = \frac{1}{\frac{1+i-1}{1+i}} = \frac{1}{\frac{i}{1+i}} = \frac{1+i}{i}$$

$$S = 1 + \frac{1}{i}$$

$$N_t = M \times S = M \times \left\{ 1 + \frac{1}{i} \right\} = M + \frac{M}{i}$$

Jadi, $N_t = M + \frac{M}{i}$

Contoh soal 49:

1. Hitunglah nilai tunai rente prenumerando kekal dengan angsuran Rp100.000,00 dan bunga 6%!
2. Sebuah yayasan mempunyai kewajiban membayar pajak kepada pemerintah melalui sebuah bank setiap awal tahunnya sebesar Rp50.000,00 dan bunga 8%. Yayasan tersebut ingin membayar kewajibannya sekaligus di awal pembayaran pertama. Berapa besar jumlah yang harus dibayar oleh yayasan tersebut?

Jawab:

1. Diketahui: $M = \text{Rp}100.000,00$
 $i = 6\% = 0,06$

Ditanyakan: nilai tunai rente prenumerando kekal

Penyelesaian:

$$N_t = M + \frac{M}{i} = 100.000 + \frac{100.000}{0,06} = 1.766.666,67$$

Jadi, nilai tunai rente prenumerando kekal adalah Rp 1.766.666,67.

2. Diketahui: $M = \text{Rp}50.000,00$
 $i = 8\% = 0,08$

Ditanyakan:

besar kewajiban yang harus dibayar yayasan

Penyelesaian:

Rente kekal prenumerando

$$N_t = M + \frac{M}{i} = 50.000 + \frac{50.000}{0,08} = 675.000$$

Jadi, yayasan harus membayar sebesar Rp675.000,00.

B. Rente kekal postnumerando (nilai tunai)

Misalkan, besar angsuran adalah M , persen bunga adalah i , dan banyaknya angsuran n tak hingga, maka nilai tunai rente postnumerando dirumuskan dengan:

$$N_t = M \left\{ \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots \right\} \dots\dots (6)$$

deret geometri ($n = \infty$)

$$a = \frac{1}{1+i} \quad \text{dan} \quad r = \frac{1}{1+i}$$



$$S = \frac{\bar{a}}{1-r} = \frac{\frac{1}{1+i}}{1-\frac{1}{1+i}} = \frac{1}{1+i} \times \frac{1+i}{1} = \frac{1}{i}$$

$$N_t = M \times S = M \times \frac{1}{i} = \frac{M}{i}$$

Jadi,

$$N_t = \frac{M}{i}$$

Contoh soal 50:

1. Hitunglah nilai tunai rente postnumerando kekal dengan angsuran Rp75.000,00 dan bunga 4,5%!
2. Sebuah yayasan mempunyai kewajiban membayar pajak kepada pemerintah melalui sebuah bank sebesar Rp115.000,00 per tahun. Kewajiban tersebut harus dilakukan setiap akhir tahun. Jika yayasan ingin melunasinya sekaligus, berapa jumlah yang harus dibayar oleh yayasan tersebut? (Bunga 6% per tahun).

Jawab:

1. Diketahui: $M = \text{Rp}75.000,00$
 $i = 4,5\%$

Ditanyakan: nilai tunai rente postnumerando kekal

Penyelesaian:

$$N_t = \frac{M}{i} = \frac{75.000}{0,045} = 1.666.666,67$$

Jadi, nilai tunai rente postnumerando kekal adalah Rp1.666.666,67.

2. Diketahui: $M = \text{Rp}115.000,00$
 $i = 6\%$ (rente kekal postnumerando)

Ditanyakan: besar kewajiban yang harus dibayar yayasan

Penyelesaian:

$$N_t = \frac{M}{i} = \frac{115.000}{0,06} = 1.925.000$$

Jadi, yayasan harus membayar sebesar Rp1.925.000,00 di awal kewajibannya.

3.2.5 Rente yang ditangguhkan

Semua rente yang dipelajari sebelumnya adalah rente langsung, yaitu rente yang angsurannya dibayar sejak awal periode. Rente yang ditangguhkan adalah

rente yang angsurannya dilakukan setelah beberapa periode (angsuran pertama). Rumus nilai tunai rente yang ditangguhkan ialah sebagai berikut.

$$N_t = \frac{M}{i} \times \left\{ \frac{1}{(1+i)^{k-1}} - \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right\}$$

Atau

$$N_t = \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i)^{-(k-1)} - (1+i)^{-(n-1)} \right\}$$

Keterangan:

- k = banyaknya angsuran yang ditangguhkan
 n = banyaknya angsuran yang harus dibayar

Contoh soal 51:

1. Hitunglah nilai tunai rente prenumerando dengan angsuran Rp62.500,00 dan bunga 7,5%, jika ditangguhkan selama 4 tahun dan dinyatakan lunas 10 tahun kemudian!
2. Pada tanggal 1 Januari 1980, seseorang meminjam uang dengan bunga 5,5%. Pinjaman tersebut akan dibayar dengan angsuran yang sama besar, yaitu Rp50.000,00 setiap awal tahun. Angsuran pertama, baru dibayar pada tanggal 1 Januari 1985. Hitunglah besar pinjaman tersebut lunas pada pembayaran tanggal 1 Januari 1995!

Jawab:

1. Diketahui: $M = \text{Rp}62.500,00$
 $n = 15$
 $i = 7,5\%$
 $k = 4$

Ditanyakan: nilai rente prenumerando

Penyelesaian:

$$N_t = \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i)^{-(k-1)} - (1+i)^{-(n-1)} \right\}$$

$$N_t = \frac{62.500}{0,075} \times \left\{ (1,075)^{-(4-1)} - (1,075)^{-(15-1)} \right\}$$

$$N_t = \frac{62.500}{0,075} \times \left\{ (1,075)^{-3} - (1,075)^{-14} \right\}$$

$$N_t = 368.039,25$$

Jadi, nilai rente prenumerando adalah Rp368.039,25

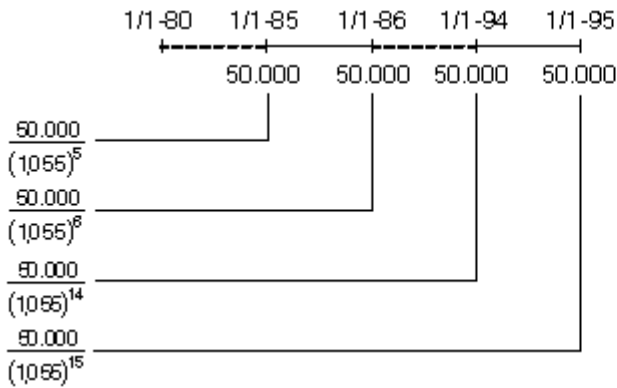
2. Diketahui: $M = \text{Rp}50.000,00$
 $i = 5,5\%$



$k = 5$ (banyaknya angsuran yang ditangguhkan/tidak dibayar)

$n = 16$ (banyaknya angsuran yang seharusnya dibayarkan jika tidak ditangguhkan)

Ditanyakan: besar pinjaman per 1 Januari 1980
Perhatikan gambar berikut ini!



Jumlah nilai tunai adalah:

$$N_t = \frac{50.000}{(1,055)^5} + \frac{50.000}{(1,055)^6} + \dots + \frac{50.000}{(1,055)^{14}} + \frac{50.000}{(1,055)^{15}}$$

$$N_t = 50.000 \left\{ \frac{1}{(1,055)^5} + \frac{1}{(1,055)^6} + \dots + \frac{1}{(1,055)^{14}} + \frac{1}{(1,055)^{15}} \right\}$$

deret geometri

Dengan deret geometri:

$$a = \frac{1}{(1,055)^5}; r = \frac{1}{(1,055)}; \text{ dan } n = 11$$

$$S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r} = \frac{1}{(1,055)^5} \times \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(1,055)^{11}}}{1 - \frac{1}{(1,055)}} \right\}$$

$$= \frac{1}{(1,055)^5} \times \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(1,055)^{11}}}{\frac{0,055}{1,055}} \right\}$$

$$= \frac{1}{(1,055)^5} \times \frac{1,055}{0,055} \times \left\{ 1 - \frac{1}{(1,055)^{11}} \right\}$$

$$= \left(\frac{1}{(1,055)^4} \right) \times \left(\frac{1}{0,055} \right) \times \left\{ 1 - \frac{1}{(1,055)^{11}} \right\}$$

$$S_n = \frac{1}{0,055} \times \left\{ \frac{1}{(1,055)^4} - \frac{1}{(1,055)^{15}} \right\}$$

$$N_t = M \times S_n = \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i)^{-(k-1)} - (1+i)^{-(n-1)} \right\}$$

$$= \frac{50.000}{0,055} \times \left\{ (1,055)^{-4} - (1,055)^{-15} \right\} = 326.621,54$$

Jadi, besar pinjaman per 1 Januari 1980 sebesar Rp326.621,54.



Catatan

Dengan kalkulator *scientific*, tekanlah:

1.055 INV \times 4(+/-) = - 1.055
INV \times 15(+/-) = : 0.055 = \times
50000 = 326621.15

Latihan 6

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

1. Hitung nilai tunai rente prenumerando kekal dengan angsuran Rp500.000,00 atas dasar bunga majemuk 6%!
2. Sebuah yayasan nonprofit mempunyai kewajiban membayarkan sejumlah uang yang sama besar setiap awal tahun sebesar Rp75.000,00 selama yayasan tersebut masih berdiri. Dewan pendiri yayasan menginginkan kewajiban tersebut dibayar sekaligus pada saat kewajiban tersebut dimulai. Hitunglah jumlah yang harus dibayar oleh yayasan tersebut, bila dikenakan bunga majemuk 5% per tahunnya!
3. Sebuah badan sosial mempunyai kewajiban membayarkan pajak kepada pemerintah secara terus menerus setiap awal tahunnya sebesar Rp150.000,00. Pemimpin badan sosial tersebut berkeinginan untuk membayar sekaligus kewajiban tersebut di awal, namun setelah dihitung jumlah



uang yang tersedia tidak cukup. Oleh karena itu, diputuskan dibayar dalam dua tahap. Tahap pertama untuk 15 tahun pertama dan sisanya di awal tahun ke-16. Jika bunga dikenakan 4,5% per tahun, berapakah jumlah pembayaran tahap I dan tahap II?

- Hitunglah nilai tunai rente postnumerando kekal dengan angsuran Rp50.000,00 dan dasar bunga 4,2% per tahun!
- Sebuah yayasan sosial diwajibkan membayar kepada pemerintah melalui BNI 46 sejumlah uang sebesar Rp75.000,00. Kewajiban tersebut dilakukan setiap tanggal 31 Desember secara terus menerus tanpa batas waktu. Jika kewajiban tersebut ingin dilakukan sekaligus pada saat awal kewajiban, berapakah jumlah yang harus dibayar, jika bunga 3,5% setahun?
- Pada setiap tanggal 1 Januari dan 1 Juli ditabung uang sebesar Rp55.000,00 dengan bunga 8% per tahun. Hitunglah nilai akhir tabungan tersebut selama 8 tahun!



Lembar Tugas 6

- Hitunglah nilai akhir rente postnumerando dengan angsuran sebesar Rp 150.000,00 dan bunga 8% per tahun selama 12 tahun!
- Pada tanggal 1 Januari 1983, ditabung uang sebesar Rp 500.000,00 dengan bunga 9,5% per tahun. Jika dimulai tanggal 1 Januari 1986 dan seterusnya setiap awal tahun tabungan ditambah masing-masing sebesar Rp 100.000,00, hitunglah jumlah semua tabungan per 31 Desember 1995!
- Pada tanggal 1 Januari 1988, seseorang meminjam uang dengan bunga 12%. Pinjaman tersebut akan dilunasi dengan angsuran yang sama besar pada setiap awal tahun dan dimulai 1 Januari 1988, yaitu masing-masing sebesar Rp 850.000,00. Pinjaman tersebut lunas pada angsuran tahun 1999. Berapa besar pinjaman tersebut pada tanggal 1 Januari 1988?

3.3 Menyelesaikan Masalah Anuitas dalam Sistem Pinjaman

3.3.1 Pengertian anuitas

Anuitas adalah sistem pembayaran yang dilakukan pada setiap selang waktu yang teratur dalam jumlah yang sama (tetap). Periode pembayaran bisa setiap bulan, triwulan, kuartal, semester, atau per tahun. Periode pembayaran bisa juga dilakukan dengan waktu yang tak tentu, sesuai dengan perjanjian. Dalam bab ini, yang dibahas hanyalah periode yang tetap.

Pembayaran secara anuitas dilakukan setiap akhir periode dengan dasar bunga yang tetap. Dasar bunga pada anuitas adalah bunga majemuk. Contoh pembayaran anuitas antara lain pembayaran rumah dengan KPR bank tertentu serta pembayaran asuransi bulanan.

Pembayaran anuitas setiap akhir periode terdiri atas bagian untuk membayar bunga yang disebut *bagian bunga* (b), serta bagian untuk melunasi pinjaman yang disebut *angsuran* (a). Misalnya, besar anuitas adalah A , bagian bunga adalah b , serta bagian untuk mengangsur pinjaman (bagian angsuran) adalah a , maka berlaku:

$$A = a + b$$

Oleh karena anuitas (A) adalah tetap setiap saat, maka yang berubah adalah bagian angsuran (a) dan bagian bunga (b). Misalnya, bagian angsuran setiap akhir periode tertentu (k) kita sebut a_k dan bagian bunga yang dibayar setiap akhir periode tertentu (k) kita sebut b_k , maka berlaku:

$$A = a_k + b_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

3.3.2 Tabel rencana pelunasan

Pada umumnya, pelunasan pinjaman atau kredit dengan sistem anuitas dibuat dalam tabel rencana pelunasan. Hal itu untuk memudahkan rincian dan uraian masing-masing, yaitu:

- siswa pinjaman setiap akhir periode;
- bagian bunga setiap akhir periode;
- bagian angsuran tiap-tiap anuitas dari permulaan pembayaran sampai terakhir atau lunas.

Perhatikan contoh berikut ini!



Contoh soal 52:

Suatu pinjaman sebesar Rp15.000.000,00 dengan bunga 6% per tahun. Pinjaman tersebut akan dilunasi dengan anuitas tahunan sebesar Rp3.000.000,00. Buatlah rencana pelunasannya!

Jawab:

Diketahui: pinjaman (M) = Rp15.000.000,00
 anuitas (A) = Rp3.000.000,00
 bunga (i) = 6% pertahun

Ditanyakan: rencana pelunasannya

1. Anuitas yang harus dibayar setiap tahun

Rp3.000.000,00

Bunga tahun pertama:

$$\begin{aligned} b_1 &= M_1 \times i \\ &= \text{Rp}15.000.000,00 \times 0,06 \\ &= \text{Rp}900.000,00 \end{aligned}$$

Angsuran tahun pertama:

$$\begin{aligned} a_1 &= A - b_1 \\ &= \text{Rp}3.000.000,00 - \text{Rp}900.000,00 \\ &= \text{Rp}2.100.000,00 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun pertama:

$$\begin{aligned} S_1 &= M_1 - a_1 \\ &= \text{Rp}15.000.000,00 - \text{Rp}2.100.000,00 \\ &= \text{Rp}12.900.000,00 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun pertama adalah sama dengan pinjaman awal tahun kedua (M_2).

2. Anuitas yang harus dibayar setiap tahun

Rp3.000.000,00

Bunga tahun kedua:

$$\begin{aligned} b_2 &= M_2 \times i \\ &= \text{Rp}12.900.000,00 \times 0,06 \\ &= \text{Rp}774.000,00 \end{aligned}$$

Angsuran tahun kedua:

$$\begin{aligned} a_2 &= A - b_2 \\ &= \text{Rp}3.000.000,00 - \text{Rp}774.000,00 \\ &= \text{Rp}2.226.000,00 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun kedua:

$$\begin{aligned} S_2 &= M_2 - a_2 \\ &= \text{Rp}12.900.000,00 - \text{Rp}2.226.000,00 \\ &= \text{Rp}10.674.000,00 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun kedua adalah sama dengan pinjaman awal tahun ketiga (M_3).

3. Anuitas yang harus dibayar setiap tahun

Rp3.000.000,00

Bunga tahun ketiga:

$$\begin{aligned} b_3 &= M_3 \times i \\ &= \text{Rp}10.674.000,00 \times 0,06 \\ &= \text{Rp}640.440,00 \end{aligned}$$

Angsuran tahun ketiga:

$$\begin{aligned} a_3 &= A - b_3 \\ &= \text{Rp}3.000.000,00 - \text{Rp}640.440,00 \\ &= \text{Rp}2.359.560,00 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun ketiga:

$$\begin{aligned} S_3 &= M_3 - a_3 \\ &= \text{Rp}10.674.000,00 - \text{Rp}2.359.560,00 \\ &= \text{Rp}8.314.440,00 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun ketiga adalah sama dengan pinjaman awal tahun keempat (M_4).

4. Anuitas yang harus dibayar setiap tahun

Rp3.000.000,00

Bunga tahun keempat:

$$\begin{aligned} b_4 &= M_4 \times i \\ &= \text{Rp}8.314.440,00 \times 0,06 \\ &= \text{Rp}498.866,40 \end{aligned}$$

Angsuran tahun keempat:

$$\begin{aligned} a_4 &= A - b_4 \\ &= \text{Rp}3.000.000,00 - \text{Rp}498.866,40 \\ &= \text{Rp}2.501.133,60 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun keempat:

$$\begin{aligned} S_4 &= M_4 - a_4 \\ &= \text{Rp}8.314.440,00 - \text{Rp}2.501.133,60 \\ &= \text{Rp}5.813.306,40 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun keempat adalah sama dengan pinjaman awal tahun kelima (M_5).

5. Anuitas yang harus dibayar setiap tahun

Rp3.000.000,00

Bunga tahun kelima:

$$\begin{aligned} b_5 &= M_5 \times i \\ &= \text{Rp}5.813.306,40 \times 0,06 \\ &= \text{Rp}348.798,38 \end{aligned}$$



Angsuran tahun kelima:

$$\begin{aligned} a_5 &= A - b_5 \\ &= \text{Rp}3.000.000,00 - \text{Rp}348.798,38 \\ &= \text{Rp}2.651.201,62 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun kelima:

$$\begin{aligned} S_5 &= M_5 - a_5 \\ &= \text{Rp}5.813.306,40 - \\ &\quad \text{Rp}2.651.201,62 \\ &= \text{Rp}3.162.104,78 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun kelima adalah sama dengan pinjaman awal tahun keenam (M_6).

6. Anuitas yang harus dibayar setiap tahun tiga juta rupiah.

Bunga tahun keenam:

$$\begin{aligned} b_6 &= M_6 \times i \\ &= \text{Rp}3.162.104,78 \times 0,06 \\ &= \text{Rp}189.726,29 \end{aligned}$$

Angsuran tahun keenam:

$$\begin{aligned} a_6 &= A - b_6 \\ &= \text{Rp}3.000.000,00 - \text{Rp}189.726,29 \\ &= \text{Rp}2.810.273,71 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun keenam:

$$\begin{aligned} S_6 &= M_6 - a_6 \\ &= \text{Rp}3.162.104,78 - \text{Rp}2.810.273,71 \\ &= \text{Rp}351.831,07 \end{aligned}$$

Sisa pinjaman akhir tahun keenam adalah sama dengan pinjaman awal tahun ketujuh (M_7).

7. Anuitas yang harus dibayar setiap tahun Rp3.000.000,00

Bunga tahun ketujuh:

$$\begin{aligned} b_7 &= M_7 \times i \\ &= \text{Rp}351.831,07 \times 0,06 \\ &= \text{Rp}21.109,86 \end{aligned}$$

Angsuran tahun ketujuh:

$$a_7 = A - b_7$$

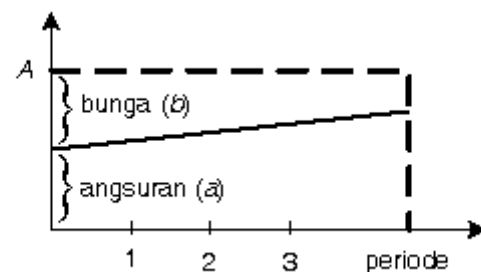
Jika kita kurangkan, akan diperoleh hasil yang lebih besar dari pinjaman. Hal ini tidak mungkin. Oleh sebab itu, supaya lunas, maka angsuran pada akhir tahun ketujuh $a_7 = S_6 = M_7 = \text{Rp}351.831,07$. Jadi, jumlah yang harus dibayar pada akhir tahun ketujuh

lebih kecil dari besarnya anuitas, yaitu sama dengan $M_7 + b_7 = \text{Rp}351.831,07 + \text{Rp}21.109,86 = \text{Rp}372.940,93$.

Perhatikan tabel rencana pelunasan di bawah ini!

	Pinjaman Awal Tahun Ke (Rp)	Anuitas $A = \text{Rp}3.000.000,00$		Sisa Pinjaman Akhir Tahun Ke (Rp)
		Bunga (Rp)	Angsuran (Rp)	
1.	15.000.000,00	900.000,00	2.100.000,00	12.900.000,00
2.	12.900.000,00	774.000,00	2.226.000,00	10.674.000,00
3.	10.674.000,00	640.440,00	2.359.560,00	8.314.440,00
4.	8.314.440,00	498.866,40	2.501.133,60	5.813.306,40
5.	5.813.306,40	348.798,38	2.651.201,62	3.162.104,78
6.	3.162.104,78	189.726,29	2.810.273,71	351.831,07
7.	351.831,07	21.109,86	351.831,07	0

Dari perhitungan yang disajikan dalam tabel pelunasan di atas, jelas dapat dilihat bahwa pinjaman dari tahun ke tahun berkurang, sehingga bunga pun menjadi berkurang dari tahun ke tahun. Oleh karena bunga berkurang, sedangkan besar anuitas harus tetap setiap tahunnya (dalam soal ini kecuali tahun terakhir), maka besarnya angsuran dari tahun ke tahun semakin besar. Sistem pembayaran anuitas dapat dilihat dari diagram berikut ini!



Gambar 3.1

3.3.3 Rumus-rumus anuitas

Jika memperhatikan contoh-contoh soalnya, perkembangan bagian angsuran dari waktu ke waktu (periode) berturut-turut mengikuti perkembangan barisan atau deret geometri. Perbandingan atau rasionya adalah $(1 + i)$. Besarnya angsuran setiap pembayaran ialah sebagai berikut.

$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ dengan hubungan:

$$a_2 : a_1 = 1 + i; \text{ atau } a_2 = a_1(1 + i)$$

$$a_3 : a_2 = 1 + i; \text{ atau } a_3 = a_2(1 + i)$$

$$a_3 = a_1(1 + i)(1 + i)$$

$$a_3 = a_1(1 + i)^2$$



$$\begin{aligned} a_4 : a_3 &= 1 + i, \text{ atau } a_4 = a_3(1 + i) \\ a_4 &= a_1(1 + i)^2(1 + i) \\ a_4 &= a_1(1 + i)^3 \end{aligned}$$

Secara umum dirumuskan:

$$a_k = a_{k-1}(1 + i) \text{ atau } a_{k-1} = a_k(1 + i)$$

dengan $k = 1, 2, 3, 4, \dots$

Keterangan:

a_k = bagian angsuran ke- k

a_{k-1} = bagian angsuran ke- ($k + 1$)

Jika dihubungkan dengan angsuran pertama, diperoleh:

$$a_k = a_1(1 + i)^{k-1}$$

Untuk besarnya anuitas dari suatu pinjaman, dapat dilakukan sebagai berikut.

Diketahui pinjaman M , banyak anuitas n , dan dasar bunga $i = p\%$:

$$A = a_1 + b_1, \quad \text{dengan } b_1 = M \times i$$

$$A = a_1 + (M \times i)$$

Jumlah semua angsuran dari angsuran pertama sampai dengan angsuran terakhir atau lunas adalah sama dengan besarnya pinjaman (M).

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n = M$$

$$a_1 + a_1(1 + i) + a_1(1 + i)^2 + a_1(1 + i)^3 + \dots + a_1(1 + i)^{n-1} = M$$

$$a_1[1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + (1 + i)^3 + \dots + (1 + i)^{n-1}] = M$$

Semua suku dalam kurung kurawal adalah jumlah suku-suku deret geometri atau deret ukur, dengan:

$$a = 1 \text{ dan } r = (1 + i)$$

Jumlah n buah suku deret geometri:

$$S_n = a \times \frac{r^n - 1}{r - 1} = 1 \times \frac{(1 + i)^n - 1}{(1 + i) - 1}$$

$$S_n = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$\text{Jadi, } a_1 \times S_n = M$$

$$a_1 \times \left\{ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right\} = M$$

$$a_1 \times \left\{ (1 + i)^n - 1 \right\} = M \times i$$

$$a_1 = \frac{M \times i}{(1 + i)^n - 1}, \text{ rumus angsuran pertama.}$$

Untuk menghitung besarnya anuitas, dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut.

$A = a_1 + (M \times i)$; substitusikan harga a_1 , sehingga diperoleh:

$$A = \frac{M \times i}{(1 + i)^n - 1} + (M \times i)$$

$$= M \times i \left\{ \frac{1}{(1 + i)^n - 1} + 1 \right\}$$

$$= M \times i \left\{ \frac{1}{(1 + i)^n - 1} + \frac{(1 + i)^n - 1}{(1 + i)^n - 1} \right\}$$

$$= M \times i \left\{ \frac{1 + (1 + i)^n - 1}{(1 + i)^n - 1} \right\}$$

$$= M \times i \left\{ \frac{(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right\}$$

Ruas kanan kita bagi dengan $(1 + i)^n$, baik pembilang maupun penyebutnya.

$$\text{Jadi, } A = M \times i \left\{ \frac{\frac{(1 + i)^n}{(1 + i)^n}}{\frac{(1 + i)^n}{(1 + i)^n} - \frac{1}{(1 + i)^n}} \right\}$$

$$A = M \times i \left\{ \frac{1}{1 - \frac{1}{(1 + i)^n}} \right\}$$

$$\text{Jadi, } A = \frac{M \times i}{1 - \frac{1}{(1 + i)^n}} \text{ atau } A = \frac{M \times i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Tabel 6

$$\text{atau } A = M \frac{1}{\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}}$$



Rumus tersebut dapat digunakan apabila diketahui:

- (i) M = besar pinjaman;
- (ii) $i = p\%$ = dasar bunga majemuk;
- (iii) n = banyaknya anuitas.

Hubungan antara angsuran pertama (a_1) dengan anuitas ialah sebagai berikut.

$$a_1 = \frac{M \times i}{(1+i)^n - 1} \quad \text{dan} \quad A = M \times i \left\{ \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right\}$$

$$\text{atau} \quad A = \frac{M \times i}{(1+i)^n - 1} \times (1+i)^n$$

Tabel 3

$$A = a_1 \times (1+i)^n$$

atau

$$A = a_1 S_{\overline{n}|i}$$

Rumus tersebut hanya bisa digunakan apabila diketahui:

- (i) a_1 = besar angsuran pertama;
- (ii) $i = p\%$ = dasar bunga (persen bunga) bunga majemuk;
- (iii) n = banyaknya anuitas.

Untuk memahami tentang anuitas, perhatikan contoh berikut ini!

Contoh soal 53:

1. Suatu pinjaman sebesar Rp10.000.000,00 dilunasi dengan 8 anuitas tahunan dan bunga 6% setahun. Hitunglah besar anuitasnya! Hitung pula besar angsuran pertama dan bunga tahunan pertama!
2. Suatu pinjaman dilunasi dengan 6 anuitas tahunan. Besar angsuran pertama Rp400.000,00 dan bunganya 9%. Hitunglah:
 - a. anuitas tahunan;
 - b. bunga tahun pertama;
 - c. besar pinjaman!
3. Suatu pinjaman dilunasi dengan 6 anuitas. Angsuran pertama sebesar Rp1.000.000,00 dan bunganya 5%. Hitunglah:
 - a. besar anuitas;
 - b. besar pinjaman;
 - c. buatlah tabel pelunasannya!
4. Suatu pinjaman dilunasi dengan anuitas tahunan sebesar Rp200.000,00. Angsuran pertama sebesar Rp110.000,00. Bunga 8% setahun.
 - a. Setelah berapa lama pinjaman tersebut lunas?
 - b. Berapa besarnya pinjaman tersebut?

Jawab:

1. Diketahui: $M = \text{Rp}10.000.000,00$
 $n = 8$
 $i = 6\% = 0,06$

Ditanyakan: besar anuitas, besar angsuran pertama dan bunga tahunan pertama

Penyelesaian:

$$A = \frac{M \times i}{1 - (1+i)^{-n}} = \frac{10.000.000 \times 0,06}{1 - (1,06)^{-8}}$$

$$= 1.610.359,40$$

atau

$$A = M \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = 10.000.000 \frac{1}{a_{\overline{8}|6\%}} \quad (\text{tabel 6})$$

$$A = 10.000.000 \times 0,16103594$$

$$A = 1.610.359,40$$

Jadi, besarnya anuitas adalah Rp1.610.359,40.

Besar bunga tahun pertama:

$$b_1 = M \times i$$

$$b_1 = 10.000.000 \times 0,06$$

$$b_1 = 600.000$$

Jadi, besar bunga tahun pertama adalah Rp600.000,00.

Angsuran tahun pertama:

$$a_1 = A - b_1$$

$$a_1 = \text{Rp}1.610.359,40 - \text{Rp}600.000,00$$

$$a_1 = \text{Rp}1.010.359,40$$

2. $a_1 = \text{Rp}400.000,00$; $i = 9\%$; dan $n = 6$

- a. $A = a_1 \times (1+i)^n$

$$A = 400.000 \times (1 + 0,09)^6$$

$$A = 400.000 \times (1,09)^6$$

$$A = 670.840,04$$

Jadi, anuitas tahunannya adalah Rp670.840,04.

- b. $b_1 = M \times i$

$$b_1 = A - a_1$$

$$b_1 = \text{Rp}670.840,04 - \text{Rp}400.000,00$$



$$b_1 = \text{Rp}270.840,04$$

Jadi, bunga pada tahun pertama adalah Rp270.840,04.

c. $b_1 = M \times i$

$$M = \frac{b_1}{i} = \frac{270.840,04}{0,09} = 3.009.333,78$$

Jadi, besar pinjamannya adalah Rp3.009.333,78.

3. $a_1 = \text{Rp}1.000.000,00$; $i = 5\%$; dan $n = 6$

a. $A = a_1 \times (1 + i)^n$

$$A = 1.000.000 \times (1 + 0,05)^6$$

$$A = 1.000.000 \times (1,05)^6$$

$$A = 1.340.095,64$$

Jadi, anuitas adalah Rp1.340.095,64.

b. $A = a_1 + b_1$

$$b_1 = A - a_1$$

$$b_1 = \text{Rp}1.340.095,64 - \text{Rp}1.000.000,00$$

$$b_1 = \text{Rp}340.095,64 = M \times i$$

$$M = \frac{b_1}{i} = \frac{340.095,64}{0,05} = 6.801.912,80$$

Jadi, besar pinjaman adalah Rp6.801.912,80.

c. Tabel pelunasannya adalah seperti terlihat di bawah ini.

Pinjaman Awal Tahun Ke (Rp)	Anuitas $A = \text{Rp}1.340.095,64$		Sisa Pinjaman Akhir Tahun Ke (Rp)	
	Bunga (Rp)	Angsuran (Rp)		
1.	6.801.912,80	340.095,64	1.000.000,00	5.801.912,80
2.	5.801.912,80	290.095,64	1.050.000,00	4.751.912,80
3.	4.751.912,80	237.595,64	1.102.500,00	3.649.412,80
4.	3.649.412,80	182.470,64	1.157.625,00	2.491.787,80
5.	2.491.787,80	124.589,39	1.215.506,25	1.276.281,55
6.	1.276.281,55	63.814,08	1.276.281,55	0

4. $A = \text{Rp} 200.000,00$; $a_1 = \text{Rp} 110.000,00$; dan $i = 8\%$

a. $A = a_1 \times (1 + i)^n$

$$(1 + i)^n = \frac{A}{a_1} = \frac{200.000}{110.000}$$

$$(1 + i)^n = 1,818181$$

$$\log(1+i)^n = \log 1,818181$$

$$\log(1,08)^n = \log 1,818181$$

$$n \log(1,08) = \log 1,818181$$

$$n = \frac{\log 1,818181}{\log 1,08} = 7,77$$

$$n = 8$$

Jadi, pinjaman lunas pada angsuran ke-8.

b. $A = a_1 + b_1$

$$b_1 = A - a_1$$

$$b_1 = \text{Rp} 200.000 - \text{Rp} 110.000,00$$

$$b_1 = \text{Rp} 90.000,00$$

$$b_1 = M \times i$$

$$M = \frac{b_1}{i} = \frac{90.000}{0,08} = 1.250.000$$

Jadi, besar pinjaman adalah Rp1.250.000,00.

3.3.4 Menghitung sisa pinjaman

Setelah sekian kali pembayaran anuitas untuk melunasi pinjaman, kita sering diminta untuk menghitung sisa pinjaman yang belum terbayarkan. Jika kita sudah membuat tabel pelunasan, hal itu tidaklah sukar bagi

kita, sebab kita tinggal melihat tabel tersebut. Apabila belum membuat tabel pelunasan, kita dapat menghitung sisa pinjaman dengan cara sebagai berikut.

Apabila sisa pinjaman dari anuitas pertama sampai dengan anuitas ke- m , kita nyatakan sebagai

$S_1, S_2, S_3, \dots, S_m$, maka berikut ini beberapa cara yang dapat kita gunakan untuk menghitung sisa pinjaman setelah anuitas ke- m (S_m).

Cara I:

Misalkan, pinjaman sebesar M dapat dilunasi dengan n anuitas. Bunganya $i = p\%$. Sisa pinjaman setelah anuitas ke- m (S_m) sama dengan pokok pinjaman (M)



dikurangi jumlah m angsuran yang sudah dibayarkan.

$$S_m = M - \{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m\}$$

$$= M - \{a_1 + a_1(1+i) + a_1(1+i)^2 + \dots + a_1(1+i)^{m-1}\}$$

$$S_m = M - a_1 \underbrace{\left\{1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{m-1}\right\}}_{\text{jumlah deret ukur}}$$

Suku-suku yang ada dalam kurung kurawal adalah deret geometri dengan: $a = 1$; $r = (1+i)$; dan $n = m$.

Jumlah deret geometri:

$$S_n = a \times \frac{r^n - 1}{r - 1} = 1 \times \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Sisa pinjaman:

$$S_m = M - (a_1 \times S_n)$$

$$S_m = M - \frac{a_1}{i} \left\{ (1+i)^m - 1 \right\}$$

Keterangan:

S_m = sisa pinjaman setelah anuitas ke- m

M = besar pinjaman

a_1 = angsuran tahun pertama

i = persentase bunga

m = banyaknya angsuran yang sudah dibayar

Cara II:

Sisa pinjaman setelah pembayaran anuitas ke- m sama dengan jumlah semua angsuran yang belum dibayarkan.

$$S_m = a_{m+1} + a_{m+2} + a_{m+3} + \dots + a_n$$

$$= a_1(1+i)^m + a_1(1+i)^{m+1} + a_1(1+i)^{m+2} + \dots + a_1(1+i)^{n-1}$$

$$S_m = a_1 \times \underbrace{\left\{ (1+i) + (1+i)^{m+1} + (1+i)^{m+2} + \dots + (1+i)^{n-1} \right\}}_{\text{jumlah deret geometri}}$$

Jumlah deret geometri:

$$S_n = a \times \frac{r^n - 1}{r - 1}; \quad a = (1+i)^m, \quad r = (1+i)$$

banyak suku = $n - m$

$$= (1+i)^m \times \left\{ \frac{(1+i)^{n-m} - 1}{(1+i) - 1} \right\}$$

$$= (1+i)^m \times \left\{ \frac{(1+i)^{n-m} - 1}{i} \right\}$$

$$S_n = \frac{1}{i} \times \left\{ (1+i)^n - (1+i)^m \right\}$$

Oleh karena $S_m = a_1 \times S_n$, maka sisa pinjaman:

$$S_m = \frac{a_1}{i} \times \left\{ (1+i)^n - (1+i)^m \right\}$$

Keterangan:

S_m = sisa pinjaman setelah anuitas ke- m

a_1 = angsuran pertama

n = banyaknya angsuran sampai lunas

m = banyaknya angsuran yang sudah dibayar

Cara III:

Sisa pinjaman setelah anuitas ke- m sama dengan nilai tunai dari semua anuitas yang belum dibayar.

$$A = \frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2} + \frac{A}{(1+i)^3} + \frac{A}{(1+i)^4} + \dots + \frac{A}{(1+i)^{n-m}}$$

$$S_m = A \times \underbrace{\left\{ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-m}} \right\}}_{\text{jumlah deret geometri}}$$

Jumlah deret geometri:

$$S_n = a \times \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$S_n = a \times \frac{1 - r^n}{1 - r} \Rightarrow a = \frac{1}{1+i}; \quad r = \frac{1}{1+i}$$

banyaknya suku $n - m$

$$S_n = \frac{1}{1+i} \times \left\{ \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{n-m}}{1 - \frac{1}{1+i}} \right\} = \frac{1}{(1+i)} \times \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-m}}}{\frac{1+i}{1+i} - \frac{1}{1+i}} \right\}$$

$$S_n = \frac{1}{1+i} \times \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-m}}}{\frac{1+i-1}{1+i}} \right\} = \frac{1}{(1+i)} \times \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-m}}}{\frac{i}{1+i}} \right\}$$

$$S_n = \frac{1}{1+i} \times \frac{1+i}{i} \times \left\{ 1 - \frac{1}{(1+i)^{n-m}} \right\} = \frac{1}{i} \times \left\{ 1 - \frac{1}{(1+i)^{n-m}} \right\}$$



Oleh karena $S_m = A \times S_n$, maka sisa pinjaman:

$$S_m = \frac{A}{i} \times \left\{ 1 - \frac{1}{(1+i)^{n-m}} \right\}$$

atau

$$S_m = \frac{A}{i} \times \left\{ 1 - (1+i)^{-(n-m)} \right\}$$

Cara IV:

Sisa pinjaman setelah anuitas ke- m dapat dihitung dengan hubungan bunga setiap anuitas, yaitu bunga (b) = $M \times i$

$$\begin{aligned} b_1 &= M \times i \\ b_2 &= S_1 \times i \\ b_3 &= S_2 \times i \\ &\vdots \\ b_{m+1} &= S_m \times i \end{aligned}$$

$$S_m = \frac{b_{m+1}}{i}$$

Keterangan:

- b_{m+1} = bunga pada anuitas ke- $(m+1)$
- i = persen bunga
- S_m = sisa pinjaman setelah anuitas ke- m

Contoh soal 54:

Seseorang ingin memiliki sebuah rumah melalui KPR pada sebuah bank. Harga tunai rumah tersebut Rp60.000.000,00. Lama masa kredit 10 tahun dan bunga bank sebesar 18%. Pembayaran kredit menggunakan sistem anuitas tahunan.

- a. Buatlah tabel rencana pelunasannya!
- b. Hitunglah sisa pinjaman setelah anuitas ke-6 dengan menggunakan semua cara!

Jawab:

$M = \text{Rp}60.000.000,00$; $n = 10$; $i = 18\%$; dan $m = 6$

$$A = \frac{M \times i}{1 - (1+i)^{-n}} = \frac{60.000.000 \times 0,18}{1 - (1+0,18)^{-10}}$$

$$A = 13.350.878,48$$

Bunga tahun pertama:

$$\begin{aligned} b_1 &= 60.000.000 \times 0,18 \\ b_1 &= \text{Rp}10.800.000,00 \end{aligned}$$

- a. Tabel rencana pelunasan.

	Pinjaman Awal Tahun Ke (Rp)	Anuitas $A = \text{Rp}13.350.878,48$		Sisa Pinjaman Akhir Tahun Ke (Rp)
		Bunga (Rp)	Angsuran (Rp)	
1.	60.000.000,00	10.800.000,00	2.550.878,48	57.449.121,52
2.	57.449.121,52	10.340.841,87	3.010.036,61	54.439.084,91
3.	54.439.084,91	9.799.035,28	3.551.843,20	50.887.241,71
4.	50.887.241,71	9.159.703,51	4.191.174,97	46.696.066,74
5.	46.696.066,74	8.405.292,01	4.945.586,47	41.750.480,27
6.	41.750.480,27	7.515.086,45	5.835.792,03	35.914.688,24
7.	35.914.688,24	6.464.643,88	6.886.234,59	29.028.453,64
8.	29.028.453,64	5.225.121,66	8.125.756,82	20.902.696,82
9.	20.902.696,82	3.762.485,43	9.588.393,05	11.314.303,77
10.	11.314.303,77	2.036.574,68	11.314.303,77	0

- b. Sisa pinjaman setelah anuitas ke-6 (S_6)

Cara I:

- $M = \text{Rp}60.000.000,00$
- $a_1 = \text{Rp}2.550.878,48$ (dari tabel)
- $i = 18\% = 0,18$
- $m = 6$

$$S_m = M - \frac{a_1}{i} \left\{ (1+i)^m - 1 \right\}$$

$$S_m = 60.000.000 - \frac{2.550.878,48}{0,18} \left\{ (1,18)^6 - 1 \right\}$$

$$S_m = 35.914.688,26$$

Jadi, sisa pinjaman setelah anuitas ke-6 sebesar Rp35.914.688,26.

Cara II:

$$S_m = \frac{a_1}{i} \times \left\{ (1+i)^n - (1+i)^m \right\}; \quad m = 6 \text{ dan } n = 10$$

$$S_m = \frac{2.550.878,48}{0,18} \times \left\{ (1,18)^{10} - (1,18)^6 \right\}$$

$$S_m = \text{Rp}35.914.688,26$$

**Cara III:**

$$S_m = \frac{A}{i} \times \left\{ 1 - (1+i)^{-(n-m)} \right\}; \quad A = \text{Rp}13.350.878,48$$

$$S_m = \frac{13.350.878,48}{0,18} \times \left\{ 1 - (1,18)^{-(10-6)} \right\}$$

$$S_m = \frac{13.350.878,48}{0,18} \times \left\{ 1 - (1,18)^{-4} \right\}$$

$$S_m = \text{Rp}35.914.688,26$$

Cara IV:

$$S_m = \frac{b_{m+1}}{i}; \quad S_6 = \frac{b_7}{i}$$

$$b_7 = A - a_7$$

$$a_7 = a_1(1+i)^6$$

$$= 2.550.878,48 \times (1,18)^6$$

$$= \text{Rp}6.886.234,59$$

$$b_7 = \text{Rp}13.350.878,48 - \text{Rp}6.886.234,59$$

$$= \text{Rp}6.464.643,89$$

$$S_6 = \frac{b_7}{i} = \frac{6.464.643,89}{0,18} = \text{Rp}35.914.688,28$$

Dari perhitungan di atas, tampak bahwa semua cara hasilnya sama. Perbedaan Rp0,02 adalah akibat dari hasil pembulatan saja.

Latihan 7

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

- Utang sebesar Rp50.000,00 akan dilunasi secara anuitas dengan bunga 7% per triwulan dan akan dilunasi selama 1,5 tahun.
 - Tentukan besar anuitasnya!
 - Tentukan besar angsuran ketiga!
- Herman mendapat kredit dari bank yang akan dilunasi dalam 15 kali anuitas dengan bunga 5,5% per periode. Apabila pada angsuran kesembilan, Herman membayar sebesar Rp4.423,89, hitunglah besar pinjaman tersebut!
- Sebuah perusahaan meminjam uang di bank sebesar Rp400.000.000,00. Pinjaman tersebut akan dilunasi dengan cara anuitas selama 6 tahun dengan bunga 8% pertahun. Buatlah tabel rencana pelunasannya!
- Suatu pinjaman sebesar Rp10.000.000,00 dengan bunga 4% per periode akan dilunasi dengan 8 kali anuitas. Hitunglah sisa pinjaman sesudah pembayaran anuitas kelima!
- Dari suatu pinjaman yang akan dilunasi dalam 10 anuitas tahunan dengan bunga 5% per tahun, diketahui besarnya anuitas Rp12.950.457,50. Hitunglah besar pinjaman!
- Utang sebesar Rp40.000.000,00 akan dilunasi dengan cara anuitas sebesar Rp10.632.715,11 dan suku bunga 3% per tahun. Berapa lama utang tersebut akan lunas?

**Lembar Tugas 7**

- Suatu pinjaman sebesar Rp750.000,00 akan dilunasi dengan cara anuitas Rp15.681,67 per bulan dan suku bunga 1,5% per bulan. Buatlah tabel rencana pelunasannya!
- Sebuah yayasan mendapat pinjaman dari bank sebesar Rp15.000.000,00. Pinjaman itu akan dibayar secara anuitas selama 10 tahun. Anuitas pertama dibayar lima tahun setelah menerima pinjaman dengan bunga 6% per tahun. Tentukan besar anuitas tersebut!
- Uang sebesar Rp92.927,46 akan dilunasi dengan anuitas Rp25.000,00 per bulan dan dengan suku bunga 3% per bulan. Tentukan besarnya bunga pada angsuran ketiga!





3.3.5 Anuitas yang dibulatkan

Pada kenyataannya, membayar pinjaman dengan anuitas yang dihitung secara matematis, seperti pada contoh-contoh sebelumnya sulit untuk dilakukan. Oleh karena itu, biasanya diadakan perjanjian (kesepakatan) bersama antara pemberi pinjaman dengan peminjam tentang jumlah yang harus dibayar.

Jalan yang harus dipilih adalah pembulatan dengan kelipatan Rp50,00; Rp100,00; Rp500,00; atau Rp1.000,00 terdekat.

Pembulatan anuitas dapat dibagi dalam 2 (dua) bagian, yaitu:

1. pembulatan ke bawah;
2. pembulatan ke atas.

A. Pembulatan ke bawah

Apabila anuitas yang kita bayar harus dibulatkan ke bawah dengan kelipatan tertentu, maka setiap kali membayar anuitas, terdapat kekurangan pembayaran. Kekurangan-kekurangan itu harus diperhitungkan kemudian dan harus dibayar bersama dengan bunganya. Ada dua kemungkinan kekurangan pembayaran akibat pembulatan ke bawah, yaitu sebagai berikut.

- (i) Pada tahun ke- n dibayar lunas, termasuk kekurangan hasil pembulatan dan bunganya.
- (ii) Sisa hasil pembulatan dibayar pada tahun ke- $(n + 1)$, termasuk penambahan bunga satu periode terakhir.

Contoh soal 55:

Pinjaman sebesar Rp15.000.000,00 dibayar dengan 6 anuitas tahunan. Bunga 9% setahun. Anuitas menurut perhitungan matematis dibulatkan ke bawah pada kelipatan Rp500,00 terdekat. Hitunglah:

- a. jumlah yang harus dibayar pada anuitas ke-6 (lunas);
- b. jumlah yang harus dibayar pada tahun ke- $(n + 1)$ dan lunas!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}15.000.000,00$; $i = 9\%$; dan $n = 6$

Anuitas dibulatkan ke bawah kelipatan Rp500,00 terdekat.

Ditanyakan: a. jumlah yang harus dibayar pada anuitas ke- n (lunas);

- b. jumlah yang harus dibayar pada tahun ke- $(n + 1)$ dan lunas!

Penyelesaian:

$$A = \frac{M \times i}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{15.000.000 \times 0,09}{1 - (1 + 0,09)^{-6}}$$

$$A = \frac{15.000.000 \times 0,09}{1 - (1,09)^{-6}} = 3.343.796,75$$

A dibulatkan menjadi Rp3.343.500,00.

Pada setiap kali pembayaran anuitas, terdapat kekurangan:

$$\text{Rp}3.343.796,75 - \text{Rp}3.343.500,00 = \text{Rp}296,75.$$

Nilai akhir dari kekurangan pembayaran selama 6 tahun (6 kali angsuran) adalah sama dengan nilai akhir rente postnumerando, yaitu:

$$N_a = \frac{M}{i} \times \left\{ (1 + i)^n - 1 \right\};$$

M = besar kekurangan setiap kali pembayaran anuitas adalah Rp296,75.

$$\begin{aligned} N_a &= \frac{296,75}{0,09} \times \left\{ (1 + 0,09)^6 - 1 \right\} \\ &= \frac{296,75}{0,09} \times \left\{ (1,09)^6 - 1 \right\} \end{aligned}$$

$$N_a = 2.232,55$$

Jadi, jumlah seluruh kekurangan pembayaran akibat pembulatan ke bawah selama 6 tahun ditambah dengan bunganya adalah Rp2.232,55.

- a. Jumlah yang harus dibayar pada tahun ke- n (tahun ke-6) agar lunas adalah besar anuitas yang dibulatkan ditambah jumlah seluruh kekurangan (N_a), yaitu:

$$\begin{aligned} &\text{Rp}3.343.500,00 + \text{Rp}2.232,55 \\ &= \text{Rp}3.345.732,55. \end{aligned}$$

- b. Jumlah yang harus dibayar pada tahun ke- $(n + 1)$ atau tahun ke-7 bila lunas pada anuitas ke- $(n + 1)$ adalah jumlah seluruh kekurangan pembayaran ditambah bunganya, ditambah lagi dengan bunga satu periode terakhir, yaitu:

$$N_a + (N_a \times i) = \text{Rp}2.232,55 + (\text{Rp}2.232,55 \times 0,09) = \text{Rp}2.433,48.$$

Jadi, apabila seluruh kekurangan pembayaran akan dibayarkan pada tahun (periode) ke- $(n + 1)$, maka jumlah yang dibayar pada tahun ke- n sama dengan besar anuitas yang dibulatkan ke bawah.

B. Pembulatan ke atas

Misalkan, anuitas yang kita bayar harus dibulatkan ke atas dengan kelipatan tertentu. Akibatnya, dalam membayar anuitas terdapat kelebihan pembayaran.



Kelebihan pembayaran tersebut harus diperhitungkan, akibatnya pembayaran pada anuitas terakhir harus dikurangi dengan jumlah seluruh kelebihan pembayaran ditambah dengan bunganya. Jadi, jumlah yang harus dibayar pada anuitas terakhir lebih kecil dari jumlah sebenarnya yang harus dibayar.

Contoh soal 56:

Pinjaman sebesar Rp10.000.000,00 dilunasi dengan 8 anuitas tahunan. Bunga 7,5% per tahun. Anuitas menurut perhitungan matematis dibulatkan ke atas pada kelipatan Rp1.000,00 terdekat. Hitunglah:

- besar anuitas yang dibulatkan;
- jumlah yang harus dibayar pada anuitas terakhir (lunas)!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}10.000.000,00$; $i = 7,5\%$; dan $n = 8$
Anuitas dibulatkan ke atas pada kelipatan Rp1.000,00 terdekat.

- Ditanyakan: a. besar anuitas yang dibulatkan;
b. jumlah yang harus dibayar pada anuitas terakhir (lunas)

Penyelesaian:

$$\text{a. } A = \frac{M \times i}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{10.000.000 \times 0,075}{1 - (1 + 0,075)^{-8}}$$

$$A = \frac{10.000.000 \times 0,075}{1 - (1,075)^{-8}} = 1.707.270,26$$

A dibulatkan ke atas kelipatan Rp1.000,00 terdekat, menjadi $A = \text{Rp}1.708.000,00$.

Jumlah kelebihan pembayaran setiap kali anuitas:

$$\text{Rp}1.708.000,00 - \text{Rp}1.707.270,26 = \text{Rp}729,74.$$

Jumlah seluruh kelebihan pembayaran selama 8 tahun adalah sama dengan nilai akhir rente post-numerando, yaitu:

$$N_a = \frac{M}{i} \times \left\{ (1 + i)^n - 1 \right\};$$

$M = \text{Rp}729,74$; $n = 8$, dan $i = 7,5\%$

$$N_a = \frac{729,74}{0,075} \times \left\{ (1 + 0,075)^8 - 1 \right\}$$

$$N_a = \frac{729,74}{0,075} \times \left\{ (1,075)^8 - 1 \right\} = 7.623,13$$

- b. Jumlah yang harus dibayar pada anuitas terakhir (ke-8) adalah:

$$A - N_a = \text{Rp}1.708.000,00 - \text{Rp}7.623,13$$

$$= \text{Rp}1.700.376,87.$$

3.3.6 Anuitas pada obligasi

Untuk meneruskan suatu pembangunan yang berkesinambungan, suatu negara membutuhkan biaya yang sangat besar. Begitu pula suatu perusahaan, baik swasta maupun BUMN dalam mengembangkan usahanya, sangat membutuhkan dana yang besar. Untuk itu, suatu negara atau perusahaan besar, dapat mengeluarkan obligasi yang dipecah ke dalam satuan kecil, misalnya Rp1.000,00; Rp5.000,00; Rp10.000,00.

Misalkan, pinjaman obligasi itu dilunasi dengan anuitas tahunan, akibatnya setiap anuitas mengandung bagian angsuran (a) yang umumnya bukan merupakan kelipatan dari nilai atau pecahan obligasi tersebut.

Untuk dapat membayar angsuran, sejumlah obligasi dengan pecahan tertentu (nilai nominal), bagian angsuran dari tiap anuitas perlu dibulatkan sampai kelipatan nilai yang sesuai dengan pecahan obligasi. oleh karena itu, dari setiap pembayaran obligasi dengan anuitas terdapat nilai yang kurang dari nilai pecahan obligasi. Bagian yang tidak terpakai tersebut dicadangkan untuk pembayaran tahun berikutnya.

Untuk menyusun rencana pelunasan, jumlah yang akan diangsur untuk setiap periode dapat dihitung dengan dua cara.

Cara I:

- Hitung besar anuitas secara matematis!
- Hitung besar uang yang tidak terpakai karena kurang dari nilai nominal obligasi!
- Hitung bunga dari nilai yang tidak terpakai!
- Jumlahkan langkah 1, 2, dan 3!
- Hitung bunga dari seluruh pinjaman yang belum terbayarkan!
- Kurangkan langkah 4 dengan langkah 5, akan diperoleh besar angsuran yang harus dibayar!
- Bayar sesuai dengan nilai nominal obligasi; nilai yang tidak cukup untuk pecahan obligasi dicadangkan untuk tahun berikutnya.

Contoh soal 57:

Suatu pinjaman obligasi sebesar Rp10.000.000,00 terdiri atas pecahan Rp10.000,00 dan bunga 8%. Pinjaman tersebut akan dilunasi dengan anuitas tahunan selama 6 tahun. Buatlah rencana pelunasannya!

Jawab:

Diketahui: $M = \text{Rp}10.000.000,00$; $i = 8\%$; dan $n = 6$

Ditanyakan: tabel rencana pelunasan

Besar anuitas tahunan:



$$A = \frac{M \times i}{1 - (1+i)^{-n}} = \frac{10.000.000 \times 0,08}{1 - (1+0,08)^{-6}}$$

$$A = \frac{10.000.000 \times 0,08}{1 - (1,08)^{-6}} = 2.163.153,90$$

Jadi, besar anuitas adalah $A = \text{Rp}2.163.153,90$.

Tahun ke-1:

Anuitas: $A \dots\dots\dots = \text{Rp}2.163.153,90$

Bunga:

$b_1 = \text{Rp}10.000.000,00 \times 0,08 = \text{Rp}800.000,00$ -

Angsuran pertama: $a_1 \dots\dots\dots = \text{Rp}1.363.153,90$

Akhir tahun pertama dapat diangsur 136 obligasi. Saldo yang belum terpakai adalah Rp 3.153,90; dicadangkan untuk tahun ke-2.

Tahun ke-2:

Anuitas: $A \dots\dots\dots = \text{Rp}2.163.153,90$

Saldo tahun sebelumnya = Rp3.153,90

Bunga dari saldo:

$\text{Rp}3.153,90 \times 0,08 \dots\dots\dots = \text{Rp}252,31$ +

Total nilai = Rp2.166.560,11

Bunga: $b_2 = M_2 \times i \dots\dots\dots = \text{Rp}691.200,00$ -

$(M_2 = M - a_1 + \text{saldo tahun pertama})$

Angsuran ke-2: $a_2 \dots\dots\dots = \text{Rp}1.475.360,11$

Akhir tahun ke-2 dapat diangsur 147 obligasi. Saldo yang belum terpakai sebesar Rp5.360,11; dicadangkan untuk tahun ke-3.

Tahun ke-3:

Anuitas: $A \dots\dots\dots = \text{Rp}2.163.153,90$

Saldo tahun sebelumnya = Rp5.360,11

Bunga dari saldo:

$\text{Rp}5.360,11 \times 0,08 \dots\dots\dots = \text{Rp}428,81$ +

Total nilai = Rp2.168.942,82

Bunga: $b_3 = M_3 \times i \dots\dots\dots = \text{Rp}573.600,00$ -

$(M_3 = M_2 - a_2 + \text{saldo tahun ke-2})$

Angsuran ke-3: $a_3 \dots\dots\dots = \text{Rp}1.595.342,82$

Pada akhir tahun ke-3 dapat diangsur 159 obligasi. Saldo yang belum terpakai sebesar Rp5.342,82; dicadangkan untuk tahun ke-4.

Tahun ke-4:

Anuitas: $A \dots\dots\dots = \text{Rp}2.163.153,90$

Saldo tahun sebelumnya = Rp5.342,82

Bunga dari saldo:

$\text{Rp}5.342,82 \times 0,08 \dots\dots\dots = \text{Rp}427,43$ +

Total nilai = Rp2.168.924,15

Bunga: $b_4 = M_4 \times i \dots\dots\dots = \text{Rp}446.400,00$ -

$(M_4 = M_3 - a_3 + \text{saldo tahun ke-3})$

Angsuran ke-4: $a_4 \dots\dots\dots = \text{Rp}1.722.524,15$

Pada akhir tahun ke-4 dapat diangsur 172 obligasi. Saldo yang belum terpakai sebesar Rp2.524,15; dicadangkan untuk tahun ke-5.

Tahun ke-5:

Anuitas: $A \dots\dots\dots = \text{Rp}2.163.153,90$

Saldo tahun sebelumnya = Rp2.524,15

Bunga dari saldo:

$\text{Rp}2.524,15 \times 0,08 \dots\dots\dots = \text{Rp}201,93$ +

Total nilai = Rp2.165.879,98

Bunga: $b_5 = M_5 \times i \dots\dots\dots = \text{Rp}308.800,00$ -

$(M_5 = M_4 - a_4 + \text{saldo tahun ke-4})$

Angsuran ke-5: $a_5 \dots\dots\dots = \text{Rp}1.857.079,98$

Pada akhir tahun ke-5 dapat diangsur 185 obligasi. Saldo yang belum terpakai sebesar Rp7.079,98; dicadangkan untuk tahun ke-6.

Tahun ke-6:

Anuitas: $A \dots\dots\dots = \text{Rp}2.163.153,90$

Saldo tahun sebelumnya = Rp7.079,98

Bunga dari saldo:

$\text{Rp}7.079,98 \times 0,08 \dots\dots\dots = \text{Rp}566,40$ +

Total nilai = Rp2.170.800,28

Bunga: $b_6 = M_6 \times i \dots\dots\dots = \text{Rp}160.800,00$ -

$(M_6 = M_5 - a_5 + \text{saldo tahun ke-5})$

Angsuran ke-6: $a_6 \dots\dots\dots = \text{Rp}2.010.000,28$

Pada akhirtahun ke-6 dapat diangsur 201 obligasi. Pada angsuran ini semua pinjaman sudah lunas. Perbedaan sebesar Rp0,28 terjadi akibat pembulatan.

Perhatikan tabel rencana pelunasan berikut ini!

**Tabel Rencana Pelunasan**

	Besar Pinjaman Obligasi pada Permulaan Tahun Ke (Rp)	Bunga (Rp)	Jumlah Obligasi yang Diangsur (Lembar)	Jumlah Seluruhnya yang Dibayar (Rp)
1.	10.000.000,00	800.000,00	136	2.160.000,00
2.	8.640.000,00	691.200,00	147	2.161.200,00
3.	7.170.000,00	573.600,00	159	2.163.600,00
4.	5.580.000,00	446.400,00	172	2.166.400,00
5.	3.860.000,00	308.800,00	185	2.158.800,00
6.	2.010.000,00	160.800,00	201	2.170.800,00
			1.000	

Cara II:

Besarnya angsuran yang harus dibayar sama dengan besarnya angsuran tiap tahun. Hal itu sesuai dengan perhitungan matematika ditambah dengan sisa atau bagian yang tidak terpakai setiap akhir tahun sebelumnya.

Contoh soal 58:

Contoh soal ini sama dengan contoh soal sebelumnya. Dari hasil perhitungan pada contoh soal sebelumnya diperoleh:

$$\text{Anuitas: } A \dots\dots\dots = \text{Rp}2.163.153,90$$

$$\text{Bunga tahun pertama: } b_1 \dots\dots = \text{Rp}800.000,00$$

$$\text{Angsuran pertama: } a_1 \dots\dots\dots = \text{Rp}1.363.153,90$$

$$a_1 \dots\dots\dots = \text{Rp}1.363.153,90$$

$$a_2 = a_1(1 + i) \dots\dots\dots = \text{Rp}1.472.206,21$$

$$a_3 = a_1(1 + i)^2 \dots\dots\dots = \text{Rp}1.589.982,71$$

$$a_4 = a_1(1 + i)^3 \dots\dots\dots = \text{Rp}1.717.181,32$$

$$a_5 = a_1(1 + i)^4 \dots\dots\dots = \text{Rp}1.854.555,83$$

$$a_6 = a_1(1 + i)^5 \dots\dots\dots = \text{Rp}2.002.920,30$$

Tabel Rencana Pelunasan

Tahun Ke	Tersedia Untuk Angsuran	Jumlah Obligasi yang Diangsur (Lembar)
1.	Rp1.363.153,90 + 0	136
2.	Rp1.472.206,21 + Rp3.153,90	147
3.	Rp1.589.982,71 + Rp5.360,11	159
4.	Rp1.717.181,32 + Rp5.342,82	172
5.	Rp1.854.555,83 + Rp2.524,15	185
6.	Rp2.002.920,30 + Rp7.079,98	201
		1.000

Latihan 8**Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!**

- Sebuah perusahaan meminjam uang sebesar Rp150.000.000,00 dengan bunga 5% per tahun. Pinjaman itu akan dilunasi dengan anuitas selama 12 tahun. Anuitas dibulatkan ke atas sampai dengan kelipatan Rp1.000,00. Hitunglah sisa pinjaman pada akhir tahun kelima!
- Pinjaman sebesar Rp100.000.000,00 akan dilunasi dalam 5 anuitas tahunan. Tiap anuitas dibulatkan ke bawah sampai dengan kelipatan Rp1.000,00. Anuitas pertama dibayar setahun setelah meminjam. Bunga 4% per tahun. Tentukan besarnya angsuran terakhir!
- Sebuah pinjaman obligasi yang besarnya Rp2.000.000,00 dengan bunga 1,5% per bulan akan diangsur dalam 10 kali anuitas bulanan. Nilai nominal tiap lembar obligasi sebesar Rp 5.000,00. Buatlah rencana angsuran pelunasan pinjaman!
- Utang berbentuk obligasi yang besarnya Rp100.000.000,00 terdiri dari 100.000 lembar surat obligasi. Pengangsuran dilakukan dalam 3 periode dengan anuitas dan suku bunga 3% per periode. Tentukan banyaknya lembar obligasi pada angsuran kedua!





3.4 Menyelesaikan Masalah Penyusutan Nilai Barang

3.4.1 Pengertian aktiva perusahaan

Segala sumber daya ekonomi suatu perusahaan yang berupa harta benda dan hak-hak hukumnya yang dimiliki disebut *aktiva* atau *harta perusahaan*.

Ditinjau dari umur dan manfaatnya, aktiva dibedakan menjadi dua, yaitu *aktiva lancar* dan *aktiva tetap*.

A. Aktiva lancar

Aktiva lancar adalah uang tunai dan aktiva lainnya yang secara cepat dapat dibairkan menjadi uang tunai, dijual atau dipakai hingga habis selama periode yang normal dari perusahaan itu. Sebagai contoh: uang kas, persediaan barang dagangan, surat berharga yang dapat dijual.

B. Aktiva tetap

Aktiva tetap adalah aktiva yang sifatnya permanen atau tetap atau tahan lama (lebih dari satu periode operasi normal) yang dimiliki perusahaan dan dipergunakan dalam operasi penyelenggaraan perusahaan itu. Aktiva tetap disebut juga kekayaan (*property*), pabrik (*plant*), dan alat-alat perlengkapan (*equipment*). Aktiva tetap terbagi menjadi dua macam, yaitu sebagai berikut.

a. Aktiva tetap berwujud

Aktiva tetap berwujud adalah aktiva yang mempunyai nilai secara fisik atau material. Misalnya: tanah, bangunan, mesin kendaraan, peralatan, dan sumber alam.

b. Aktiva tetap tidak berwujud

Aktiva tetap tidak berwujud adalah aktiva yang tak memiliki nilai fisik. Misalnya: hak paten dan hak cipta.

3.4.2 Penyusutan

Penyusutan atau *penghapusan* atau *depresiasi* adalah suatu proses pengalokasian secara berkala, dari sebagian biaya perolehan suatu aktiva atau harta perusahaan terhadap biaya perusahaan itu.

Ada dua macam penyusutan, yaitu:

- penyusutan fisik* adalah berkurangnya daya guna yang disebabkan oleh pemakaian;
- penyusutan fungsional* adalah penyusutan yang disebabkan kelemahan dan ketuaan modal.

Metode-metode penyusutan

Metode penyusutan berguna dalam penghitungan besarnya penyusutan untuk masing-masing periode.

Faktor-faktor dalam menentukan beban penyusutan yang harus dipertimbangkan ialah sebagai berikut.

- Biaya perolehan aktiva, yaitu besarnya biaya yang dikeluarkan perusahaan untuk memperoleh aktiva sampai aktiva itu siap untuk dioperasikan.
- Perkiraan nilai sisa (*residu*), yaitu nilai yang mungkin diperoleh melalui penjualan aktiva yang sudah lewat masa berlakunya.
- Perkiraan umur manfaat aktiva.

Berikut ini diberikan tabel dan lambang yang dipakai dalam perhitungan penyusutan.

Tabel 3.1

Lambang	Keterangan
A	Biaya perolehan
S	Nilai sisa (<i>residu</i>)
n	Perkiraan waktu aktiva (tahun, jam kerja, satuan hasil produksi)
r	Persentase atau tingkat penyusutan (tiap tahun, tiap jam, atau satuan hasil produksi)
D	Beban penyusutan atau depresiasi tiap periode

a. Metode garis lurus atau metode persentase tetap dari harga pembelian

Metode garis lurus cukup sederhana dan praktis. Besar beban penyusutannya untuk masing-masing periode adalah sama besar. Grafik akumulasi biaya terhadap waktu yang sudah disusutkan maupun yang belum disusutkan berupa garis lurus. Beban penyusutan dirumuskan:

$$D = \frac{A - S}{n}$$

Sedangkan, persentase penyusutan dirumuskan:

$$r = \frac{D}{A} \times 100\%$$

atau

$$r = \frac{100(A - S)}{nA} \%$$

Nilai buku akhir tahun pertama: $S_1 = A - D$

Nilai buku akhir tahun kedua: $S_2 = A - 2D$

Nilai buku akhir tahun ke-n: $S_n = A - nD$

**Contoh soal 59:**

Sebuah mesin fotokopi harganya Rp12.000.000,00. Taksiran umur manfaatnya 5 tahun dan mempunyai nilai residu Rp600.000,00. Tentukan:

- penyusutan tiap tahun;
- persentase penyusutan;
- nilai buku akhir tahun ke-4;
- daftar penyusutan!

Jawab:

$A = \text{Rp}12.000.000,00$; $n = 5$ tahun; $S = \text{Rp}600.000,00$

$$a. \quad D = \frac{A - S}{n} = \frac{12.000.000 - 600.000}{5}$$

$$D = \frac{11.400.000}{5} = 2.280.000$$

Jadi, besar penyusutan tiap tahun adalah Rp2.280.000,00.

$$b. \quad r = \frac{D}{A} \times 100\% = \frac{2.280.000}{12.000.000} \times 100\% = 19\%$$

Jadi, persentase penyusutan tiap tahun adalah 19%.

- Nilai buku akhir tahun keempat:

$$\begin{aligned} S_4 &= A - 4D \\ &= \text{Rp}12.000.000,00 - (4 \times \text{Rp}2.280.000,00) \\ &= \text{Rp}12.000.000,00 - \text{Rp}9.120.000,00 \\ &= \text{Rp}2.880.000,00 \end{aligned}$$

- Daftar penyusutan

Tahun Ke	Persentase Penyusutan	Beban Penyusutan (Rp)	Akumulasi Penyusutan (Rp)	Nilai Buku Akhir Tahunan (Rp)
0	-	-	-	12.000.000,00
1	19%	2.280.000,00	2.280.000,00	9.720.000,00
2	19%	2.280.000,00	4.560.000,00	7.440.000,00
3	19%	2.280.000,00	6.840.000,00	5.160.000,00
4	19%	2.280.000,00	9.120.000,00	2.880.000,00
5	19%	2.280.000,00	11.400.000,00	600.000,00

b. Metode persentase tetap dari nilai buku

Pada metode persentase tetap dari nilai buku, besar beban penyusutan untuk suatu periode tertentu diperoleh dari hasil kali antara nilai buku aktiva pada awal periode yang bersangkutan dengan persentase tetap. Dengan demikian, besarnya beban penyusutan

dari tahun ke tahun berikutnya makin berkurang.

Persentase penyusutan (r) dapat dihitung sebagai berikut. Nilai buku akhir tahun pertama:

$$S_1 = A - rA = A(1 - r)$$

Nilai buku akhir tahun kedua:

$$S_2 = A(1 - r) - r\{A(1 - r)\} = A(1 - r)(1 - r) = A(1 - r)^2$$

Secara umum, nilai buku akhir tahun ke- n dirumuskan:

$$S_n = A(1 - r)^n$$

Dari rumus: $S_n = A(1 - r)^n$, diperoleh:

$$\frac{S}{A} = (1 - r)^n$$

$$\sqrt[n]{\frac{S}{A}} = 1 - r$$

$$r = \left\{ 1 - \sqrt[n]{\frac{S}{A}} \right\} \times 100\%$$

Cara menentukan beban penyusutan ialah sebagai berikut.

Besar beban penyusutan tahun ke-1:

$$D_1 = r \times A; \quad S_1 = A(1 - r)$$

Besar beban penyusutan tahun ke-2:

$$D_2 = r\{A(1 - r)\}; \quad S_2 = A(1 - r)^2$$

Secara umum, besar penyusutan tahun ke- n :

$$D_n = r A(1 - r)^{n-1}$$

Contoh soal 60:

Harga seperangkat komputer Rp10.000.000,00. Setelah 5 tahun, nilai sisanya Rp1.000.000,00. Apabila tiap tahun disusutkan dari nilai bukunya, tentukan:

- persentase penyusutan;
- besarnya penyusutan tahun ke-3;

- nilai buku akhir tahun ke-3;
- daftar penyusutannya!

Jawab:

$A = \text{Rp}10.000.000,00$; $S = \text{Rp}1.000.000,00$; $n = 5$

- Persentase penyusutan:



$$r = \left\{ 1 - \sqrt[n]{\frac{S}{A}} \right\} \times 100\% = \left\{ 1 - \sqrt[5]{\frac{1.000.000}{10.000.000}} \right\} \times 100\%$$

$$= \left\{ 1 - \sqrt[5]{\frac{1}{10}} \right\} \times 100\% = \{1 - 0,63096\} \times 100\%$$

$$= 0,36904 \times 100\% = 36,904\%$$

Jadi, persentase penyusutan adalah 36,904%.

b. Besar penyusutan tahun ke-3

$$D_n = r A(1-r)^{n-1}$$

$$D_3 = 0,36904 (10.000.000) (1 - 0,36904)^{3-1}$$

$$= 0,36904 (10.000.000) (0,63096)^2$$

$$= 0,36904 (10.000.000) (0,398110512)$$

$$= 1.469.187,07$$

Jadi, besar penyusutan tahun ke-3 adalah Rp1.469.187,07.

c. Nilai buku akhir tahun ke-3

$$S_n = A(1-r)^n$$

$$S_3 = 10.000.000(1 - 0,36904)^3$$

$$= 10.000.000 (0,63096)^3$$

$$= 10.000.000 (0,251191814)$$

$$= 2.511.981,15$$

Jadi, nilai buku akhir tahun ke-3 adalah Rp2.511.981,15.

d. Daftar penyusutan

Tahun Ke	Nilai Buku Awal Tahunan (Rp)	Persentase Penyusutan (%)	Beban Penyusutan (Rp)	Akumulasi Penyusutan (Rp)	Nilai Buku Akhir Tahunan (Rp)
0	-	-	-	-	10.000.000,00
1	10.000.000,00	36,904	3.690.400,00	3.690.400,00	6.309.600,00
2	6.309.600,00	36,904	2.328.494,78	6.018.894,78	3.981.105,22
3	3.981.105,22	36,904	1.469.187,07	7.488.081,85	2.511.918,15
4	2.511.918,15	36,904	926.998,27	8.415.080,12	1.584.919,88
5	1.584.919,88	36,904	584.898,83	9.000.000,00	1.000.000,00

c. Metode satuan jam kerja

Metode satuan jam kerja didasarkan atas pemikiran bahwa berkurangnya daya guna suatu aktiva terutama oleh lamanya waktu pemakaian yang sebenarnya dari aktiva tersebut. Besar beban penyusutan untuk suatu periode tergantung pada jumlah jam kerja aktiva itu dioperasikan. Sehingga, umur manfaat aktiva diperkirakan dalam jumlah jam jasa atau jam yang efektif.

Untuk menghitung tingkat penyusutan (r) pada setiap jam kerja dirumuskan:

$$r = \frac{A - S}{n}$$

Keterangan:

n = jumlah jam kerja aktiva

Contoh soal 61:

Sebuah mobil harga pembeliannya Rp50.000.000,00. Setelah 5 tahun, mobil tersebut mempunyai umur manfaat 10.000 jam kerja dengan rincian sebagai berikut.

Tahun ke-1 = 2.500 jam Tahun ke-4 = 2.000 jam
 Tahun ke-2 = 2.500 jam Tahun ke-5 = 1.000 jam
 Tahun ke-3 = 2.000 jam

Nilai sisanya Rp20.000.000,00. Tentukan:

- tingkat penyusutan per jam kerja;
- daftar penyusutan!

Jawab:

a. Tingkat penyusutan r dari aktiva:

$$r = \frac{50.000.000 - 20.000.000}{10.000} = \frac{30.000.000}{10.000}$$

= Rp3.000,00 setiap jam kerja.

Untuk menghitung beban penyusutan tahun pertama:

$$D = 2.500 \times \text{Rp}3.000,00 = \text{Rp}7.500.000,00$$



b. Daftar penyusutan aktiva

Tahun Ke	Jam Operasi (Jam)	Penyusutan Setiap Jam (Rp)	Beban Penyusutan (Rp)	Akumulasi Penyusutan (Rp)	Nilai Buku Akhir Tahunan (Rp)
0	-	-	-	-	50.000.000,00
1	2.500	3.000,00	7.500.000,00	7.500.000,00	42.500.000,00
2	2.500	3.000,00	7.500.000,00	15.000.000,00	35.000.000,00
3	2.000	3.000,00	6.000.000,00	21.000.000,00	29.000.000,00
4	2.000	3.000,00	6.000.000,00	27.000.000,00	23.000.000,00
5	1.000	3.000,00	3.000.000,00	30.000.000,00	20.000.000,00

d. Metode satuan hasil produksi

Dalam metode satuan hasil produksi, umur manfaat aktiva diperkirakan dengan menyertakannya dalam suatu periode dan tergantung pada jumlah satuan hasil produksi. Seluruh biaya yang akan dikenakan penyusutan harus dibagi rata untuk dibebankan sebagai biaya produksi setiap satuan hasil produksi. Akibatnya, beban penyusutan ini dari periode ke periode selalu berubah-ubah, sesuai dengan perubahan volume hasil produksi pada periode yang bersangkutan.

Untuk menghitung tingkat penyusutan (r), digunakan rumus:

$$r = \frac{A - S}{n}$$

Keterangan:

n = jumlah satuan hasil produksi yang dapat dihasilkan selama umur manfaat aktiva.

Contoh soal 62:

Suatu aktiva dibeli dengan harga Rp2.500.000,00 yang mempunyai umur manfaat 5 tahun dengan nilai residu sebesar Rp500.000,00. Aktiva itu menghasilkan 8.000 satuan hasil produksi dengan perincian:

tahun ke-1 menghasilkan 2.500 satuan hasil produksi, tahun ke-2 menghasilkan 2.000 satuan hasil produksi, tahun ke-3 menghasilkan 1.500 satuan hasil produksi, tahun ke-4 menghasilkan 1.000 satuan hasil produksi, tahun ke-5 menghasilkan 1.000 satuan hasil produksi. Dengan menggunakan metode satuan hasil produksi, tentukanlah:

- tingkat penyusutan untuk setiap satuan hasil produksi;
- daftar penyusutan dari aktiva tersebut!

Jawab:

- Tingkat penyusutan r dari aktiva

$$r = \frac{A - S}{n} = \frac{2.500.000 - 500.000}{8.000}$$

$r = \text{Rp}250,00$ setiap satuan produksi

Beban penyusutan pada tahun pertama sebesar:

$$D = 2.500 \times \text{Rp}250,00 = \text{Rp}625.000,00$$

- Daftar penyusutan

Tahun Ke	Satuan Produksi	Penyusutan Setiap Satuan (Rp)	Beban Penyusutan (Rp)	Akumulasi Penyusutan (Rp)	Nilai Buku Akhir Tahunan (Rp)
0	-	-	-	-	2.500.000,00
1	2.500	250,00	625.000,00	625.000,00	1.875.000,00
2	2.000	250,00	500.000,00	1.125.000,00	1.375.000,00
3	1.500	250,00	375.000,00	1.500.000,00	1.000.000,00
4	1.000	250,00	250.000,00	1.750.000,00	750.000,00
5	1.000	250,00	250.000,00	2.000.000,00	500.000,00



e. Metode jumlah bilangan tahun

Untuk menentukan beban penyusutan dari tahun ke tahun, pada metode jumlah bilangan tahun dipakai pecahan-pecahan yang menurun. Sebagai penyebut diambil jumlah bilangan tahun. Sebagai pembilang pada pecahan-pecahan itu, diambil bilangan tahun yang menurun dengan waktu yang berlawanan.

Misalnya, suatu aktiva diperkirakan mempunyai umur manfaat 5 tahun, maka:

- (i) penyebut = jumlah bilangan tahun
 $= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$
- (ii) pembilang = bilangan tahun dengan waktu yang berlawanan, yakni 5, 4, 3, 2, 1
- (iii) pecahan pada periode I = $\frac{5}{15}$, periode II = $\frac{4}{15}$,

periode III = $\frac{3}{15}$, periode IV = $\frac{2}{15}$,

dan periode V = $\frac{1}{15}$.

Beban penyusutan: pecahan \times (A - S).

Tahun Ke	Biaya Perolehan Dikurangi Sisa (Rp)	Tingkat Penyusutan	Beban Penyusutan (Rp)	Akumulasi Penyusutan (Rp)	Nilai Buku Akhir Tahunan (Rp)
0	-	-	-	-	800.000,00
1	600.000,00	$\frac{5}{15}$	200.000,00	200.000,00	600.000,00
2	600.000,00	$\frac{4}{15}$	160.000,00	360.000,00	440.000,00
3	600.000,00	$\frac{3}{15}$	120.000,00	480.000,00	320.000,00
4	600.000,00	$\frac{2}{15}$	80.000,00	560.000,00	240.000,00
5	600.000,00	$\frac{1}{15}$	40.000,00	600.000,00	200.000,00

a. Beban penyusutan tahun ke-3

$$= \frac{3}{15} \times (A - S) = \frac{1}{5} \times (800.000 - 200.000)$$

$$= \frac{1}{5} \times (600.000) = \text{Rp}120.000,00$$

b. Daftar penyusutan

f. Metode menurun ganda

Pada metode menurun ganda, penyusutan setiap tahun menggunakan aktiva tetap, yaitu ditetapkan berdasarkan persentase tertentu yang dihitung dari nilai buku pada tahun yang bersangkutan. Persentase penyusutan ditetapkan sebesar dua kali persentase penyusutan, menurut metode garis lurus.

Besar tingkat penyusutan dirumuskan:

$$r = \frac{2 \times 100\%}{n}$$

Nilai buku akhir tahun ke-n: $S_n = A(1-r)^n$

Beban penyusutan pada tahun ke-n: $D = S_{n-1} \times r$

Contoh soal 63:

Sebuah mesin cuci dibeli dengan harga Rp800.000,00 dan nilai residunya Rp200.000,00. Mesin cuci tersebut mempunyai umur manfaat 5 tahun. Dengan metode jumlah bilangan tahun, tentukan:

- a. beban penyusutan tahun ke-3;
- b. daftar penyusutan!

Jawab:

$A = \text{Rp}800.000,00$; $S = \text{Rp}200.000,00$; $n = 5$

Jumlah bilangan tahun = $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$
 Tingkat penyusutan berturut-turut adalah sebagai berikut :

$$\frac{5}{15} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{3}{15} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{1}{15}$$

Contoh soal 64:

Aktiva sebesar Rp12.000.000,00 memiliki umur manfaat 5 tahun. Tentukan tingkat penyusutan per tahun dalam % dan buatlah daftar penyusutannya dengan metode menurun ganda!

Jawab:

$A = \text{Rp}12.000.000,00$ dan $n = 5$

Tingkat penyusutan per tahun

$$r = \frac{2 \times 100\%}{5} = 40\%$$



Daftar penyusutan

Tahun Ke	Beban Penyusutan (Rp)	Akumulasi Penyusutan (Rp)	Nilai Buku Akhir Tahunan (Rp)
0	-	-	12.000.000,00
1	4.800.000,00	4.800.000,00	7.200.000,00
2	2.880.000,00	7.680.000,00	4.320.000,00
3	1.728.000,00	9.408.000,00	2.592.000,00
4	1.036.800,00	10.444.800,00	1.555.200,00
5	622.080,00	11.066.880,00	933.120,00

3.4.3 Amortisasi (materi pengayaan)

Pada dasarnya, semua aktiva akan habis masa penggunaannya. Pada aktiva tak berwujud, hal itu terjadi karena dibatasi undang-undang, ketentuan dalam persetujuan atau karena faktor ekonomi, seperti perubahan permintaan dan persaingan. Sehingga pada akhirnya, aktiva tersebut tidak mempunyai manfaat lagi bagi perusahaan.

Penyusutan atau pengurangan nilai perolehan untuk aktiva tak berwujud disebut *amortisasi*. Misalnya, hak paten, hak cipta, agio (nilai tambah dari penjualan obligasi).

Metode yang digunakan dalam amortisasi biasanya dengan metode garis lurus dengan tidak memperhatikan residunya.

Contoh soal 65:

Pada tanggal 1 Januari 1996, PT Makmur mengeluarkan obligasi per 31 Desember 2000. Nilai nominal Rp90.000.000,00 dan obligasi itu dijual dengan kurs 105%. Buatlah perhitungan amortisasi agio obligasi dan daftar amortisasinya!

Jawab:

$A = \text{Rp}90.000.000,00$ dan $n = 5$

$$\begin{aligned} \text{Agio} &= (105\% - 100\%) \times \text{Rp}90.000.000,00 \\ &= \text{Rp}4.500.000,00 \end{aligned}$$

$$\text{Agio per periode} = \frac{4.500.000}{5} = \text{Rp}900.000,00$$

Daftar amortisasi

Tahun Ke	Amortisasi (Rp)	Akumulasi Amortisasi (Rp)	Nilai Buku Akhir Tahunan (Rp)
0	-	-	4.500.000,00
1	900.000,00	900.000,00	3.600.000,00
2	900.000,00	1.800.000,00	2.700.000,00
3	900.000,00	2.700.000,00	1.800.000,00
4	900.000,00	3.600.000,00	900.000,00
5	900.000,00	4.500.000,00	0

Contoh soal 66:

PT ERSA mengeluarkan obligasi untuk masa 4 tahun. Nilai nominal obligasi Rp102.000.000,00. Nilai agio selama 4 tahun sama dengan Rp8.160.000,00.

- Hitunglah persen kurs per periode!
- Hitunglah besar amortisasi per periode!
- Buatlah daftar amortisasi!

Jawab:

$A = \text{Rp}102.000.000,00$, $n = 4$, dan total agio sama dengan Rp8.160.000,00.

- Misalkan kurs = $x\%$

Total amortisasi sama dengan:

$$(x\% - 100\%) \times \text{Rp}102.000.000,00 = \text{Rp}8.160.000,00$$

$$\frac{102.000.000}{100} \times x - \frac{100}{100} (102.000.000) = \text{Rp}8.160.000,00$$

$$1.020.000x = 8.160.000 + 102.000$$

$$1.020.000x = 110.160.000$$

$$x = \frac{110.160.000}{1.020.000} = 108\%$$

Jadi, kurs = 108%.

- Amortisasi per periode = $\frac{\text{Rp}8.160.000,00}{4}$
= Rp2.040.000,00

- Daftar amortisasi:

Tahun Ke	Amortisasi (Rp)	Akumulasi Amortisasi (Rp)	Nilai Buku Akhir Tahunan (Rp)
0	-	-	8.160.000,00
1	2.040.000,00	2.040.000,00	6.120.000,00
2	2.040.000,00	4.080.000,00	4.080.000,00
3	2.040.000,00	6.120.000,00	2.040.000,00
4	2.040.000,00	8.160.000,00	0



Latihan 9

Kerjakan soal-soal berikut ini pada buku tugasmu!

1. Suatu aktiva bernilai Rp60.000.000,00 dengan umur manfaat 5 tahun mempunyai nilai sisa aktiva Rp30.000.000,00. Berdasarkan metode garis lurus, tentukan:
 - a. penyusutan tiap tahun;
 - b. persentase penyusutan;
 - c. nilai buku akhir tahun ke-3;
 - d. daftar penyusutan!
2. Sebuah mesin dibeli dengan harga perolehan Rp25.000.000,00. Umur ekonomi mesin ditaksir selama 6 tahun dengan nilai residu sebesar Rp3.000.000,00. Hitunglah nilai buku mesin pada tahun keempat dengan metode garis lurus!
3. Sebuah aktiva dengan nilai beli Rp8.000.000,00 mempunyai nilai residu Rp2.500.000,00 dan masa produksi 8 tahun. Jika setiap tahun terjadi penyusutan terhadap harga beli, berapa nilai buku sesudah tahun ke-2?
4. Sebuah mesin seharga Rp5.000.000,00 diperkirakan tiap tahun menyusut 10% dengan persentase tetap dari nilai buku. Tentukan nilai buku pada tahun kedua!
5. Diketahui biaya perolehan suatu aktiva sebesar Rp3.000.000,00. Nilai sisa ditaksir Rp750.000,00 dengan masa pakai 10 tahun. Jika setiap tahun dihapuskan dengan metode garis lurus, maka tentukan tingkat penyusutan setiap tahunnya!
6. Harga mesin ketik elektronik Rp1.500.000,00 mengalami penyusutan. Setelah 3 tahun, mempunyai nilai residu Rp300.000,00 dengan rincian produksi: tahun ke-1 = 5.000 satuan hasil produksi; tahun ke-2 = 3.500 satuan hasil produksi; tahun ke-3 = 2.500 satuan hasil produksi.
 - a. Tentukan tingkat penyusutan untuk setiap satuan hasil produksi;
 - b. Buatlah daftar penyusutan

Tugas Kelompok

Buatlah kelompok yang terdiri dari 4 orang! Amatilah perkembangan ekonomi melalui buletin ekonomi, lalu buatlah laporan hasil observasinya! Presentasikan hasil observasi kalian di depan kelas!



Lembar Tugas 8

1. Satu unit mesin produksi mempunyai nilai perolehan Rp18.000.000,00. Mesin itu diperkirakan mempunyai umur ekonomi 5 tahun dengan nilai residu Rp500.000,00. Diperkirakan mesin dapat memberikan 25.000 jam kerja atau 55.000 unit produksi. Hitunglah beban penyusutan dengan metode:
 - a. garis lurus;
 - b. persentase tetap nilai buku;
 - c. satuan jam kerja;
 - d. satuan hasil produksi;
 - e. jumlah bilangan tahun!
2. Pada tanggal 1 Januari 1995, PT Sumber Rejeki mengeluarkan obligasi per 31 Desember 2002. Nilai nominal Rp150.000.000,00 dan obligasi tersebut dijual dengan kurs 105%. Buatlah perhitungan amortisasi agio obligasi tersebut beserta daftar amortisasinya!



RANGKUMAN BAB 3

1. Bunga adalah tambahan uang sebagai jasa atas sejumlah modal yang dipinjam/disimpan atas dasar persetujuan bersama.

Bunga tunggal adalah bunga yang diterima pada setiap akhir jangka waktu yang besarnya tetap.

Pinjaman dengan sistem diskonto, yaitu pembayaran bunga yang dilakukan pada awal pinjaman.

Pinjaman dengan sistem bunga, yaitu pembayaran bunga yang dilakukan pada akhir pinjaman.

2. Besarnya diskonto yang dihitung terhadap nilai tunai:

$$D = \frac{p}{100 - p} N_t$$

3. Suatu modal memberikan bunga majemuk/bunga berganda/bunga berbunga, jika setiap bunga yang didapat pada setiap satuan jangka waktu peminjaman ditambahkan pada modal, maka pada akhir jangka waktu berikutnya bunga tersebut juga akan menghasilkan bunga.

Rumus modal setelah n tahun menjadi:

$$\text{Jika } \frac{p}{100} = i, \text{ maka } M_n = M(1 + i)^n$$

4. Perhitungan bunga majemuk

$$M_{m+\frac{w}{v}} = M(1+i)^m \left(1 + \frac{wi}{v}\right)$$

5. Mencari nilai tunai (N_t) modal berarti mencari besarnya modal awal/pokok pinjaman (M)

$$M = \frac{M_n}{(1+i)^n} \text{ atau } N_t = \frac{M_n}{(1+i)^n} = M_n(1+i)^{-n}$$

6. Berdasarkan rumus nilai akhir masa bunga pecahan, kita dapat pula mencari rumus nilai tunai (N_t) dengan masa bunga pecahan dengan cara sebagai berikut.

$$N_t = \frac{M}{(1+i)^m \left(1 + \frac{wi}{v}\right)}$$

7. Nilai akhir rente prenumerando adalah nilai akhir dari semua angsuran (berupa tabungan) yang dihitung pada akhir periode terakhir. Nilai akhir setiap angsuran dapat dihitung dengan rumus bunga majemuk:

$$N_a = M(1+i)^n$$

8. Untuk menghitung nilai akhir dari angsuran, dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu :

- a. Notasi sigma

$$N_a = M \sum_{k=1}^n (1+i)^k$$

$$N_a = M \times \delta_{\overline{n}|i}$$

- b. deret geometri

$$N_{a_{pre}} = \frac{M}{i} \left\{ (1+i)^{n+1} - (1+i) \right\}$$

9. Rumus nilai akhir rente postnumerando

- a. notasi sigma

$$N_a = M + M \sum_{k=1}^{n-1} (1+i)^k$$

$$N_a = M + \left(M \times \delta_{\overline{n-1}|i} \right)$$

- b. deret geometri

$$N_a = \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i)^n - 1 \right\}$$



10. Rumus nilai rente prenumerando

a. notasi sigma

$$N_t = M + M \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{(1+i)^k}$$

$$N_t = M + (M \times \ddot{a}_{\overline{n-1}|i})$$

b. deret geometri

$$N_t = \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i) - (1+i)^{-(n-1)} \right\}$$

11. Rumus nilai tunai rente postnumerando

a. notasi sigma :

$$N_t = M \sum_{k=1}^n \frac{1}{(1+i)^k} = (M \times \ddot{a}_{\overline{n}|i})$$

b. deret geometri

$$N_t = \frac{M}{i} \times \left\{ 1 - (1+i)^{-n} \right\}$$

12. Rumus nilai tunai rente yang ditangguhkan

$$N_t = \frac{M}{i} \times \left\{ (1+i)^{-(k-1)} - (1+i)^{-(n-1)} \right\}$$

13. Rumus anuitas

$$\ddot{a}_k = \ddot{a}_{k-1}(1+i)$$

\ddot{a}_k = bagian angsuran ke- k

sisa pinjaman:

$$S_m = \frac{\ddot{a}_1}{i} \times \left\{ (1+i)^n - (1+i)^m \right\}$$

14. Penyusutan atau penghapusan atau depresiasi adalah suatu proses pengalokasian secara berkala, dari sebagian biaya perolehan suatu aktiva atau harta perusahaan terhadap biaya perusahaan itu.

Beban penyusutan dirumuskan :

$$D = \frac{A - S}{n}$$

persentase penyusutan

$$r = \frac{D}{A} \times 100\% \text{ atau } r = \frac{100(A - S)}{nA} \%$$

besar penyusutan tahun ke- n :

$$D_n = r A (1-r)^{n-1}$$

Untuk menghitung tingkat penyusutan (r) pada setiap jam kerja dirumuskan:

$$r = \frac{A - S}{n}$$



Evaluasi

A. Berilah tanda silang (X) pada a, b, c, d, atau e pada jawaban yang paling tepat!

- Nandi meminjam uang Rp200.000,00 dengan bunga tunggal 10% per tahun. Besar uang yang dikembalikan setelah 2 tahun adalah ...
 - Rp40.000,00
 - Rp100.000,00
 - Rp150.000,00
 - Rp240.000,00
 - Rp300.000,00
- Suatu modal dibungakan dengan bunga tunggal dan suku bunga 5% per tahun. Bila modal yang diinginkan 2 kali modal semula, maka waktu yang diperlukan adalah ... tahun.
 - 20
 - 22
 - 24
 - 25
 - 26
- Suatu modal sebesar Rp500.000,00 dibungakan dari tanggal 1 Juli 1998 sampai 20 Agustus 1998 dengan suku bunga 3% per tahun besar bunganya (1 tahun = 365 hari) adalah ...
 - Rp2.095,89
 - Rp2.083,83
 - Rp2.054,79
 - Rp2.041,67
 - Rp2.013,70
- Nilai kontan dari suatu utang Rp100.000,00 yang akan dibayar 10 bulan yang akan datang dengan suku diskonto 6% per tahun adalah ...
 - Rp50.000,00
 - Rp58.000,00
 - Rp59.000,00
 - Rp85.000,00
 - Rp95.000,00
- Modal sebesar Rp150.000,00 dibungakan selama 80 hari atas dasar bunga tunggal 9,5% (1 tahun = 360 hari), maka besar bunganya ...
 - Rp3.166,67
 - Rp3.574,71
 - Rp4.015,52
 - Rp4.501,07
 - Rp5.050,25
- Modal sebesar Rp80.000,00 dibungakan secara bunga tunggal dengan suku bunga 5,5% setahun selama 78 hari (1 tahun = 365 hari), maka besar bunganya adalah ...
 - Rp850,25
 - Rp940,37
 - Rp957,45
 - Rp967,45
 - Rp976,45
- Nilai nominal yang telah dikurangi 100 hari dengan suku diskonto 4% per tahun bernilai tunai Rp1.000.000,00 adalah ...
 - Rp1.011.265,96
 - Rp1.751.235,78
 - Rp2.130.800,32
 - Rp2.257.125,25
 - Rp2.500.000,00
- Suatu modal sebesar Rp100.000,00 dibungakan selama 4 tahun menjadi Rp120.000,00, maka suku bunga pinjaman modal tersebut adalah ... per tahun.
 - 2%
 - 3%
 - 4%
 - 5%
 - 6%
- Seseorang menerima kredit dengan bunga 4% per tahun. Setelah 1 tahun, ia membayar kredit beserta bunga sejumlah Rp1.000.000,00. Kredit yang akan diterima adalah ...
 - Rp38.461,54
 - Rp40.000,00
 - Rp960.000,00
 - Rp961.538,46
 - Rp971.545,35
- Vega menabung sebesar Rp3.000.000,00 di bank dengan suku bunga majemuk 6% per tahun. Uang Vega setelah 24 bulan menjadi ...
 - Rp3.370.800,00
 - Rp3.475.257,00
 - Rp3.521.145,00
 - Rp3.615.275,00
 - Rp12.146.803,92
- Uang sejumlah Rp10.000.000,00 disimpan di bank selama 8 tahun 3 bulan yang memberikan bunga majemuk 12% per tahun, maka nilai simpanan uang tersebut adalah ...
 - Rp24.759.631,76
 - Rp25.502.420,75
 - Rp26.171.751,25
 - Rp27.256.475,52
 - Rp28.141.715,15



23. Pada tanggal 1 Januari 1992, Yeni menandatangani sewa ruangan untuk usaha (kantor) selama 5 tahun. Sewa dibayar setiap awal tahun dengan jumlah yang sama besar, yaitu Rp7.500.000,00. Bunga diperhitungkan 13,5% per tahun. Nilai tunai dari sewa ruangan tersebut per 1 Januari 1992 adalah
- Rp26.060.570,04
 - Rp37.068.784,17
 - Rp55.713.325,26
 - Rp29.578.748,00
 - Rp41.586.630,00
24. Pada awal tahun 1988, Heri telah meminjam uang kepada temannya sebesar Rp50.000.000,00. Pinjaman tersebut harus dibayar dengan angsuran yang sama besar setiap awal bulan selama 5 tahun. Bunga diperhitungkan 2% per bulan. Besar angsuran tersebut per bulan adalah
- Rp1.438.398,29
 - Rp1.386.589,74
 - Rp1.429.139,14
 - Rp1.410.194,40
 - Rp833.333,33
25. Nilai akhir rente postnumerando dengan angsuran Rp250.000,00 selama 10 tahun dan bunga 8,5% per tahun adalah
- Rp3.708.774,83
 - Rp4.274.020,69
 - Rp4.024.020,69
 - Rp7.215.197,16
 - Rp2.500.000,00
26. Untuk mempersiapkan diri masuk perguruan tinggi, sejak masuk SMK, Tika diberi uang untuk ditabung dengan jumlah yang sama besar setiap akhir bulan sebesar Rp150.000,00. Jika bunga 1,8% per bulan, nilai akhir tabungan selama 3 tahun adalah
- Rp5.550.000,00
 - Rp5.451.866,41
 - Rp7.641.177,19
 - Rp7.791.177,19
 - Rp15.282.354,38
27. Setiap tanggal 30 April, 31 Agustus, dan 31 Desember dimulai tahun 1993, seseorang menabung dengan jumlah yang sama besar, yaitu Rp200.000,00. Nilai akhir tabungan tersebut per 31 Desember 1997 dengan bunga 5% per caturwulan adalah
- Rp3.000.000,00
 - Rp3.719.726,40
 - Rp4.315.712,72
 - Rp5.831.253,46
 - Rp6.173.569,08
28. Untuk melunasi suatu pinjaman, seseorang diwajibkan membayar dengan jumlah yang sama besar, yaitu Rp500.000,00 selama 10 tahun dengan bunga 9%. Besar pinjaman orang tersebut adalah
- Rp3.000.000,00
 - Rp3.208.828,85
 - Rp3.435.243,65
 - Rp3.497.623,95
 - Rp3.708.828,85
29. Pada tanggal 1 Januari 1990, Karto meminjam uang di bank dengan bunga 2,2% per bulan. Untuk melunasi pinjaman tersebut, Karto diwajibkan membayar dengan jumlah yang sama besar setiap akhir bulan sebesar Rp275.000,00. Pinjaman tersebut dinyatakan lunas pada angsuran per 31 Desember 1996. Besar pinjaman per 1 Januari 1990 adalah
- Rp10.215.746,35
 - Rp10.490.746,35
 - Rp10.721.542,77
 - Rp20.351.486,73
 - Rp23.100.000,00
30. Pada tanggal 1 Januari 1993, Ali menerima pinjaman dari sebuah bank sebesar Rp15.000.000,00. Pinjaman tersebut harus dilunasi dengan jumlah yang sama besar pada setiap akhir bulan. Jika bunga 2,1% per bulan, besar angsuran bulan tersebut jika lunas pada akhir tahun 1998 adalah
- Rp405.900,47
 - Rp408.375,24
 - Rp500.000,00
 - Rp55.432.308,50
 - Rp565.963.869,70
31. Pada tanggal 1 Januari 1985, Wati meminjam uang dengan bunga 12%. Pinjaman tersebut akan dilunasi dengan jumlah yang sama besar, setiap awal tahun sebesar Rp500.000,00. Angsuran pertama dilakukan tanggal 1 Januari 1989. Besar pinjaman tersebut adalah
- Rp6.000.000,00
 - Rp3.468.849,57
 - Rp3.597.187,11
 - Rp1.578.512,44
 - Rp1.767.933,93
32. Suatu pinjaman akan dilunasi dengan angsuran yang sama besar setiap awal tahun sebesar Rp2.000.000,00 dengan bunga 9%. Angsuran pertama dilakukan 3 tahun setelah transaksi. Besar pinjaman itu, jika lunas pada angsuran ke-10 adalah
- Rp5.631.483,50
 - Rp7.653.214,45
 - Rp7.772.726,07
 - Rp8.472.271,42
 - Rp9.317.093,03
33. Sebuah yayasan mempunyai kewajiban membayar kepada pemerintah setiap awal tahun sebesar Rp250.000,00. Bunga bank sebesar 8% per tahun. Jika yayasan tersebut ingin membayar sekaligus pada awal kewajibannya, jumlah yang harus dibayarkannya adalah



- a. Rp3.125.000,00 d. Rp4.250.000,00
 b. Rp3.375.000,00 e. Rp5.000.000,00
 c. Rp4.000.000,00
34. Sebuah yayasan mempunyai kewajiban secara terus-menerus membayar dengan jumlah yang sama besar setiap akhirtahun Rp300.000,00. Bunga bank sebesar 6%. Jika yayasan ingin membayarsekaligus di awal pembayaran pertama, jumlah yang harus dibayar yayasan tersebut adalah
 a. Rp5.300.000,00 d. Rp6.000.000,00
 b. Rp5.000.000,00 e. Rp6.500.000,00
 c. Rp5.500.000,00
35. Suatu pinjaman sebesar Rp200.000,00 akan dilunasi dengan anuitas tahunan Rp40.000,00. Jika dasar bunga 5% per tahun, besar angsuran pada tahun ketiga adalah
 a. Rp33.075,00 d. Rp8.500,00
 b. Rp31.500,00 e. Rp6.925,00
 c. Rp30.000,00
36. Pinjaman sebesar Rp1.000.000,00 akan diangsur dengan 4 anuitas tahunan sebesar Rp275.490,01. Suku bunga 4% setahun. Sisa utang setelah pembayaran angsuran yang kedua adalah
 a. Rp449.019,98 d. Rp519.600,00
 b. Rp479.600,00 e. Rp764.509,99
 c. Rp489.019,98
37. Pinjaman dalam bentuk obligasi Rp100.000,00 terdiri dari 10 lembar surat obligasi. Pinjaman tersebut akan dibayar secara anuitas yang besarnya Rp19.076,19. Suku bunga 4% per periode. Banyaknya lembar obligasi yang diangsur pada periode ketiga adalah
 a. 14 d. 17
 b. 15 e. 18
 c. 16
38. Pada pelunasan utang dengan cara anuitas diketahui angsuran keempat sebesar Rp56.875,50 dan angsuran kelima sebesar Rp59.150,52. Besarnya suku bunga adalah
 a. 2% d. 3,5%
 b. 2,5% e. 4%
 c. 3%
39. Pinjaman sebesar Rp200.000,00 akan dilunasi dalam 5 anuitas tahunan. Tiap anuitas dibulatkan ke atas menjadi kelipatan Rp1.000,00 terdekat. Jika suku bunga 5% setahun, maka besar anuitas terakhir adalah

- a. Rp41.211,42 d. Rp45.551,65
 b. Rp42.251,42 e. Rp46.263,65
 c. Rp44.552,62
40. Diketahui tabel rencana pelunasan sebagai berikut.

Tahun	Utang Awal (Rp)	Anuitas Rp21.631,54		Sisa Utang (Rp)
		Bunga 5%	Angsuran	
1	100.000,00	800.000,00	13.631,54	...
2	86.368,00	6.909,48	14.722,06	...
3	71.646,40	5.731,71	15.899,83	...
4	x	4.459,73	17.171,81	...
5	38.594,76	3.085,98	18.545,56	...
6	20.029,20	1.602,34	20.029,20	...

- Nilai x pada baris keempat adalah
 a. Rp65914,76 d. Rp59.014,86
 b. Rp64.894,62 e. Rp550746,57
 c. Rp63.464,40
41. Pinjaman sebesar Rp2.400.000,00 akan dilunasi dengan anuitas Rp78.244,41 dan suku bunga 2% per periode. Besarnya bunga yang dibayar pada angsuran ketiga adalah
 a. Rp46.388,13 d. Rp46.877,13
 b. Rp46.778,13 e. Rp46.787,13
 c. Rp46.788,13
42. Jika a_n = angsuran ke- n , A = anuitas, b = suku bunga per tahun, dan M = besar pinjaman, maka
 a. $a_n = (A - bM)(1 + b)^n$
 b. $a_n = (A - bM)b^n$
 c. $a_n = A + M(1 + b)^{n-1}$
 d. $a_n = AM(1 + b)^n$
 e. $a_n = (A - bM)(1 + b)^{n-1}$
43. Sebuah pinjaman sebesar Rp250.000,00 akan dilunasi dengan 10 anuitas bulanan dan suku bunga 5,5% per bulan. Besarnya anuitas adalah
 a. Rp30.000,00 d. Rp32.144,22
 b. Rp31.155,02 e. Rp33.166,94
 c. Rp31.255,12
44. Sebuah aktiva dengan nilai beli Rp1.000.000,00 ditaksir mempunyai residu sebesar Rp70.000,00 dengan umur manfaat 12 tahun. Dengan metode persentase tetap dari nilai buku, beban penyusutan tahun pertama adalah



- a. Rp802.232,86 d. Rp175.000,00
b. Rp707.600,00 e. Rp77.600,00
c. Rp198.768,14
45. Sebuah mesin mempunyai biaya perolehan Rp180.000,00 dan nilai sisa Rp36.000,00. Masa pakai mesin 6 tahun dan dioperasikan pada tahun pertama sampai tahun keenam berturut-turut selama 500 jam, 550 jam, 400 jam, 350 jam, 300 jam, dan 200 jam. Beban penyusutan tahun kelima adalah
- a. Rp62,61 d. Rp18.782,61
b. Rp72,01 e. Rp21.913,80
c. Rp12.621,74
46. Biaya perolehan sebuah aktiva Rp10.000.000,00 dan nilai sisanya Rp2.000.000,00. Masa pakai aktiva tersebut 10 tahun dan menghasilkan 80.000 satuan hasil produksi. Jika pada tahun keenam dihasilkan 12.500 satuan hasil produksi, beban penyusutan pada tahun keenam adalah
- a. Rp100,00 d. Rp1.250.000,00
b. Rp10.000,00 e. Rp2.250.000,00
c. Rp12.500,00
47. Diketahui biaya perolehan suatu aktiva adalah Rp100.000,00 dan nilai sisanya Rp10.000,00. Masa manfaat aktiva tersebut 5 tahun dengan 7.500 jam kerja secara terinci dari tahun pertama sampai tahun kelima berturut-turut 2.000 jam, 2.000 jam, 1.500 jam, 1.000 jam, dan 1.000 jam. Akumulasi sampai tahun keempat adalah
- a. Rp12.000,00 d. Rp78.000,00
b. Rp24.000,00 e. Rp82.000,00
c. Rp66.000,00
48. Suatu aktiva seharga Rp500.000,00 mempunyai residu sebesar Rp100.000,00 dan umurnya 20 tahun. Setiap tahun dihapuskan dengan metode garis lurus. Nilai buku setelah penghapusan keenam adalah
- a. Rp20.000,00 d. Rp380.000,00
b. Rp120.000,00 e. Rp400.000,00
c. Rp300.000,00
49. Diketahui biaya perolehan sebuah aktiva adalah Rp500.000,00, penyusutan tiap tahun 10%. Lamanya aktiva itu dapat dipakai jika dihitung menurut garis lurus adalah
- a. 5 tahun d. 9 tahun
b. 6 tahun e. 10 tahun
c. 7,5 tahun
50. Nilai beli suatu aktiva adalah Rp3.000.000,00. Setiap tahun dihapuskan nilainya sebesar 7% dengan persentase tetap dari nilai bukunya. Nilai buku pada awal tahun keempat adalah
- a. Rp2.594.700,00 d. Rp2.370.000,00
b. Rp2.582.700,00 e. Rp2.160.000,00
c. Rp2.413.071,00

B. Kerjakanlah soal-soal berikut ini pada tempat yang sudah disediakan!

1. Hitunglah jumlah uang yang harus dikembalikan dari suatu pinjaman sebesar Rp1.000.000,00, dan dibungakan selama 150 hari dengan suku bunga 4% per tahun!
2. Hitunglah jumlah bunga dari modal-modal berikut ini berdasarkan suku bunga tunggal 8,5% per tahun (1 tahun = 360 hari) Rp500.000,00 selama 75 hari, Rp200.000,00 selama 55 hari, dan Rp600.000,00 selama 68 hari!
3. Berapa nilai tunai dari suatu utang Rp1.000.000,00 yang akan dibayar 5 bulan yang akan datang dengan suku diskonto 3% per tahun?
4. PT ARFENDA meminjam modal di bank sebesar Rp10.000.000,00 dengan suku bunga mejemuk $1\frac{1}{2}\%$ per bulan. Berapakah uang yang harus dikembalikan PT ARFENDA setelah 3 tahun?
5. Modal sebesar Rp1.000.000,00 di simpan di bank selama 5 tahun dengan suku bunga majemuk 6% persemester. Tentukan:
 - a. besar modal setelah 3 tahun;
 - b. besar bunganya!
6. Hernandia menabung di bank sebesar Rp400.000,00 dengan dasar bunga majemuk 5% tiap tiga bulan. Berapa lama Hernandia harus menyimpan uangnya agar menjadi Rp873.149,84?
7. Suatu modal sebesar Rp7.500.000,00 dipinjamkan kepada Puntia selama 2 tahun 3 bulan dengan suku bunga 3,5% per tengah tahun. Berapakah uang yang harus dikembalikan oleh Puntia?
8. Suatu pinjaman dengan diskonto 6% per tahun. Jumlah yang harus diterima Rp900.000,00. Hitunglah besar pinjaman dan besar bunga, jika pinjaman tersebut lunas 1,5 tahun kemudian!
9. Seorang pedagang sapi akan membeli 12 ekor sapi dengan harga Rp20.000.000,00. Ia telah membayar Rp15.000.000,00 dan sisanya akan dibayar 3 tahun 4 bulan kemudian. Berapakah nilai tunai 12 ekor sapi tersebut, jika diperhitungkan dengan suku bunga majemuk 3% per semester?



10. Sebuah yayasan mempunyai kewajiban membayar kepada pemerintah dengan jumlah yang sama besar, yaitu Rp75.000,00 setiap awal tahun dengan bunga 8,5%. Jika yayasan tersebut ingin membayarnya sekaligus pada awal transaksi, berapa jumlah yang harus dibayar oleh yayasan tersebut?
11. Hitunglah nilai tunai rente postnumerando kekal dengan angsuran Rp250.000,00 dan bunga 7,8%!
12. Sebuah yayasan mempunyai kewajiban membayar kepada pemerintah sebesar Rp100.000,00 secara terus-menerus setiap akhir tahun. Bunga sebesar 3,5%. Jika yayasan tersebut ingin membayar sekaligus pada awal kewajibannya, berapa jumlah yang harus dibayarnya?
13. Hitunglah nilai tunai rente yang ditangguhkan dengan angsuran sebesar Rp1.000.000,00, di mana masa penangguhannya 5 tahun, lama pinjaman 15 tahun, dan bunga 11% per tahun!
14. Nani membeli sebuah rumah melalui KPR BTN pada tanggal 1 Januari 1990. Untuk itu, Nani diwajibkan membayar uang muka sebesar Rp7.500.000,00 dan sisanya akan dibayar setiap awal bulan sebesar Rp325.000,00. Pembayaran dimulai 1 Januari 1990 dengan bunga bank 15% per tahun. Lama kredit 10 tahun. Berapa harga rumah secara tunai (per 1 Januari 1990)?
15. Seorang pengusaha ingin memperluas usahanya. Oleh karena itu, ia membeli sebuah mesin dari Italia dengan fasilitas pinjaman lunak. Pinjaman tersebut harus dilunasi selama 15 tahun dengan angsuran yang sama besar, sebesar Rp2.500.000,00 setiap awal tahun. Angsuran pertama boleh dilakukan awal tahun ke-4 setelah transaksi. Bunga 3% per tahun. Berapa harga tunai mesin tersebut?
16. Suatu rente kekal postnumerando dengan angsuran per bulan sebesar Rp75.000,00 dan bernilai tunai sebesar Rp4.500.000,00. Berapa persen bunganya setiap bulan?
17. Setiap akhir bulan Rusdi, menerima bantuan sebesar Rp75.000,00. Selanjutnya Rusdi meminta agar bantuan tersebut diberikan secara keseluruhan pada awal bulan pertama dengan bunga 3% per bulan. Tentukan besarnya uang yang akan diterima oleh Rusdi!
18. Pinjaman sebesar Rp15.000.000,00 dilunasi dengan anuitas tahunan sebesar Rp3.200.000,00. Bunganya 9,5% per tahun. Buatlah tabel rencana pelunasannya!
19. Suatu pinjaman dilunasi dengan anuitas tahunan. Besarnya anuitas Rp2.750.000,00 dengan bunga 15%. Besarnya angsuran pertama adalah Rp1.150.000,00. Hitunglah:
 - a. besar pinjaman (M);
 - b. besar lama pinjaman tersebut lunas!
20. Suatu pinjaman akan dilunasi dengan 10 anuitas tahunan. Besar anuitas Rp3.500.000,00 dengan angsuran pertama Rp1.300.000,00. Hitunglah:
 - a. persen bunga (i);
 - b. besar pinjaman;
 - c. besar angsuran ke-8!
21. Seseorang ingin memiliki sebuah rumah tipe 70/200. Harga rumah tipe itu adalah Rp100.000.000,00. Untuk memiliki rumah tersebut, ia diwajibkan membayar tanda jadi (persen) lokasi sebesar Rp2.500.000,00 dan uang muka (DP) sebesar Rp22.500.000,00. Sisa sebesar Rp75.000.000,00 akan dibayar melalui KPR sebuah bank selama 10 tahun dengan dasar bunga 18% setahun.
 - a. Hitunglah besar anuitas tahunan!
 - b. Setelah 5 tahun, ia ingin mengetahui besar sisa pinjamannya. Berapa besar sisa pinjaman tersebut?
 - c. Setelah anuitas keenam, ia ingin melunasi seluruh pinjamannya. Berapa jumlah yang harus ia bayar?
22. Ridwan ingin membeli sebuah mobil seharga Rp35.000.000,00. Ia tidak mempunyai uang sebesar itu. Untuk itu, ia memilih membayar uang muka sebesar Rp10.000.000,00 dan sisanya diangsur tiap bulan dengan bunga 8% selama 5 tahun.
 - a. Hitunglah pembayaran bulanan tersebut!
 - b. Setelah 5 tahun, berapa harga mobil tersebut?
23. Pinjaman obligasi sebesar Rp250.000.000,00 terdiri atas pecahan Rp10.000,00 dan bunganya 6%. Pinjaman tersebut akan dilunasi dengan 8 anuitas tahunan. Buatlah tabel pelunasannya dengan cara I dan cara II!



24. Pinjaman sebesar Rp25.000.000,00 dilunasi dengan 15 anuitas tahunan dan bunga 13,5%. Anuitas menurut perhitungan matematika dibulatkan ke bawah pada kelipatan Rp1.000,00 terdekat. Hitunglah:
- jumlah yang harus dibayar pada anuitas terakhir (lunas);
 - jumlah yang harus dibayar pada anuitas ke- $(n + 1)$;
 - sisa pinjaman setelah anuitas ke-10!
25. Pinjaman sebesar Rp80.000,00 dengan 6% setahun akan dilunasi dengan anuitas selama 10 tahun. Anuitasnya dibulatkan ke atas sampai kelipatan Rp50,00 yang terdekat. Hitunglah besar pembayaran anuitas terakhir!
26. Suatu pinjaman obligasi 4% sebesar Rp1.000.000,00 terbagi dalam pecahan, masing-masing Rp1.000,00. Pinjaman tersebut akan dilunasi dengan anuitas selama 8 tahun. Buatlah rencana pelunasannya!
27. Sebuah utang dalam bentuk obligasi terdiri dari 150 lembar surat obligasi dengan nilai setiap lembar obligasi sebesar Rp50.000,00. Utang tersebut akan dilunasi dengan anuitas selama 5 tahun dan suku bunga 6% per tahun. Berapa lembar obligasi yang diangsur pada tahun keempat?
28. Sebuah mobil bekas seharga Rp25.000.000,00 setiap tahun mengalami penyusutan dari nilai bukunya. Setelah 4 tahun, nilai residunya Rp8.000.000,00. Tentukan:
- persentase penyusutan;
 - beban penyusutan tahun ke-2;
 - nilai buku akhir tahun ke-2;
 - daftar penyusutannya!
29. Sebuah bus dibeli dengan harga Rp50.000.000,00. Setelah 5 tahun, operasi nilai residunya Rp20.000.000,00. Bus itu dipakai berturut-turut:
- tahun I = 3.000 km
tahun IV = 1.000 km
tahun II = 2.000 km
tahun V = 1.000 km
tahun III = 1.500 km
- Tentukan:
- tingkat penyusutan tiap kilometer;
 - beban penyusutan pada tahun ke-3;
 - daftar penyusutannya!
30. Sebuah mesin yang dibeli dengan harga Rp600.000,00 diperkirakan mempunyai umur manfaat lima tahun dan nilai sisa Rp50.000,00. Susunlah daftar penyusutan selama umur manfaat mesin itu dengan:
- metode jumlah bilangan tahun;
 - menggunakan metode satuan hasil produksi, bila jumlah hasil produksi diperkirakan 36.000 satuan, produksi tahun pertama hingga tahun terakhir berturut-turut 12.000, 9.000, 8.000, dan 7.000 satuan!



Soal-soal UAN

Soal-soal Ujian Nasional SMK (NonTeknik) Tahun Pelajaran 2003/2004

Pilihlah jawaban yang paling tepat!

- Harga satu meter sutera sama dengan tiga kali harga satu meter katun. Kakak membeli 5 meter sutera dan 4 meter katun dengan harga Rp 228.000,00. Harga satu meter sutera adalah

a. Rp 12.000,00 d. Rp 144.000,00
b. Rp 36.000,00 e. Rp 204.000,00
c. Rp 108.000,00
- Hasil pengukuran panjang suatu benda 50,23 m. Salah mutlaknya adalah

a. 0,1 m d. 0,005 m
b. 0,05 m e. 0,001 m
c. 0,01 m
- Diketahui $\log a = x$ dan $\log b = y$. Nilai $\log a^2 - \log \frac{a}{b}$ adalah

a. $x^2 - \frac{x}{y}$ d. $x - y$
b. $2x^2 + \frac{x}{y}$ e. $2x^2 - \frac{x}{y}$
c. $x + y$
- Dalam sistem bilangan berbasis 2, hasil dari 1011×11 adalah

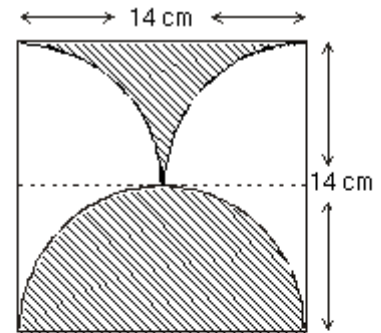
a. 1121 d. 101101
b. 10001 e. 111111
c. 100001
- Luas daerah yang diarsir pada gambar di bawah ini adalah

a. 119 cm^2 b. 98 cm^2
- Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{1}{2}$ dan -3 adalah

a. $2x^2 - 5x + 3 = 0$
b. $2x^2 - 5x - 3 = 0$
c. $2x^2 + 5x - 3 = 0$
d. $x^2 - 5x + 3 = 0$
e. $x^2 + 5x + 3 = 0$
- Persamaan garis yang melalui titik $(3, -1)$ dan sejajar garis dengan persamaan $3y - 2x + 5 = 0$ adalah

a. $3y - 2x + 9 = 0$
b. $3y + 2x - 9 = 0$
c. $y - 2x + 7 = 0$
d. $y - 2x - 9 = 0$
e. $y + 2x - 7 = 0$
- Nilai minimum fungsi kuadrat $f(x) = 3x^2 - 24x + 7$ adalah

a. -151 b. -137





- c. -55
d. -41
e. -7
9. Apabila h adalah harga dan x adalah kuantitas barang. Titik keseimbangan pasar dari fungsi permintaan $h = -\frac{5}{6}x + 25$ dan fungsi penawaran $h = \frac{5}{12}x + 10$ adalah
- a. (10,15) d. (12,15)
b. (6,12) e. (10,6)
c. (6,10)
10. Sebuah penampungan air berbentuk tabung dengan diameter 2 m dan tinggi 3 m. Jika tempat itu diisi air sampai penuh dan $\pi = 3,14$, maka air yang dapat ditampung sebanyak
- a. 94,2 liter d. 1.884 liter
b. 188,4 liter e. 9.420 liter
c. 942 liter
11. Jika daerah yang diarsir pada gambar di bawah ini adalah himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan, maka nilai maksimum dari fungsi objektif: $f(x, y) = 10x + y$ adalah
-
- a. 42 d. 100
b. 50 e. 120
c. 62
12. Negasi dari pernyataan: "Jika $x \in B$ (bilangan bulat) maka $x^2 \in C$ (bilangan cacah)" adalah
- a. Jika $x \notin B$ maka $x^2 \notin C$
b. Jika $x \notin B$ maka $x^2 \in C$
c. Jika $x \in B$ maka $x^2 \notin C$
d. $x \in B$ dan $x^2 \notin C$
e. $x \in B$ dan $x^2 \in C$
13. Jika $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, maka $2AB =$
- a. (13 42) d. (13 84)
b. (26 84) e. (30 360)
c. (26 42)
14. Sebuah perusahaan pada bulan pertama memproduksi 8.000 unit barang dan menaikkan produksinya tiap bulan sebanyak 300 unit. Jumlah barang yang diproduksi selama satu semester adalah
- a. 57.000 unit d. 29.400 unit
b. 53.400 unit e. 28.500 unit
c. 52.500 unit
15. Dari 6 orang tokoh masyarakat akan dipilih 5 orang untuk menjadi juri dalam suatu lomba. Banyaknya susunan berbeda yang mungkin terjadi adalah
- a. 3 susunan d. 12 susunan
b. 6 susunan e. 15 susunan
c. 8 susunan
16. Dua buah dadu bersisi 6 dilempar sekali. Peluang muncul kedua mata dadu berjumlah 5 adalah
- a. $\frac{1}{9}$ d. $\frac{5}{12}$
b. $\frac{5}{36}$ e. $\frac{5}{6}$
c. $\frac{1}{3}$
17. Rina meminjam sejumlah uang dengan sistem diskonto 6% sebulan. Jika besar uang yang diterima Rina Rp 376.000,00, maka besar uang yang harus dikembalikan Rina setelah satu bulan adalah
- a. Rp 300.000,00 d. Rp 400.000,00
b. Rp 376.000,00 e. Rp 416.000,00
c. Rp 398.000,00
18. Nina menabung Rp 200.000,00, pada sebuah bank yang memberikan suku bunga majemuk 3% sebulan. Dengan bantuan tabel di bawah, besar tabungan Nina setelah 8 bulan adalah



- a. Rp 218.540,00
- b. Rp 225.100,00
- c. Rp 245.980,00
- d. Rp 253.360,00
- e. Rp 260.960,00

$$S_{\overline{n}|i} = (1+i)^n$$

n	3%
3	1,0927
5	1,1593
8	1,2668

19. Sebagai penghargaan atas prestasi Afit, Yayasan Peduli Anak Bangsa memberikan beasiswa sebesar Rp 2.000.000,00 pada setiap akhir tahun secara terus-menerus. Karena ada keperluan, Afit meminta beasiswa tersebut diterimanya sekaligus diawal waktu pemberian. Pihak yayasan menyetujui dengan memperhitungkan suku bunga majemuk 8% setahun. Jumlah beasiswa yang diterima Afit adalah ...
- a. Rp 2.160.000,00
 - b. Rp 21.600.000,00
 - c. Rp 23.000.000,00
 - d. Rp 25.000.000,00
 - e. Rp 27.000.000,00

20. Tabel rencana pelunasan hutang:

Bulan ke	Pinjaman Awal (Rp)	Anuitas		Sisa Pinjaman
		Bunga=1,5%	Angsuran	
1	5.000.000	-	-	Rp 3.780.000
2		Rp 56.700		Rp 2.541.700

Besar anuitas pada tabel di atas adalah ...

- a. Rp 1.295.000,00
 - b. Rp 1.276.700,00
 - c. Rp 1.238.300,00
 - d. Rp 1.220.000,00
 - e. Rp 1.145.000,00
21. Nilai beli suatu aktiva sebesar Rp 4.100.000,00. Setelah dipakai 4 tahun diperkirakan mempunyai nilai sisa Rp 1.600.000,00. Dihitung dengan metode garis lurus, beban penyusutan setiap tahunnya adalah ...
- a. Rp 400.000,00
 - b. Rp 520.000,00
 - c. Rp 650.000,00
 - d. Rp 1.150.000,00
 - e. Rp 1.400.000,00

22. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5}$ adalah ...

- a. -2
- b. $-\frac{7}{5}$
- c. 0
- d. $\frac{7}{5}$
- e. 2

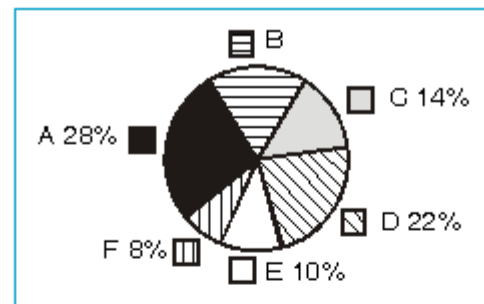
23. Turunan pertama dari $f(x) = (x^2 + 2)(x^3 + 1)$ adalah $f'(x) = \dots$

- a. $5x^4 + 2x^2 + 2x$
- b. $5x^4 + 3x^2 + 6x$
- c. $5x^4 + 6x^2 + 2x$
- d. $5x^4 + 6x^2 + 2$
- e. $5x^4 + 6x^3 + x^2$

24. Hasil dari $\int \sqrt{x^5} dx = \dots$

- a. $\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} + C$
- b. $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$
- c. $\frac{5}{x^{\frac{5}{2}}} + C$
- d. $\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + C$
- e. $x^{\frac{7}{2}} + C$

25. Diagram di bawah ini menunjukkan biaya berbagai kebutuhan tiap bulan seorang pegawai. Jika untuk kebutuhan B diperlukan biaya sebesar Rp 450.000,00, maka biaya yang diperlukan untuk memenuhi kebutuhan D adalah ...



- a. Rp 350.000,00
- b. Rp 495.000,00
- c. Rp 530.000,00
- d. Rp 550.000,00
- e. Rp 700.000,00

26. Modus dari data pada tabel distribusi frekuensi di bawah ini adalah ...

- a. 67,64
- b. 74,67
- c. 75,17
- d. 77,64
- e. 78,14

Nilai	Frekuensi
51 - 60	5
61 - 70	14
71 - 80	24
81 - 90	20
91 - 100	12

27. Standar deviasi sekelompok data adalah 1,5 sedang koefisien variasinya adalah 12,5%. Mean kelompok data tersebut adalah ...



36. Dari tabel distribusi frekuensi di samping, mediannya adalah ...

Nilai	Frekuensi
40 - 44	4
45 - 49	8
50 - 54	12
55 - 59	10
60 - 64	9
65 - 69	7

- a. 54,5
b. 55
c. 57
d. 57,5
e. 58

37. Nilai ulangan matematika dari 6 siswa adalah: 7, 5, 6, 3, 8, 7. Simpangan rata-ratanya adalah ...

- a. 0
b. 1,33
c. 1,60
d. 2,67
e. 6,0

38. Persentil ke-30 dari data pada tabel di bawah ini adalah ...

Nilai	Frekuensi
1 - 3	3
4 - 6	9
7 - 9	11
10 - 12	7

- a. 4,1
b. 5,0
c. 5,1
d. 5,2
e. 5,5

39. Dari suatu data kelompok diketahui nilai kuartil ke-1 (K_1) = 55,24, kuartil ke-3 (K_3) = 73,64, P_{10} = 44,5 dan P_{90} = 82,5. Besarnya koefisien kurtosis kurva data tersebut adalah ...

- a. 0,184
b. 0,224
c. 0,242
d. 0,422
e. 0,484

40. Harga 3 jenis barang pada sebuah toko:

Jenis Barang	Harga (Rp)	
	Tahun 2002	Tahun 2003
X	750	1.000
Y	1.250	1.250
Z	1.500	1.950

Dihitung dengan metode agregatif sederhana, maka indeks harga barang tersebut pada tahun 2003 dengan tahun 2002 sebagai tahun dasar adalah ...

- a. 83
b. 120
c. 121
d. 130
e. 133

Penyelesaian Soal-soal Ujian Nasional SMK (NonTeknik) Tahun Pelajaran 2003/2004

1. Misal x = sutera dan y = katun

$$x = 3y$$

$$5x + 4y = 228.000$$

$$\Leftrightarrow 5(3y) + 4y = 228.000$$

$$\Leftrightarrow 15y + 4y = 228.000$$

$$\Leftrightarrow 19y = 228.000$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{228.000}{19}$$

$$\Leftrightarrow y = 12.000$$

$$x = 3 \times 12.000 = 36.000$$

Jadi, 1 m sutera adalah Rp 36.000,00

Jawaban (b)

$$\begin{aligned} 2. \quad SA &= \frac{1}{2} \times \text{pengukuran terkecil} \\ &= \frac{1}{2} \times 0,01 \\ &= 0,005 \end{aligned}$$

Jawaban (d)

3. Diketahui: $\log a = x$ dan $\log b = y$

$$\text{Ditanyakan: } \log a^2 - \log \frac{a}{b}$$

$$\log a^2 - \log \frac{a}{b} = 2 \log a - (\log a - \log b)$$

$$= 2 \log a - \log a + \log b$$

$$= \log a + \log b$$

$$= x + y$$

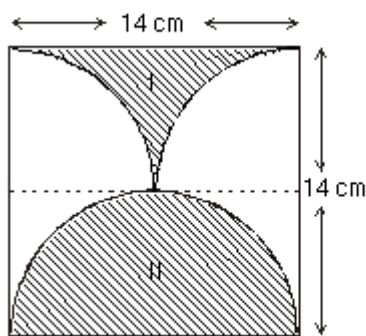


Jadi, $\log a^2 - \log \frac{a}{b} = x + y$ Jawaban (c)

$$4. \quad \frac{1011}{1011} \times \frac{11}{1011} + \frac{1011}{100001}$$

Jawaban (c)

5.



$$\begin{aligned} \text{Luas I} &= 14 \times 7 - \frac{1}{2} \text{lingkaran} \\ &= 98 - \frac{1}{2} \cdot \frac{22}{7} \cdot 14 \cdot 7 \\ &= 98 - 77 \\ &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas II} &= \frac{1}{2} \text{lingkaran} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{22}{7} \cdot 14 \cdot 7 \\ &= 77 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas total} &= \text{Luas I} + \text{Luas II} \\ &= 21 \text{ cm}^2 + 77 \text{ cm}^2 \\ &= 98 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Jawaban (b)

$$\begin{aligned} 6. \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 3) &= 0 \\ x^2 - \frac{1}{2}x + 3x - \frac{3}{2} &= 0 \\ x^2 + 2\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} &= 0 \\ x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} &= 0 \end{aligned}$$

Persamaan di atas dikalikan 2, sehingga diperoleh

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

Jawaban (c)

$$7. \quad \text{Garis } 3y - 2x + 5 = 0 \Rightarrow 3y = 2x - 5 \\ y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$$

Sehingga diperoleh $m_1 = \frac{2}{3}$

Karena sejajar maka $m_1 = m_2 = \frac{2}{3}$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 1 = \frac{2}{3}(x - 3)$$

$$y + 1 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$3y + 3 = 2x - 6 \quad (\text{kedua ruas dikalikan 3})$$

$$3y - 2x + 9 = 0$$

Jawaban (a)

$$8. \quad f(x) = 3x^2 - 24x + 7$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{24}{6} = 4$$

$$\begin{aligned} y_{\min} &= 3(4^2) - 24 \cdot 4 + 7 \\ &= 48 - 96 + 7 \\ &= -41 \end{aligned}$$

Jawaban (d)

$$9. \quad h = -\frac{5}{6}x + 25 \quad \text{dan} \quad h = \frac{5}{12}x + 10$$

$$-\frac{5}{6}x + 25 = \frac{5}{12}x + 10$$

$$-\frac{10}{12}x - \frac{5}{12}x = 10 - 25$$

$$-\frac{15}{12}x = -15$$



$$x = 12$$

$$h = \frac{5}{12} \cdot 12 + 10 = 15$$

Titik keseimbangan pasarnya adalah (12, 15).

Jawaban (d)

10. Volume tabung = luas alas \times tinggi

$$V = \pi r^2 t$$

$$= 3,14 \cdot 1 \cdot 3 = 9,42 \times 10^3 = 9.420 \text{ liter}$$

Jawaban (e)

$$11. \begin{array}{l} 2x + y = 10 \quad \times 1 \\ x + 4y = 12 \quad \times 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2x + y = 10 \\ 2x + 8y = 24 \end{array} \right. -$$

$$-7y = -14$$

$$y = 2$$

$$x = 12 - 4y$$

$$x = 12 - 8 = 4$$

Titik vertex	$f(x, y) = 10x + y$	Hasil
$O(0, 0)$	$10 \cdot 0 + 0$	0
$(5, 0)$	$10 \cdot 5 + 0$	50
$(4, 2)$	$10 \cdot 4 + 2$	42
$(0, 3)$	$10 \cdot 0 + 3$	3

Jawaban (b)

12. $x \in B$ dan $x^2 \notin C$

Jawaban (d)

$$13. A \times B = (3 \ 5) \times \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} = (13 \ 42)$$

$$2AB = 2(13 \ 42) = (26 \ 84)$$

Jawaban (b)

14. Diketahui: $a = 8.000$; $b = 300$; dan $n = 6$

$$S_n = \frac{1}{2} n \{2a + (n-1)b\}$$

$$S_6 = \frac{1}{2} 6 \{2 \times 8.000 + 5 \times 300\}$$

$$= 3 \{16.000 + 1.500\}$$

$$= 52.500$$

Jawaban (c)

$$15. C_{(6,5)} = \frac{6!}{5!(6-5)!} = \frac{6 \cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!} 1!} = 6 \text{ susunan}$$

Jawaban (b)

$$16. \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Jawaban (a)

$$17. \text{ Bunga} = \frac{6 \times 100}{100 - 6} \times \frac{1}{100} \times \text{Rp } 376.000,00$$

$$= \frac{6}{94} \times \text{Rp } 376.000,00$$

$$= \text{Rp } 24.000,00$$

Jumlah yang harus dikembalikan adalah

$$\text{Rp } 376.000,00 + \text{Rp } 24.000,00 = \text{Rp } 400.000,00$$

Jawaban (d)

$$18. \text{Rp } 200.000,00 \times 1,2668 = \text{Rp } 253.360,00$$

Jawaban (d)

$$19. N_t = \frac{m}{i} = \frac{\text{Rp } 2.000.000,00}{0,08}$$

$$= \text{Rp } 25.000.000,00$$

Jawaban (d)

$$20. \text{ Bunga} = \text{Rp } 5.000.000,00 \times 0,015$$

$$= \text{Rp } 75.000,00$$

$$\text{Angsuran} = \text{Rp } 5.000.000,00 - \text{Rp } 3.780.000,00$$

$$= \text{Rp } 1.220.000,00$$

Anuitas = angsuran + bunga

$$= \text{Rp } 1.220.000,00 + \text{Rp } 75.000,00$$

$$= \text{Rp } 1.295.000,00$$

Jawaban (a)



$$\begin{aligned}
 21. \quad D &= \frac{A - S}{n} \\
 &= \frac{\text{Rp } 4.100.000,00 - \text{Rp } 1.500.000,00}{4} \\
 &= \text{Rp } 650.000,00
 \end{aligned}$$

Jawaban (c)

$$\begin{aligned}
 22. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{(x+5)}(x-2)}{\cancel{x+5}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} (x - 2) \\
 &= 0 - 2 = -2
 \end{aligned}$$

Jawaban (a)

$$\begin{aligned}
 23. \quad f(x) &= (x^2 + 2)(x^3 + 1) \\
 &= x^5 + 2x^3 + x^2 + 2 \\
 f'(x) &= 5x^4 + 6x^2 + 2x
 \end{aligned}$$

Jawaban (c)

$$\begin{aligned}
 24. \quad \int \sqrt{x^5} \, dx &= \int x^{\frac{5}{2}} \, dx \\
 &= \frac{1}{\frac{5}{2} + 1} x^{\frac{5}{2} + 1} + C \\
 &= \frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + C = \frac{2}{7} x^{\frac{7}{2}} + C
 \end{aligned}$$

Jawaban (d)

$$\begin{aligned}
 25. \quad B &= 100\% - 82\% = 18\% \\
 18\% \times x &= \text{Rp } 450.000,00 \\
 x &= \text{Rp } 450.000,00 \times \frac{100}{18} \\
 &= \text{Rp } 2.500.000,00
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kebutuhan } D &= 22\% \times \text{Rp } 2.500.000,00 \\
 &= \text{Rp } 550.000,00
 \end{aligned}$$

Jawaban (d)

$$\begin{aligned}
 26. \quad Mo &= L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot c \\
 &= 70,5 + \frac{10}{10 + 4} \cdot 10 \\
 &= 77,64
 \end{aligned}$$

Jawaban (d)

$$\begin{aligned}
 27. \quad K_v &= \frac{SD}{\bar{x}} \times 100\% \\
 12,5\% &= \frac{1,5}{\bar{x}} \\
 \bar{x} &= \frac{1,5}{0,125} = 12
 \end{aligned}$$

Jawaban (b)

$$\begin{aligned}
 28. \quad K_p &= \frac{\bar{x} - Mo}{SD} \\
 0,47 &= \frac{56,46 - 54,9}{SD} \\
 SD &= \frac{1,56}{0,47} = 3,32
 \end{aligned}$$

Jawaban (d)

$$\begin{aligned}
 29. \quad K_p &= (r_{x,y})^2 \times 100\% \\
 &= (0,81)^2 \times 100\% \\
 &= 65,61\%
 \end{aligned}$$

Jawaban (d)

$$\begin{aligned}
 30. \quad I &= \frac{\sum P_n}{\sum P_o} \times 100 \\
 &= \frac{3.000 + 2.500 + 3.500}{2.500 + 1.500 + 3.000} \times 100 \\
 &= 128,57
 \end{aligned}$$

Jawaban (e)

$$\begin{aligned}
 31. \quad V_c &= \text{Variabel cost} = 500x \\
 \text{Total cost} &= 500.000 + 500x \\
 &= 500.000 + 1.000.000 \\
 &= 1.500.000
 \end{aligned}$$



$$TR = 2.000 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 2.000.000,00$$

$$\begin{aligned} \text{Profit} &= TR - TC \\ &= \text{Rp } 2.000.000,00 - \text{Rp } 1.500.000,00 \\ &= \text{Rp } 500.000,00 \end{aligned}$$

Jawaban (a)

$$\begin{aligned} 32. N_t &= m + m a_{\overline{n}|i} \\ &= \text{Rp } 2.000.000,00 \times (1 + 5,8892) \\ &= \text{Rp } 13.778.400,00 \end{aligned}$$

Jawaban (e)

$$\begin{aligned} 33. A &= \text{Rp } 500.000,00 \times 0,1295 \\ &= \text{Rp } 64.750,00 \end{aligned}$$

Besarnya anuitas dibulatkan menjadi Rp 65.000,00.

Jawaban (c)

$$\begin{aligned} 34. D &= \frac{\text{Rp } 5.000.000 - \text{Rp } 2.600.000}{4.000} \\ &= \text{Rp } 600,00 / \text{unit} \end{aligned}$$

$$D_2 = \text{Rp } 600,00 \times 1.250 = \text{Rp } 750.000,00$$

Jawaban (a)

$$35. \bar{x} = \frac{200 + 350 + 450 + 300}{4} = 325 \text{ pasang}$$

Jawaban (b)

$$\begin{aligned} 36. Me &= 54,5 + \frac{\frac{1}{2} \cdot 50 - 24}{10} \cdot 5 \\ &= 54,5 + \frac{25 - 24}{10} \cdot 5 \\ &= 54,5 + \frac{1}{2} = 55 \end{aligned}$$

Jawaban (b)

$$37. SR = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{7 + 5 + 6 + 3 + 8 + 7}{6} \\ &= \frac{36}{6} = 6 \end{aligned}$$

$$SR = \frac{1+1+0+3+2+1}{6} = \frac{8}{6} = 1,33$$

Jawaban (b)

$$\begin{aligned} 38. F_{30} &= L + \frac{30}{100} \frac{N - F}{f_{P_{30}}} \cdot c \\ &= 3,5 + \frac{9 - 3}{9} \cdot 3 \\ &= 3,5 + \frac{6}{3} = 5,5 \end{aligned}$$

Jawaban (e)

$$\begin{aligned} 39. K &= \frac{Kd}{F_{90} - F_{10}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(73,64 - 55,24)}{82,5 - 44,5} \\ &= 0,242 \end{aligned}$$

Jawaban (c)

$$\begin{aligned} 40. I_A &= \frac{\sum P_n}{\sum P_o} \times 100 \\ &= \frac{4.200}{3.500} \times 100 \\ &= 120 \end{aligned}$$

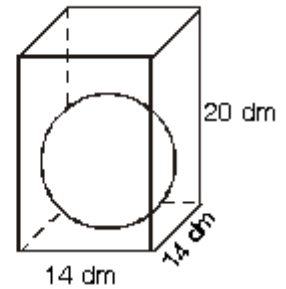
Jawaban (b)

Soal-soal Ujian Nasional SMK (NonTeknik) Tahun Pelajaran 2004/2005

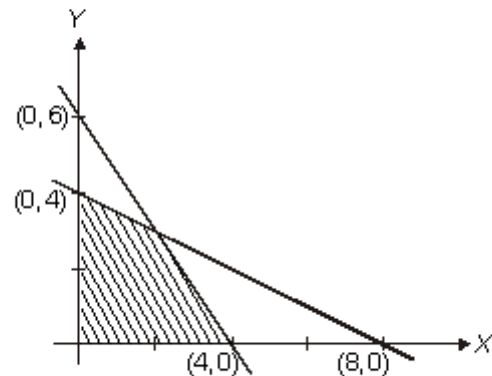
Pilihlah jawaban yang paling tepat!

- Harga 1 kg apel sama dengan tiga kali harga 1 kg jeruk. Dana untuk membeli 4 kg apel dan 6 kg jeruk sebesar Rp 61.200,00. Harga 1 kg apel adalah
 - Rp 1.020,00
 - Rp 3.400,00
 - Rp 10.200,00
 - Rp 18.360,00
 - Rp 30.600,00
- Jika $\log 3 = 0,477$ dan $\log 5 = 0,699$, maka $\log 75$ adalah
 - 0,255
 - 0,276
 - 1,176
 - 1,653
 - 1,875
- Jika x_1 dan x_2 akar-akar dari persamaan $2x^2 - 3x - 1 = 0$, maka nilai dari $x_1^2 + x_2^2 = \dots$
 - $3\frac{1}{4}$
 - $2\frac{3}{4}$
 - $2\frac{1}{2}$
 - $1\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{2}$
- Persamaan garis yang melalui titik $(4, 0)$ dan $(3, -1)$ adalah
 - $y = x - 4$
 - $y = -x + 4$
 - $y = \frac{1}{2}x + 2$
 - $y = \frac{1}{2}x - 2$
 - $x + y = -4$
- Koordinat titik balik maksimum grafik fungsi $y = 3 - 4x - x^2$ adalah
 - $(2, 7)$
 - $(7, -2)$
 - $(-2, 15)$
 - $(-2, 7)$
 - $(2, -7)$

- Sebuah bola padat berdiameter 14 dm, dimasukkan ke dalam bak yang berukuran seperti gambar di samping. Bak tersebut akan diisi air sampai penuh. Banyaknya air yang dapat ditampung dalam bak tersebut adalah ($\pi = \frac{22}{7}$)
 - $1.437,33 \text{ dm}^3$
 - $2.482,64 \text{ dm}^3$
 - 2.842 dm^3
 - $3.714,67 \text{ dm}^3$
 - 3.920 dm^3



- Daerah yang diarsir pada gambar di bawah ini adalah himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan



- $x \geq 0; y \geq 0; x + 2y \geq 8; 3x + 2y \geq 12$
 - $x \geq 0; y \geq 0; x + 2y \geq 8; 3x + 2y \leq 12$
 - $x \geq 0; y \geq 0; x + 2y \leq 8; 3x + 2y \leq 12$
 - $x \geq 0; y \geq 0; 2x + y \leq 8; 3x + 2y \leq 12$
 - $x \geq 0; y \geq 0; 2x + y \leq 8; 3x + 2y \geq 12$
- Negasi dari pernyataan "Jika negara aman maka rakyat tentram" adalah
 - Jika negara aman maka rakyat tidak tentram
 - Jika negara tidak aman maka rakyat tentram
 - Jika negara tidak aman maka rakyat tidak tentram
 - Negara aman dan rakyat tidak tentram
 - Rakyat tidak tentram atau negara tidak aman



9. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ -8 & 2c \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2a & 4b \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$. Jika

$A = B^t$, maka nilai a , b , dan c berturut-turut adalah ...

- a. 5, 4, dan 3
 b. 4, 2, dan 3
 c. 4, -2, dan 3
 d. 5, -2, dan 3
 e. -5, -4, dan 3
10. Jika rasio $(r) = -\frac{1}{3}$ dan jumlah deret geometri

taklingganya adalah $4\frac{1}{2}$, maka suku pertama deret tersebut adalah ...

- a. 36
 b. 12
 c. 9
- d. 6
 e. 3
11. Dari 8 siswa akan dipilih 3 orang siswa untuk menduduki jabatan ketua, sekretaris, dan bendahara. Banyaknya susunan berbeda yang mungkin terjadi adalah ...
- a. 24
 b. 56
 c. 336
- d. 1.200
 e. 6.720
12. Peserta paduan suara terdiri atas 5 pria dan 6 wanita. Jika dari peserta paduan suara tersebut akan dibentuk satu kelompok vocal grup yang terdiri dari 5 orang, peluang terbentuk vocal grup tersebut beranggotakan 2 pria dan 3 wanita adalah ...

- a. $\frac{100}{231}$
 b. $\frac{90}{231}$
 c. $\frac{15}{231}$
- d. $\frac{10}{231}$
 e. $\frac{5}{231}$

13. Seorang anggota meminjam dari koperasi sebesar Rp 5.000.000,00 dengan suku bunga tunggal $1\frac{1}{2}\%$ setiap bulan. Besar bunga selama setengah tahun adalah ...

- a. Rp 225.000,00
 b. Rp 450.000,00
 c. Rp 500.000,00
- d. Rp 550.000,00
 e. Rp 750.000,00

14. Amir menyimpan modal di bank yang memberikan suku bunga majemuk 10% setahun. Setelah 3 tahun, besar simpanan itu menjadi Rp 9.000.000,00. Besar modal awal yang disimpan Amir di bank adalah ...

- a. Rp 6.147.000,00
 b. Rp 6.300.000,00
 c. Rp 6.761.700,00
 d. Rp 7.200.000,00
 e. Rp 7.437.600,00

n	10%
2	0,8264
3	0,7513
4	0,6830

15. Setiap awal semester Umi menabungkan uangnya sebesar Rp 200.000,00 pada sebuah bank yang memberikan suku bunga majemuk 5,5% per semester. Dengan bantuan tabel di bawah, jumlah tabungan Umi pada akhir tahun ke-4 adalah ...

- a. Rp 888.000,00
 b. Rp 916.220,00
 c. Rp 1.644.000,00
 d. Rp 1.688.000,00
 e. Rp 2.051.260,00

n	5,5%
2	2,1680
4	4,5811
8	10,2563

16. Perhatikan tabel rencana pelunasan dengan sebagian data berikut!

Bulan ke	Pinjaman Awal	Anuitas = Rp ...		Sisa Pinjaman
		Bunga = 2%	Angsuran	
1	-	60.000	-	Rp 2.960.000
2	-	-	-	-

Berdasarkan data di atas, besar angsuran pada bulan ke-2 adalah ...

- a. Rp 40.000,00
 b. Rp 40.800,00
 c. Rp 58.384,00
- d. Rp 59.200,00
 e. Rp 400.000,00

17. Suatu aktiva dibeli dengan harga Rp 5.000.000,00. Nilai residu ditaksir sebesar Rp 500.000,00 dan masa pakai 5 tahun. Dihitung dengan metode jumlah bilangan tahun, maka akumulasi penyusutan sampai dengan tahun kedua adalah ...

- a. Rp 3.800.000,00
 b. Rp 2.700.000,00
 c. Rp 1.500.000,00
- d. Rp 1.200.000,00
 e. Rp 1.000.000,00

18. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} = \dots$

- a. 4
 b. 2
- c. 1
 d. $\frac{1}{2}$
- e. $\frac{1}{4}$



19. Turunan pertama dari $f(x) = (5x-1)(x^2+2x)$ adalah

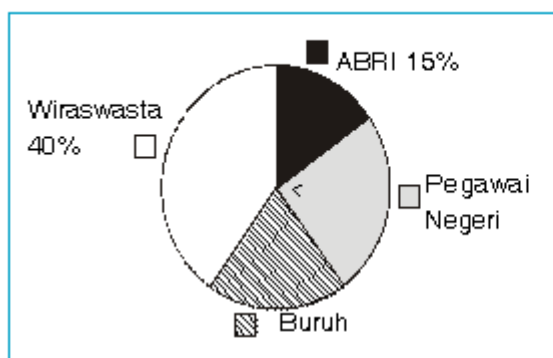
- $f'(x) = 15x^2 + 18x + 2$
- $f'(x) = 15x^2 + 18x - 2$
- $f'(x) = 15x^2 - 18x - 2$
- $f'(x) = 15x^2 - 18x + 12$
- $f'(x) = 15x^2 - 18x$

20. Hasil dari $\int (3x^2 - 10x + 5) dx = \dots$

- $x^3 - 5x^2 + 5x + C$
- $x^3 - 5x^2 + 5 + C$
- $3x^3 - 5x^2 + 5x + C$
- $3x^3 - 5x^2 + 5 + C$
- $3x^3 - 5x + 5 + C$

21. Hasil pendataan tentang pekerjaan orang tua siswa pada sebuah SMK dinyatakan dengan diagram di bawah ini. Jika jumlah orang tua siswa yang bekerja sebagai ABRI ada 45 orang, banyaknya orang tua siswa yang pekerjaannya buruh adalah

- 120 orang
- 90 orang
- 75 orang
- 60 orang
- 20 orang



22. Dari suatu distribusi frekuensi diketahui modus = 15,50 dan simpangan baku = 4,50. Jika koefisien kemiringan (SK) kurva distribusi frekuensi tersebut = 0,80, nilai rata-rata (mean) data tersebut adalah

- 11,9
- 16,0
- 16,9
- 19,0
- 19,1

23. Koefisien korelasi dari pasangan kelompok data adalah 0,65. Koefisien penentunya adalah

- 65%
- 35%
- 35%
- 42,25%
- 52,25%

24. Harga 3 jenis bahan bangunan pada toko "DINDA" tercatat sebagai berikut.

Jenis Barang	Satuan	Harga (Rp)	
		Tahun 2003	Tahun 2004
Semen	zak	21.000	22.500
Cat	kg	19.000	20.000
Batu Bata	buah	500	500

Angka indeks harga barang tersebut pada tahun 2004 berdasarkan harga pada tahun 2003, dihitung dengan metode agregatif sederhana adalah

- 133,33
- 112,50
- 106,17
- 105,26
- 100,00

25. Diketahui fungsi permintaan sebuah barang adalah $p = 38 - 0,03x$ dan fungsi biaya total

$TC = 500 + 8x - 0,06x^2$. Biaya tercatat dalam ribuan rupiah. Jika x menyatakan jumlah barang dan p menyatakan harga, maka besar keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan 100 unit barang adalah

- Rp 3.800.000,00
- Rp 3.200.000,00
- Rp 2.800.000,00
- Rp 2.503.000,00
- Rp 2.200.000,00

26. Setiap awal tahun, sebuah panti asuhan akan menerima bantuan sebesar Rp 7.500.000,00 secara terus-menerus. Jika pihak pemberi bantuan ingin melunasi bantuannya di awal tahun dengan perhitungan suku bunga majemuk 12,5% setahun, berapakah dana yang harus disediakan oleh pihak pemberi bantuan?

- Rp 60.000.000,00
- Rp 65.000.000,00
- Rp 67.500.000,00
- Rp 68.000.000,00
- Rp 68.750.000,00

27. Nilai tes matematika 20 orang siswa disajikan pada tabel berikut ini. Rata-rata nilai tersebut adalah ...



- a. 6,3
- b. 6,8
- c. 7,3
- d. 7,5
- e. 7,8

Nilai	Frekuensi
3 - 4	2
5 - 6	4
7 - 8	8
9 - 10	6

28. Dalam bulan tertentu, seorang pedagang beras di pasar mendapat keuntungan sebesar Rp 450.000,00. Jika rata-rata dan simpangan standar keuntungan kelompok pedagang beras berturut-turut adalah Rp 500.000,00 dan Rp 15.000,00, nilai standar (*Z*-skor) pedagang beras tersebut adalah ...

- a. -4,33
- b. -3,33
- c. 1,33
- d. 2,33
- e. 3,33

29. Dari sekumpulan data yang telah disusun dalam tabel distribusi frekuensi diketahui $Kd = 9,175$, $F_{10} = 44,1$, dan $F_{90} = 82,5$. Koefisien kurtosis kurva distribusi frekuensi tersebut adalah ...

- a. 0,105
- b. 0,119
- c. 0,208
- d. 0,209
- e. 0,239

30. Berdasarkan data pada tabel di bawah ini, indeks harga barang tahun 2003, jika tahun 2002 sebagai tahun dasar dihitung dengan metode rata-rata relatif sederhana adalah ...

Jenis Barang	Harga (Rp)	
	Tahun 2002	Tahun 2003
A	150	180
B	200	200
C	250	300

- a. 110%
- b. 112%
- c. 113%
- d. 113,33%
- e. 116,67%

Penyelesaian Soal-soal Ujian Nasional SMK (NonTeknik) Tahun Pelajaran 2004/2005

1. Misal harga 1 kg apel = x
 harga 1 kg jeruk = y
 Harga 1 kg apel = $3 \times$ harga 1 kg jeruk
 berarti $x = 3y$ (1)

Dana membeli 4 kg apel dan 6 kg jeruk sebesar Rp 61.200,00, berarti diperoleh persamaan:

$$4x + 6y = 61.200 \text{ (2)}$$

Subtitusikan persamaan (1) ke (2):

$$4x + 6y = 61.200$$

$$\Leftrightarrow 4(3y) + 6y = 61.200$$

$$\Leftrightarrow 12y + 6y = 61.200$$

$$\Leftrightarrow 18y = 61.200$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{61.200}{18}$$

$$\Leftrightarrow y = 3.400$$

$$x = 3y$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \times 3.400$$

$$\Leftrightarrow x = 10.200$$

Jadi, harga 1 kg apel sebesar Rp 10.200,00.

Jawaban (c)

2. Diketahui: $\log 3 = 0,477$ dan $\log 5 = 0,699$

Ditanyakan: $\log 75 = ?$

$$\log 75 = \log (5 \times 5 \times 3)$$

$$= \log (5^2 \times 3)$$

$$= \log 5^2 + \log 3$$

$$= 2 \log 5 + \log 3$$

$$= 2 \times 0,699 + 0,477$$

$$= 1,875$$

Jadi, $\log 75 = 1,875$.

Jawaban (e)



3. Diketahui: x_1 dan x_2 akar-akar dari persamaan

$$2x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$a = 2, b = -3, \text{ dan } c = -1$$

Ditanyakan: nilai dari $x_1^2 + x_2^2 = \dots$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \\ &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{9}{4} + 1 \\ &= \frac{13}{4} \\ &= 3\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Jadi, $x_1^2 + x_2^2 = 3\frac{1}{4}$.

Jawaban (a)

4. Persamaan garis yang melalui titik $(4, 0)$ dan $(3, -1)$ adalah:

$$\begin{aligned} \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} &= \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \\ \frac{y - 0}{-1 - 0} &= \frac{x - 4}{3 - 4} \\ \frac{y}{-1} &= \frac{x - 4}{-1} \\ -y &= -x + 4 \\ y &= x - 4 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan garis yang melalui titik $(4, 0)$

dan $(3, -1)$ adalah $y = x - 4$.

Jawaban (a)

5. Akan dicari koordinat titik balik maksimum grafik fungsi $y = 3 - 4x - x^2$

Kita akan menggunakan rumus puncak parabola

$$P\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a}\right) = P(x, y).$$

Dari $y = 3 - 4x - x^2$, diperoleh

$$a = -1, b = -4, \text{ dan } c = 3$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(-1)} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$\begin{aligned} y_{\text{maksimum}} &= \frac{-D}{4a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \\ &= \frac{-((-4)^2 - 4(-1)3)}{4(-1)} \\ &= \frac{-(16 + 12)}{-4} \\ &= \frac{28}{4} \\ &= 7 \end{aligned}$$

Jadi, koordinat titik balik maksimum grafik fungsi

$y = 3 - 4x - x^2$ adalah $(-2, 7)$.

Jawaban (d)

6. Volume bak - volume bola

$$\text{Volume bak} = 14 \times 14 \times 20$$

$$= 3.920$$

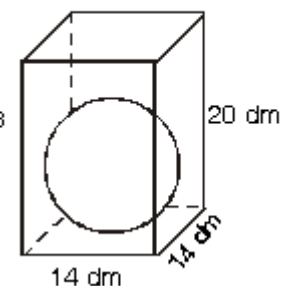
Jadi, volume bak adalah 3.920 dm^3 .

$$\text{Volume bola} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot 7^3$$

$$= \frac{4}{3} \cdot 22 \cdot 7^2$$

$$= 1.437,33$$



Jadi, volume bola adalah $1.437,33 \text{ dm}^3$.

Banyaknya air yang dapat ditampung dalam bak

$$= \text{volume bak} - \text{volume bola}$$

$$= 3.920 \text{ dm}^3 - 1.437,33 \text{ dm}^3$$

$$= 2.482,67 \text{ dm}^3$$

Jawaban (b)



7. D dicari persamaan garis yang melalui titik $(0, 6)$ dan $(4, 0)$.

$$\begin{aligned} 6x + 4y &= 6 \cdot 4 \\ \Leftrightarrow 6x + 4y &= 24 \\ \Leftrightarrow 3x + 2y &= 12 \end{aligned}$$

Berarti daerah yang diarsir $3x + 2y \leq 12$ (1)

- D dicari persamaan garis yang melalui titik $(0, 4)$ dan $(8, 0)$.

$$\begin{aligned} 4x + 8y &= 4 \cdot 8 \\ \Leftrightarrow 4x + 8y &= 32 \\ \Leftrightarrow x + 2y &= 8 \end{aligned}$$

Berarti daerah yang diarsir $x + 2y \leq 8$ (2)

Selain (1) dan (2) sebagai syarat, maka syarat yang lain adalah $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.

Jadi, himpunan penyelesaian yang memenuhi adalah:

- (1) $3x + 2y \leq 12$
- (2) $x + 2y \leq 8$
- (3) $x \geq 0$
- (4) $y \geq 0$

Jawaban (c)

8. $\square (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \square q$

"Negara aman dan rakyat tidak tentram".

Jawaban (d)

9. $A = B^t$

$$\begin{pmatrix} 10 & 8 \\ -8 & 2c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 8 \\ 4b & 6 \end{pmatrix}$$

$$2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$4b = -8 \Rightarrow b = -2$$

$$2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

Jawaban (d)

10. Diketahui: $(r) = -\frac{1}{3}$ dan $S_{\infty} = 4\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} S_{\infty} &= \frac{a}{1-r} \\ 4\frac{1}{2} &= \frac{a}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)} \\ \frac{9}{2} &= \frac{a}{\frac{4}{3}} \\ a &= \frac{9}{2} \cdot \frac{4}{3} \\ a &= 6 \end{aligned}$$

Jawaban (d)

11. Karena urutan diperhatikan, maka peristiwa tersebut merupakan peristiwa permutasi dari 8 siswa dipilih 3 orang siswa. Berarti banyaknya susunan yang mungkin adalah:

$${}_8P_3 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!}} = 336$$

Jawaban (c)

12. D dicari dahulu kemungkinan kejadian dari 5 pria dan 6 wanita yang diambil 5 orang sebanyak:

$$\begin{aligned} {}_{11}C_5 &= \frac{11!}{5!(11-5)!} \\ &= \frac{11!}{5!6!} \\ &= \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!}} \\ &= \frac{11 \cdot \cancel{10}^2 \cdot \cancel{9}^3 \cdot \cancel{8} \cdot 7}{\cancel{8} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} \\ &= 11 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \\ &= 462 \end{aligned}$$

Peluang terbentuknya vocal grup yang beranggotakan 2 pria dan 3 wanita adalah:

$$\begin{aligned} \frac{{}_5C_2 \cdot {}_6C_3}{{}_{11}C_5} &= \frac{5!}{2!(5-2)!} \cdot \frac{6!}{3!(6-3)!} \\ &= \frac{5!}{2!3!} \cdot \frac{6!}{3!3!} \\ &= \frac{5 \cdot \cancel{4}^2 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{3!}} \cdot \frac{\cancel{6} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{3!}} \\ &= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{462}{462} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4}{462} \\
 &= \frac{200}{462} \\
 &= \frac{100}{231}
 \end{aligned}$$

Jawaban (a)

13. Besar bunga selama setengah tahun adalah:

$$\begin{aligned}
 b &= p \times M \times n \\
 &= \frac{1,5}{100} \times 5.000.000 \times 6 \\
 &= 450.000
 \end{aligned}$$

Jadi, besar bunga selama setengah tahun adalah Rp 450.000,00.

Jawaban (b)

14. Diketahui: $M = \text{Rp } 9.000.000,00$

$$n = 3 \text{ tahun}$$

$$p = 10\% \text{ setahun}$$

Ditanyakan: $N_t = ?$

Jawab:

Tabel nilai Tunai $n = 3$ tahun dan $p = 10\%$ adalah

$$A_{\overline{n}|p} = 0,7513$$

$$\begin{aligned}
 N_t &= \frac{M}{(1+p)^n} \\
 &= M(1+p)^{-n} \\
 &= 9.000.000(1+0,1)^{-3} \\
 &= 9.000.000(1,1)^{-3} \\
 &= 9.000.000 \cdot 0,7513 \\
 &= 6.761.833,21
 \end{aligned}$$

Jadi, besar modal awal Rp 6.761.833,21.

Jawaban (c)

15. Diketahui: $M = \text{Rp } 200.000,00$

$$n = 4 = 4 \times 2 = 8 \text{ semester}$$

$$p = 5,5\% \text{ tiap semester}$$

Ditanyakan: jumlah tabungan pada akhir tahun ke-4 (N_a prenumerando) = ?

Jawab:

$$\begin{aligned}
 N_a &= M \sum_{k=1}^n (1+i)^k \\
 &= 200.000 \sum_{k=1}^8 (1+0,055)^k \\
 &= 200.000 \cdot 10,2563 \\
 &= 2.051.260,00
 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah tabungan Umi pada akhir tahun ke-4 adalah Rp 2.051.260,00.

Jawaban (e)

16. Besar pinjaman awal (M)

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{b_1}{i} \\
 &= \frac{60.000}{0,02} \\
 &= 3.000.000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_1 &= M - M_1 \\
 &= 3.000.000 - 2.960.000 \\
 &= 40.000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_2 &= a_1(1+i) \\
 &= 40.000(1+0,02) \\
 &= 40.000(1,02) \\
 &= 40.800
 \end{aligned}$$

Jadi, angsuran pada bulan ke-2 sebesar Rp 40.800,00.

Jawaban (b)

17. Diketahui: $A = \text{Rp } 5.000.000,00$

$$S = \text{Rp } 500.000,00$$

$$n = 5 \text{ tahun}$$

Ditanyakan: akumulasi penyusutan sampai dengan tahun kedua dengan metode jumlah bilangan tahun = ?

Jawab:

Jumlah bilangan tahun: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$$\text{Bentuk pecahan: } \frac{5}{15}, \frac{4}{15}, \frac{3}{15}, \frac{2}{15}, \frac{1}{15}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Penyusutan tahun I} &= \frac{5}{15}(A - S) \\
 &= \frac{5}{15}(5.000.000 - 500.000)
 \end{aligned}$$



$$= \frac{1}{3} 4.500.000$$

$$= 1.500.000$$

$$\text{Penyusutan tahun II} = \frac{4}{15}(A - S)$$

$$= \frac{4}{15}(5.000.000 - 500.000)$$

$$= \frac{4}{15} 4.500.000$$

$$= 1.200.000$$

Jadi, akumulasi penyusutan sampai tahun ke-2 sebesar Rp 1.500.000,00 + Rp 1.200.000,00 = Rp 2.700.000,00.

Jawaban (b)

$$18. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+2}$$

$$= \frac{2}{2+2}$$

$$= \frac{2}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Jawaban (d)

$$19. f(x) = (5x-1)(x^2+2x)$$

$$f'(x) = 5(x^2+2x) + (5x-1)(2x+2)$$

$$= 5x^2 + 10x + 10x^2 + 10x - 2x - 2$$

$$= 15x^2 + 18x - 2$$

Jawaban (b)

$$20. \int (3x^2 - 10x + 5) dx = \int 3x^2 dx - \int 10x dx + \int 5 dx$$

$$= \frac{3}{3} x^3 - \frac{10}{2} x^2 + 5x + C$$

$$= x^3 - 5x^2 + 5x + C$$

Jawaban (a)

21. Jumlah orang tua siswa yang pekerjaannya ABRI ada 45 orang.

Banyaknya orang tua siswa yang pekerjaannya buruh = $(100 - 40 - 15 - 25) \% \times 300$

$$= 20\% \times 300$$

$$= 60 \text{ orang}$$

Keterangan:

1. Dicari banyaknya orang tua seluruhnya dengan cara:

$$\frac{15}{100} \times x = 45$$

$$x = 45 \times \frac{100}{15}$$

$$x = 300$$

2. Pegawai negeri = 90°
Dibuat dalam %

$$\Rightarrow \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 100\% = \frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$$

Jawaban (d)

22. $M_o = 15,50$, $SD = 4,50$, $SK = 0,80$

Dengan rumus:

$$SK = \frac{\bar{x} - M_o}{SD}$$

$$0,80 = \frac{\bar{x} - 15,50}{4,50}$$

$$\bar{x} - 15,50 = 0,80 \times 4,50$$

$$\bar{x} - 15,50 = 3,6$$

$$\bar{x} = 15,50 + 3,6$$

$$\bar{x} = 19,1$$

Jadi, nilai rata-rata (\bar{x}) = 19,1.

Jawaban (e)

$$23. r = 0,65$$

$$r^2 = (0,65)^2$$

$$= 0,4225$$

$$= 42,25\%$$

Jawaban (d)

Jenis Barang	Satuan	Harga (Rp)	
		Tahun 2003	Tahun 2004
Semen	zak	21.000	22.500
Cat	kg	19.000	20.000
Batu Bata	buah	500	500
Jumlah		40.500	43.000

Angka indeks harga barang tahun 2004 berdasarkan harga pada tahun 2003 dengan metode agregatif sederhana.



$$I_A = \frac{\sum P_n}{\sum P_o} \times 100\%$$

$$= \frac{43.000}{40.500} \times 100\%$$

$$= 106,17\%$$

Jawaban (c)

25. Fungsi permintaan $P = 38 - 0,03x$ Fungsi biaya total $TC = 500 + 8x - 0,06x^2$

Fungsi pendapatan total

$$R = Px = (38 - 0,03x)x = 38x - 0,03x^2$$

$$L = R - TC$$

$$= 38x - 0,03x^2 - (500 + 8x - 0,06x^2)$$

$$= 38x - 0,03x^2 - 500 - 8x + 0,06x^2$$

$$= 0,03x^2 + 30x - 500$$

Jika $x = 100$

$$L = 0,03 \cdot 100^2 + 30 \cdot 100 - 500$$

$$= 0,03 \cdot 10.000 + 3.000 - 500$$

$$= 300 + 2.500$$

$$= 2.800$$

Karena dalam ribuan, maka laba untuk $x = 100$ sebesar Rp 2.800.000,00.

Jawaban (c)

26. $n = \text{Rp } 7.500.000,00$ $p = 12,5\%$ setahun

$$N_t = M + \frac{M}{p}$$

$$= 7.500.000 + \frac{7.500.000}{0,125}$$

$$= 7.500.000 + 60.000.000$$

$$= 67.500.000$$

Jadi, dana yang harus disediakan oleh pihak pemberi bantuan sebesar Rp 67.500.000,00.

Jawaban (c)

27.

Nilai	x_i	f	fx
3 - 4	3,5	2	7
5 - 6	5,5	4	22
7 - 8	7,5	8	60
9 - 10	9,5	6	57
Jumlah		20	146

$$\bar{x} = \frac{146}{20} = 7,3$$

Jawaban (c)

28. $x = \text{Rp } 450.000,00$, $\bar{x} = \text{Rp } 500.000,00$, dan $SD = \text{Rp } 15.000,00$

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{SD}$$

$$= \frac{450.000 - 500.000,00}{15.000}$$

$$= \frac{-50.000}{15.000}$$

$$= -3,33$$

Jawaban (b)

29. $K_d = 9,175$, $P_{10} = 44,1$, dan $P_{90} = 82,5$

$$K = \frac{K_d}{P_{90} - P_{10}}$$

$$= \frac{9,175}{82,5 - 44,1}$$

$$= \frac{9,175}{38,4}$$

$$= 0,239$$

Jawaban (e)

30.

Jenis Barang	Harga (Rp)		$\frac{P_n}{P_o}$
	Tahun 2002	Tahun 2003	
A	150	180	1,2
B	200	200	1,0
C	250	300	1,2
			3,4

Indeks harga barang tahun 2003, jika tahun 2002 sebagai tahun dasar dengan metode rata-rata relatif sederhana:

$$I_R = \frac{\sum \frac{P_n}{P_o}}{N} \times 100\%$$

$$= \frac{3,4}{3} \times 100\%$$

$$= 113,33\%$$

Jawaban (d)



Daftar Pustaka

- Anonim. 1989. *Ensiklopedi Nasional Indonesia Jilid 5*. Jakarta: PT Cipta Adi Pustaka.
- Anonim. 1993. *The Encyclopedia Americana International Edition*. U.S.A: Grolier Incorporated.
- Brown, Richard G. 1970. *Basic Algebra*. New York: Mc Graw-Hill.
- Campbell, H.G. dan R.E. Spencer. 1974. *Finite Mathematic*. New York: Mac Millan.
- Crosswhite, F. Joe. 2004. "Statistika" dalam *Ilmu Pengetahuan Populer Jilid 2*. Jakarta: Grolier PT Widyadara.
- _____. 2004. "Probabilitas" dalam *Ilmu Pengetahuan Populer Jilid 2*. Jakarta: Grolier PT Widyadara.
- Departemen P dan K. 1986. *Buku Paket Matematika*. Jakarta: Intermasa.
- Edwin, I. Stein. 1971. *Modern Algebra*. Second Book. New York: American.
- Frank, Ayres JR. 1967. *Theory and Problem Calculus*. New York: Mc Graw-Hill.
- Hardy, G.H. dan E.M. Wright. 1981. *An Introduction to Theory of Numbers*. Edisi kelima. London: Oxford.
- Ismu Basuki Suwelo. 1980. *Statistik*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
- Kline - Oestertle - Wilson. 1975. *Foundation of Advanced Mathematics*. New York: American.
- Lipshutz, S. 1980. *Schaum's outline series: Finite Mathematics*. New York: Mc Graw-Hill.
- _____. 1964. *Schaum's outline series: Theory and Problem of Set Theory and Related Topics*. New York: Mc Graw-Hill.
- Maddala, G.S. 1977. *Econometrics*. Tokyo: Mc Graw-Hill Kogakusha.
- Nababan, M. 1993. *Pengantar Matematika untuk Ilmu Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta: Erlangga.
- Negoro, S.T. dan B. Harahap. 2001. *Ensiklopedi Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Nielsen, K.L. 1970. *Modern Algebra*. New York: Barnes and Noble.
- Silverman, R.A. 1977. *Essential Calculus With Application*. Philadelphia: W.B. Saunders Company.
- Tim Matematika SMK. 2005. *Matematika SMK 1, 2, dan 3*. Jakarta: PT Galaxy Puspa Mega.
- Tim Matematika SMA. 2004. *Matematika 2 IPA, 3 IPS Untuk SMA Kelas XII*. Jakarta: PT Galaxy Puspa Mega.
- Walpole, Ronald E. 1992. *Pengantar Statistika*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.



Glosarium

Aktiva lancar	: uang tunai dan aktiva lainnya yang secara cepat dapat dicairkan menjadi uang tunai, dijual atau dipakai hingga habis selama periode yang normal dari perusahaan itu.
Aktiva tetap	: aktiva yang sifatnya permanen atau tetap atau tahan lama (lebih dari satu periode operasi normal) yang dimiliki perusahaan dan dipergunakan dalam operasi penyelenggaraan perusahaan itu.
Anuitas	: sistem pembayaran yang dilakukan pada setiap selang waktu yang teratur dalam jumlah yang sama (tetap).
Bunga	: tambahan uang sebagai jasa atas sejumlah modal yang dipinjam/disimpan atas dasar persetujuan bersama.
Bunga tunggal	: bunga yang diterima pada setiap akhir jangka waktu yang besarnya tetap.
Diagonal	: garis yang ditarik dari titik sudut ke titik sudut yang tidak bersisian pada sebuah bangun datar.
Diskonto	: bunga yang dibayar pada awal pinjaman dan disebut juga bunga awal.
Elemen	: bilangan dalam suatu matriks.
Eliminasi	: penyisihan/pengeluaran.
Faktorial	: perkalian bilangan asli dari 1 sampai dengan n secara berurutan dan dinotasikan dengan $(n!)$.
Interval kelas	: nilai selisih antara batas bawah dan batas atas yang menentukan satu kelas.
Koefisien korelasi	: suatu ukuran yang dapat digunakan untuk membandingkan hasil pengukuran dua variabel yang berbeda agar dapat menentukan tingkat hubungan antara variabel-variabel tersebut.
Korelasi	: suatu model penelitian yang bertujuan untuk menentukan ada atau tidaknya hubungan antara beberapa variabel di dalam penelitian.
Kurtosis	: disebut juga ukuran keruncingan, yaitu derajat keruncingan suatu distribusi jika dibandingkan dengan distribusi normal.
Mean	: rata-rata
Median	: nilai tengah dalam suatu kelompok ukuran setelah diurutkan.
Modus	: nilai/data yang paling sering muncul.
Nilai akhir rente	: nilai akhir dari semua angsuran yang diperhitungkan ke akhir periode terakhir.
Nilai buku	: nilai aktiva tetap setelah dikurangi penyusutan.
Nilai tunai	: kontan
Rente kekal	: rente yang dibayar selama jangka waktu tak terbatas (selamanya).
Rente Postnumerando	: rente yang pembayaran angsurannya dilakukan pada setiap akhir periode.
Rente Prenumerando	: rente yang pembayaran angsurannya dilakukan pada setiap awal periode.
Statistik	: kumpulan keterangan berbentuk angka-angka yang disusun, diatur, dan disajikan dalam bentuk daftar, tabel, atau disertai dengan gambar-gambar yang disebut diagram atau grafik untuk memperjelas persoalan yang sedang dipelajari.
Statistika	: cabang ilmu matematika yang mempelajari tentang pengumpulan, pengolahan, penyajian, dan penelaahan (analisis) data untuk membuat kesimpulan dan keputusan suatu permasalahan di berbagai bidang.
Substitusi	: penggantian.



A

Aksioma 22
 Aktiva
 lancar 121
 tetap 121, 126
 Amortisasi 126, 127
 Angka bunga 81, 82, 84
 Angsuran
 98, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108,
 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118,
 119, 120, 121, 128, 129, 132, 133, 134, 135
 Anuitas
 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116,
 117, 118, 119, 120, 121, 129, 132, 133, 134,
 135, 136
 pada obligasi 118
 Array 30, 37

B

Bagian bunga 108, 109
 Batas
 atas kelas 28, 29
 bawah kelas 28, 29, 30
 Bunga 75, 77, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 87,
 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97
 majemuk 75, 77, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 96,
 97
 tunggal 75, 77, 80, 81, 82, 83, 84, 88, 92, 93

C

Catatan kaki 26, 27
 Counting Rules 2

D

Data
 diskrit 24
 primer 24
 Deret geometri 98, 99, 100, 101, 102, 103, 107,
 110, 111, 114, 128, 129
 Diagram
 batang 32
 garis 32
 lingkaran 32, 33
 Venn 14, 15, 17
 Diskonto 77, 85, 86, 87, 88

F

Filling Slots 2
 Frekuensi
 harapan 12, 13, 18, 19
 kumulatif 30, 31, 35, 36, 44, 45
 relatif 30, 31, 36

H

Himpunan semesta 11
 Histogram 32, 34, 35, 36, 37, 44, 46

I

interval kelas 28, 29, 30, 31, 36

J

Jangkauan
 persentil 50, 60, 61, 62, 64, 71, 73
 semi interkuartil 50, 55, 56, 57, 67, 70, 71,
 73, 74
 Judul
 baris 25, 26, 27
 kolom 25, 26, 27
 tabel 25, 26, 27

K

Kejadian 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20
 saling lepas 14, 15, 18
 tidak saling lepas 13, 14, 16, 18
 Koefisien variasi 50, 63, 65, 71, 73
 Kombinasi 1, 2
 Kurva ogive negatif 32, 35, 36

M

Mean 21, 37, 39, 40
 Measurement of dispersion 50
 Median 21, 37, 43, 44, 45, 48
 Metode
 jumlah bilangan tahun 125, 136
 menurun ganda 126
 penyusutan 121
 satuan hasil produksi 124, 125, 136
 Modus 21, 37, 45, 46, 47, 48

**N**

Nilai

akhir 75, 76, 77, 81, 86, 87, 88, 89, 92, 93,
94, 96, 97

standar 50, 53

tunai 76, 77, 85, 86, 88, 94, 96, 97

Nomor tabel 25, 26, 27

Notasi sigma 98, 99, 100, 101, 103, 128, 129

P

Peluang

dua kejadian saling bebas 15

gabungan 13, 18

kejadian bersyarat 16, 18

komplemen 15

suatu kejadian 11, 18

Pembagi tetap 81, 82, 84

Pembulatan

ke atas 117, 118

ke bawah 117

Penyusutan 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126,
127, 129, 130, 134, 136

Perhitungan bunga majemuk 92

Permutasi 1, 2, 4, 5, 6

berulang 7, 18

siklis 6

Persen

di atas seratus 75, 77, 78, 87

di bawah seratus 75, 77, 85

Persentil 50, 60, 61, 64, 71, 73

Poligon 32, 34, 35, 36, 37

Populasi 21, 23, 24, 25

Probability theory 2

R

Range 50, 51, 64, 69, 73

Rente

kekal 105, 106, 135

kekal postnumerando 105, 106, 135

kekal prenumerando 105

Prenumerando 97

terbatas 97

Ruang sampel 11, 13

Rumus

anuitas 110, 129

Sturges 28

S

Sampel 21, 23, 24, 25, 32, 37

Sampling 23, 24

Simpangan

baku 50, 52, 53, 62, 64, 65, 67, 69, 70

rata-rata 50, 51, 52, 64, 65, 67, 69, 73

Sisa pinjaman 109, 110, 111, 112, 113, 114,
115, 116, 117, 129, 136

Sistem

tabungan 75, 79

turus 29, 30

Statistik 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 37, 48

Statistika 21, 22, 23, 24, 25

T

Tabel

distribusi frekuensi

25, 26, 27, 28, 29, 30, 34, 36

ikhtisar 25

Tepi kelas 29, 36, 46

Titik sampel 11, 19

Tubuh tabel 26, 27

U

ukuran penyebaran data 50, 51

V

variansi 50, 52, 64, 65, 67, 69, 70, 73



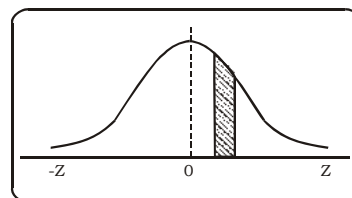
Tabel Harga Titik dari Product Moment

<i>n</i>	Interval Kepercayaan		<i>n</i>	Interval Kepercayaan		<i>n</i>	Interval Kepercayaan	
	95%	99%		95%	99%		95%	99%
1	2	3	1	2	3	1	2	3
3	0,997	0,999	26	0,388	0,496	55	0,266	0,345
4	0,950	0,990	27	0,381	0,487	60	0,254	0,330
5	0,878	0,959	28	0,371	0,478	65	0,244	0,317
6	0,811	0,917	29	0,367	0,470	70	0,235	0,306
7	0,754	0,874	30	0,361	0,463	75	0,227	0,296
8	0,707	0,874	31	0,355	0,456	80	0,220	0,286
9	0,666	0,798	32	0,349	0,449	85	0,213	0,278
10	0,632	0,765	33	0,344	0,442	90	0,207	0,270
11	0,602	0,735	34	0,339	0,436	95	0,202	0,263
12	0,576	0,708	35	0,334	0,430	100	0,195	0,256
13	0,553	0,684	36	0,329	0,424	125	0,176	0,230
14	0,532	0,661	37	0,325	0,418	150	0,159	0,210
15	0,514	0,641	38	0,320	0,413	175	0,148	0,194
16	0,497	0,623	39	0,316	0,408	200	0,138	0,181
17	0,482	0,606	40	0,312	0,403	300	0,113	0,148
18	0,468	0,590	41	0,308	0,396	400	0,098	0,128
19	0,456	0,575	42	0,304	0,393	500	0,088	0,115
20	0,444	0,561	43	0,301	0,389	600	0,080	0,105
21	0,433	0,549	44	0,297	0,384	700	0,074	0,097
22	0,423	0,537	45	0,294	0,380	800	0,070	0,091
23	0,413	0,526	46	0,291	0,376	900	0,065	0,086
24	0,404	0,515	47	0,288	0,372	1.000	0,062	0,081
25	0,396	0,505	48	0,284	0,368			
			49	0,281	0,364			
			50	0,279	0,361			

n = Jumlah pasangan yang digunakan untuk menghitung *r*



TABEL KURVA NORMAL
Persentase Daerah Kurva Normal
dari 0 sampai z



Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	00,00	00,40	00,80	01,20	01,60	01,99	02,39	02,79	03,19	03,59
0,1	03,98	04,38	04,78	05,17	05,57	05,96	06,36	06,75	07,14	07,53
0,2	07,93	08,32	08,71	09,10	09,48	09,87	10,26	10,64	11,03	11,41
0,3	11,79	12,17	12,55	12,93	13,31	13,68	14,06	14,43	14,80	15,17
0,4	15,54	15,91	16,28	16,64	17,00	17,36	17,72	18,08	18,44	18,79
0,5	19,15	19,50	19,85	20,19	20,54	20,88	21,23	21,57	21,90	22,24
0,6	22,57	22,91	23,24	23,57	23,89	24,22	24,54	24,86	25,17	25,49
0,7	25,80	26,11	26,42	26,73	27,03	27,34	27,64	27,94	28,23	28,52
0,8	28,81	29,10	29,39	29,67	29,95	30,51	30,51	30,78	31,06	31,33
0,9	31,59	31,86	32,12	32,38	32,89	33,15	33,15	33,40	33,65	33,89
1,0	32,13	34,38	34,61	34,85	35,08	35,31	35,54	35,77	35,99	36,21
1,1	36,43	36,65	36,86	37,08	37,29	37,49	37,70	37,90	38,10	38,30
1,2	38,49	38,69	38,88	39,07	39,25	39,44	39,62	39,80	39,97	40,15
1,3	40,32	40,49	40,66	40,82	40,99	41,15	41,31	41,47	41,62	41,77
1,4	41,92	42,07	42,22	42,36	42,51	42,65	42,79	42,92	43,06	43,19
1,5	43,42	43,45	43,57	43,70	43,82	43,94	44,06	44,18	44,29	44,41
1,6	44,52	44,63	44,74	44,84	44,95	45,05	45,15	45,25	45,35	45,45
1,7	45,54	45,64	45,73	45,82	45,91	45,99	46,06	46,13	46,19	46,26
1,8	46,41	46,49	46,56	46,64	46,71	46,78	46,86	46,93	46,99	47,06
1,9	47,13	47,19	47,26	47,32	47,38	47,44	47,50	47,56	47,61	47,67
2,0	47,72	47,78	47,83	47,88	47,93	47,98	48,03	48,08	48,12	48,17
2,1	48,21	48,26	48,30	48,34	48,38	48,42	48,46	48,50	48,54	48,57
2,2	48,61	48,64	48,68	48,71	48,75	48,78	48,81	48,84	48,87	48,90
2,3	48,93	48,96	48,98	49,01	49,04	49,06	49,09	49,11	49,13	49,16
2,4	49,18	49,20	49,22	49,25	49,27	49,29	49,31	49,32	49,34	49,36
2,5	49,38	49,40	49,41	49,43	49,45	49,46	49,48	49,49	49,51	49,52
2,6	49,53	49,55	49,56	49,57	49,59	49,60	49,61	49,62	49,63	49,64
2,7	49,65	49,66	49,67	49,68	49,69	49,70	49,71	49,72	49,73	49,74
2,8	49,74	49,75	49,76	49,77	49,77	49,78	49,79	49,79	49,80	49,81
2,9	49,81	49,82	49,82	49,83	49,84	49,84	49,85	49,85	49,86	49,86
3,0	49,87	49,87	49,87	49,88	49,88	49,89	49,89	49,89	49,90	49,90
3,1	49,90	49,91	49,91	49,91	49,92	49,92	49,92	49,92	49,93	49,93
3,2	49,93	49,93	49,94	49,94	49,94	49,94	49,94	49,95	49,95	49,95
3,3	49,95	49,95	49,95	49,96	49,96	49,96	49,96	49,96	49,96	49,97
3,4	49,97	49,97	49,97	49,97	49,97	49,97	49,97	49,97	49,97	49,98
3,5	49,98	49,98	49,98	49,98	49,98	49,98	49,98	49,98	49,98	49,98
3,6	49,98	49,98	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99
3,7	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99
3,8	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99
3,9	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00

Catatan: $Z = \frac{x - \bar{x}}{SD}$



Tabel 1 Logaritma

<i>n</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.000	004	009	013	017	021	025	029	033	037
11	.041	045	049	053	057	061	064	068	072	076
12	.079	083	086	090	093	097	100	104	107	111
13	.114	117	121	124	127	130	134	137	140	143
14	.146	149	152	155	158	161	164	167	170	173
15	.176	179	182	185	188	190	193	196	199	201
16	.204	207	210	212	215	217	220	223	225	228
17	.230	233	236	238	241	243	246	248	250	253
18	.255	258	260	262	265	267	270	272	274	276
19	.279	281	283	286	288	290	292	294	297	299
20	.301	303	305	307	310	312	314	316	318	320
21	.322	324	326	328	330	332	334	336	338	340
22	.342	344	346	348	350	352	354	356	368	360
23	.362	364	365	367	369	371	373	375	377	378
24	.380	382	384	386	387	389	391	393	394	396
25	.398	400	401	403	405	407	408	410	412	413
26	.415	417	418	420	422	423	425	427	428	430
27	.431	433	435	436	438	439	441	442	444	446
28	.447	449	450	452	453	455	456	458	459	461
29	.462	464	465	467	468	470	471	473	474	476
30	.477	479	480	481	483	484	486	487	489	490
31	.491	493	494	496	497	498	500	501	502	504
32	.505	507	508	509	511	512	513	515	516	517
33	.519	520	521	522	524	525	526	528	529	530
34	.531	533	534	535	537	538	539	540	542	543
35	.544	545	547	548	549	550	551	553	554	555
36	.556	558	559	560	561	562	563	565	566	567
37	.568	569	571	572	573	574	575	576	577	579
38	.580	581	582	583	584	585	587	588	589	590
39	.591	592	593	594	595	597	598	599	600	601
40	.602	603	604	605	606	607	609	610	611	612
41	.613	614	615	616	617	618	619	620	621	622
42	.623	624	625	626	627	628	629	630	631	632
43	.633	634	635	636	637	638	639	640	641	642
44	.643	644	645	646	647	648	649	650	651	652
45	.653	654	655	656	657	658	659	660	661	662
46	.663	664	665	666	667	667	668	669	670	671
47	.672	673	674	675	676	677	678	679	679	680
48	.681	682	683	684	685	686	687	688	688	689
49	.690	691	692	693	694	695	695	696	697	698
50	.699	700	701	702	702	703	704	705	706	707
51	.708	708	709	710	711	712	713	713	714	715
52	.716	717	718	719	719	720	721	722	723	723
53	.724	725	726	727	728	728	729	730	731	732
54	.732	733	734	735	736	736	737	738	739	740



Tabel 1 Logaritma (lanjutan)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	.740	741	742	743	744	744	746	746	747	747
56	.748	749	750	751	751	752	753	754	754	755
57	.756	757	757	758	759	760	760	761	762	763
58	.763	764	765	766	766	767	768	769	769	770
59	.771	772	772	773	774	775	775	776	777	777
60	.778	779	780	780	781	782	782	783	784	785
61	.785	786	787	787	788	789	790	790	791	792
62	.792	793	794	794	795	796	797	797	798	799
63	.799	800	801	801	802	803	803	804	805	806
64	.806	807	808	808	809	810	810	811	812	812
65	.813	814	814	815	816	816	817	818	818	819
66	.820	820	821	822	822	823	823	824	825	825
67	.826	827	827	828	829	829	830	831	831	832
68	.833	833	834	834	835	836	836	837	838	838
69	.839	839	840	841	841	842	843	843	844	844
70	.845	846	846	847	848	848	849	849	850	851
71	.851	852	852	853	854	854	855	856	856	857
72	.857	858	859	859	860	860	861	862	862	863
73	.863	864	865	865	866	866	867	867	868	869
74	.869	870	870	871	872	872	873	873	874	874
75	.875	876	876	877	877	878	879	879	880	880
76	.881	881	882	883	883	884	884	885	885	886
77	.886	887	888	888	889	889	890	890	891	892
78	.892	893	893	894	894	895	895	896	897	897
79	.898	898	899	899	900	900	901	901	902	903
80	.903	904	904	905	905	906	906	907	907	908
81	.908	909	910	910	911	911	912	912	913	913
82	.914	914	915	915	916	916	917	918	918	919
83	.919	920	920	921	921	922	922	923	923	924
84	.924	925	925	926	926	927	927	928	928	929
85	.929	930	930	931	931	932	932	933	933	934
86	.934	935	936	936	937	937	938	938	939	939
87	.940	940	941	941	941	942	943	943	943	944
88	.944	945	945	946	946	947	947	948	948	949
89	.949	950	950	951	951	952	952	953	953	954
90	.954	955	955	956	956	957	957	958	958	959
91	.959	960	960	960	961	961	962	962	963	963
92	.964	964	965	965	966	966	967	967	968	968
93	.968	969	969	970	970	971	971	972	972	973
94	.973	974	974	975	975	975	976	976	977	977
95	.978	978	979	979	980	980	980	981	981	982
96	.982	983	983	984	984	985	985	985	986	986
97	.987	987	988	988	989	989	989	990	990	991
98	.991	992	992	993	993	993	994	994	995	995
99	.996	996	997	997	997	998	998	999	999	1,000



Tabel 2 Antilogaritma

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.00	100	100	100	101	101	101	101	102	102	102
.01	102	103	103	103	103	104	104	104	104	104
.02	105	105	105	105	106	106	106	106	107	107
.03	107	107	108	108	108	108	109	109	109	109
.04	110	110	110	110	111	111	111	111	112	112
.05	112	112	113	113	113	114	114	114	114	115
.06	115	115	115	116	116	116	116	117	117	117
.07	117	118	118	118	119	119	119	119	120	120
.08	120	121	121	121	121	122	122	122	122	123
.09	123	123	124	124	124	124	125	125	125	126
.10	126	126	126	127	127	127	128	128	128	129
.11	129	129	129	130	130	130	131	131	131	132
.12	132	132	132	133	133	133	134	134	134	135
.13	135	135	136	136	136	136	137	137	137	138
.14	138	138	139	139	139	140	140	140	141	141
.15	141	142	142	142	143	143	143	144	144	144
.16	145	145	145	146	146	146	147	147	147	148
.17	148	148	149	149	149	150	150	150	151	151
.18	151	152	152	152	153	153	153	154	154	155
.19	155	155	156	156	156	157	157	157	158	158
.20	158	159	159	160	160	160	161	161	161	160
.21	162	163	163	163	164	164	164	165	165	166
.22	166	166	167	167	167	168	168	169	169	169
.23	170	170	171	171	171	172	172	173	173	173
.24	174	174	175	175	175	176	176	177	177	177
.25	178	178	179	179	179	180	180	181	181	182
.26	182	182	183	183	184	184	185	185	185	186
.27	186	187	187	188	188	188	189	189	190	190
.28	191	191	191	192	192	193	193	194	194	195
.29	195	195	196	196	197	197	198	198	199	199
.30	200	200	200	201	201	202	202	203	203	204
.31	204	205	205	206	206	207	207	207	208	208
.32	209	209	210	210	211	211	212	212	213	213
.33	214	214	215	215	216	216	217	217	218	218
.34	219	219	220	220	221	221	222	222	223	223
.35	224	224	225	225	226	226	227	228	228	229
.36	229	230	230	231	231	232	232	233	233	234
.37	234	235	236	236	237	237	238	238	239	239
.38	240	240	241	242	242	243	243	244	244	245
.39	245	246	247	247	248	248	249	249	250	251
.40	251	252	252	253	254	254	255	255	256	256
.41	257	258	258	259	259	260	261	261	262	262
.42	263	264	264	265	265	266	267	267	268	269
.43	269	270	270	271	272	272	273	274	274	275
.44	275	276	277	277	278	279	279	280	281	281
.45	282	282	283	284	284	285	286	286	287	288
.46	288	289	290	290	291	292	292	293	294	294
.47	295	296	296	297	298	299	299	300	301	301
.48	302	303	303	304	305	305	306	307	308	308
.49	309	310	310	311	312	313	313	314	315	316



Tabel 2 Antilogaritma (lanjutan)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.50	316	317	318	318	319	320	321	321	322	323
.51	324	324	325	326	327	327	328	329	330	330
.52	331	332	333	333	334	335	336	337	337	338
.53	339	340	340	341	342	343	344	344	345	346
.54	347	348	348	349	350	351	352	352	353	354
.55	355	356	356	357	358	359	360	361	361	362
.56	363	364	365	366	366	367	368	369	370	371
.57	372	372	373	374	375	376	377	378	378	379
.58	380	381	382	383	384	385	385	386	387	388
.59	389	390	391	392	393	394	394	395	396	397
.60	398	399	400	401	402	403	404	405	406	406
.61	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416
.62	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426
.63	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436
.64	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446
.65	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456
.66	457	458	459	460	461	462	463	465	466	467
.67	468	469	470	471	472	473	474	475	476	478
.68	479	480	481	482	483	484	485	486	488	489
.69	490	491	492	493	494	495	497	498	499	500
.70	501	502	504	505	506	507	508	509	511	512
.71	513	514	515	516	518	519	520	521	522	524
.72	525	526	527	528	530	531	532	533	535	536
.73	537	538	540	541	542	543	545	546	547	548
.74	550	551	552	553	555	556	557	558	560	561
.75	562	564	565	566	568	569	570	571	573	574
.76	575	577	578	579	581	582	583	585	586	587
.77	589	590	592	593	594	596	597	598	600	601
.78	603	604	605	607	608	610	611	612	614	615
.79	617	618	619	621	622	624	625	627	628	630
.80	631	632	634	635	637	638	640	641	643	644
.81	646	647	649	650	652	653	655	656	658	659
.82	661	662	664	665	667	668	670	671	673	675
.83	676	678	679	681	682	684	685	687	689	690
.84	692	693	695	697	698	700	701	703	705	706
.85	708	710	711	713	714	716	718	719	721	723
.86	724	726	728	729	731	733	735	736	738	740
.87	741	743	745	746	748	750	752	753	755	757
.88	759	760	763	764	766	767	769	771	773	774
.89	776	778	780	782	783	785	787	789	791	793
.90	794	796	798	800	802	804	805	807	809	811
.91	813	815	817	818	820	822	824	826	828	830
.92	832	834	836	838	839	840	843	845	847	849
.93	851	853	855	857	859	861	863	865	867	869
.94	871	873	875	877	879	881	883	885	887	889
.95	891	893	895	897	899	902	904	906	908	910
.96	912	914	916	918	920	923	925	927	929	931
.97	933	935	938	940	942	944	946	948	951	953
.98	955	957	959	962	964	966	968	971	973	975
.99	977	979	982	984	986	989	991	993	995	998


Tabel 3 Nilai Akhir; $S_{\overline{n}|i} = (1+i)^n$

n	1,5%	2%	2,5%	3%	3,5%	4%	n
1	1,015	1,02	1,025	1,03	1,035	1,04	1
2	1,0302 25	1,0404	1,0506 25	1,0609	1,1087 1788	1,0816	2
3	1,0456 7838	1,0612 08	1,0768 9063	1,0927 27	1,1087 1788	1,1248 64	3
4	1,0613 6355	1,0824 3216	1,1038 1289	1,1255 0881	1,1475 2300	1,1698 5856	4
5	1,0772 8400	1,1040 8080	1,1314 0821	1,1592 7407	1,1876 8631	1,2166 5290	5
6	1,0934 4326	1,1261 6242	1,1596 9342	1,1940 5230	1,2292 5533	1,2653 1902	6
7	1,1098 4491	1,1486 6567	1,1886 8575	1,2298 7387	1,2722 7926	1,3159 3178	7
8	1,1264 9259	1,1716 5938	1,2184 0290	1,2667 7008	1,3168 0904	1,3685 6905	8
9	1,1433 8998	1,1950 9257	1,2488 6297	1,3047 7318	1,3628 9735	1,4233 1181	9
10	1,1605 4083	1,2189 9442	1,2800 8454	1,3439 1638	1,4105 9876	1,4802 4428	10
11	1,1779 4894	1,2433 7431	1,3120 8666	1,3842 3387	1,4599 6972	1,5394 5406	11
12	1,1956 1817	1,2682 4179	1,3448 8882	1,4257 6089	1,5110 6866	1,6010 3222	12
13	1,2135 5244	1,2936 0663	1,3785 1104	1,4685 3371	1,5639 5606	1,6650 7351	13
14	1,2317 5573	1,3194 7876	1,4129 7382	1,5125 8972	1,6186 9452	1,7316 7645	14
15	1,2502 3207	1,3458 6834	1,4482 9817	1,5579 6742	1,6753 4883	1,8009 4351	15
16	1,2689 8555	1,3727 8571	1,4845 0562	1,6047 0644	1,7339 8604	1,8729 8125	16
17	1,2880 2033	1,4002 4242	1,5216 1826	1,6528 4763	1,7946 7555	1,9479 0050	17
18	1,3073 4064	1,4282 4625	1,5596 5872	1,7024 3306	1,8574 8920	2,0258 1652	18
19	1,3269 5075	1,4568 1117	1,5986 5019	1,7535 0605	1,9225 0132	2,1068 4918	19
20	1,3468 5501	1,4859 4740	1,6386 1644	1,8061 1123	1,9897 8886	2,1911 2314	20
21	1,3670 5783	1,5156 6634	1,6795 8185	1,8602 9457	2,0594 3147	2,2787 6807	21
22	1,3875 6370	1,5459 7967	1,7215 7140	1,9161 0341	2,1315 1158	2,3699 1879	22
23	1,4083 7715	1,5768 9926	1,7646 1068	1,9735 8651	2,2061 1448	2,4647 1554	23
24	1,4295 0281	1,6084 3725	1,8087 2595	2,0327 9411	2,2833 2849	2,5633 0416	24
25	1,4509 4535	1,6406 0599	1,8539 4410	2,0937 7793	2,3632 4498	2,6658 3633	25
26	1,4727 0953	1,6734 1811	1,9002 9270	2,1565 9127	2,4495 5856	2,7724 6978	26
27	1,4948 0018	1,7068 8648	1,9478 0002	2,2212 8901	2,5315 6711	2,8839 6858	27
28	1,5172 2218	1,7410 2421	1,9964 9502	2,2879 2768	2,6201 7196	2,9987 0332	28
29	1,5399 8051	1,7758 4469	2,0464 0739	2,3565 6551	2,7118 7798	3,1186 5145	29
30	1,5630 8022	1,8113 6158	2,0975 6758	2,4272 6247	2,8067 9370	3,2433 9751	30
31	1,5865 2642	1,8475 8882	2,1500 0677	2,5000 8035	2,9050 3148	3,3731 3341	31
32	1,6103 2432	1,8845 4059	2,2037 5694	2,5750 8276	3,0067 0759	3,5080 5875	32
33	1,6344 7918	1,9222 3140	2,2588 5086	2,6523 3524	3,1119 4235	3,6483 8110	33
34	1,6589 9637	1,9606 7603	2,3153 2213	2,7319 0530	3,2208 6033	3,7943 1634	34
35	1,6838 8132	1,9998 8955	2,3732 0519	2,8138 6245	3,3335 9045	3,9460 8899	35
36	1,7091 3954	2,0398 8734	2,4325 3532	2,8982 7833	3,4502 6611	4,1039 3255	36
37	1,7347 7663	2,0806 8509	2,4933 4870	2,9852 2668	3,5710 2543	4,2680 8986	37
38	1,7607 9828	2,1222 9879	2,5556 8242	3,0747 8348	3,6960 1132	4,4388 1345	38
39	1,7872 1025	2,1647 4477	2,6195 7448	3,1670 2698	3,8253 7171	4,6163 6599	39
40	1,8140 1841	2,2080 3966	2,6850 6384	3,2620 3779	3,9592 5972	4,8010 2063	40
41	1,8412 2868	2,2522 0046	2,7521 9043	3,3598 9893	4,0978 3381	4,9930 6145	41
42	1,8688 4712	2,2972 4447	2,8209 9520	3,4606 9589	4,2412 5799	5,1927 8391	42
43	1,8968 7982	2,3431 8936	2,8915 2008	3,5645 1677	4,3897 0202	5,4004 9527	43
44	1,9253 3302	2,3900 5314	2,9638 0808	3,6714 5227	4,5433 4160	5,6165 1508	44
45	1,9542 1301	2,4378 5421	3,0379 0328	3,7815 9584	4,7023 5855	5,8411 7568	45
46	1,9835 2621	2,4866 1129	3,1138 5086	3,8950 4372	4,8669 4110	6,0748 2271	46
47	2,0132 7910	2,5363 4352	3,1916 9713	4,0118 9503	5,0372 8404	6,3178 1562	47
48	2,0434 7829	2,5870 7039	3,2714 8956	4,1322 5188	5,2135 8898	6,5705 2824	48
49	2,0742 3046	2,6388 1179	3,3532 7680	4,2562 1944	5,3960 6459	6,8333 4937	49
50	2,1052 4242	2,6915 8803	3,4371 0872	4,3839 0602	5,5849 2689	7,1066 8335	50

**Tabel 3 Nilai Akhir; $S_{\overline{n}|i} = (1+i)^n$ (Lanjutan)**

n	4,5%	5%	5,5%	6%	6,5%	7%	n
1	1,045	1,05	1,055	1,06	1,065	1,07	1
2	1,0920 25	1,1025	1,1125	1,1236	1,1342 25	1,1449	2
3	1,1411 6613	1,1576 25	1,1742 4138	1,1910 16	1,2079 4963	1,2250 43	3
4	1,1925 1860	1,2155 0625	1,2388 2465	1,2624 7696	1,2864 6635	1,3107 9601	4
5	1,2461 8194	1,2762 8156	1,3069 6001	1,3382 2558	1,3700 8666	1,4025 5173	5
6	1,3022 6012	1,3400 9564	1,3788 4281	1,4185 1911	1,4591 4230	1,5007 3035	6
7	1,3608 6183	1,4071 0042	1,4546 7916	1,5036 3026	1,5539 8655	1,6057 8148	7
8	1,4221 0061	1,4774 5544	1,5346 8651	1,5938 4807	1,6549 9567	1,7181 8618	8
9	1,4860 9514	1,5513 2822	1,6190 9427	1,6894 7896	1,7625 7039	1,8384 5921	9
10	1,5529 6942	1,6288 9463	1,7081 4446	1,7908 4770	1,8771 3747	1,9671 5136	10
11	1,6228 5305	1,7103 3936	1,8020 9240	1,8982 9856	1,9991 5140	2,1048 5195	11
12	1,6958 8143	1,7958 5633	1,9012 0749	2,0121 9647	2,1290 9624	2,2521 9159	12
13	1,7721 9610	1,8856 4914	2,0057 7390	2,1329 2826	2,2674 8750	2,4098 45	13
14	1,8519 4492	1,9799 3160	2,1160 9146	2,2609 0396	2,4148 7419	2,5785 3415	14
15	1,9352 8244	2,0789 2818	2,2324 7649	2,3965 5819	2,5718 4101	2,7590 3154	15
16	2,0223 7015	2,1828 7459	2,3552 6270	2,5403 5168	2,7390 1067	2,9521 6375	16
17	2,1133 7681	2,2920 1832	2,4848 0215	2,6927 7279	2,9170 4637	3,1588 1521	17
18	2,2084 7877	2,4066 1923	2,6214 6627	2,8543 3915	3,1066 5438	3,3799 3228	18
19	2,3078 6031	2,5269 5020	2,7656 4691	3,0255 9950	3,3085 8691	3,6165 2754	19
20	2,4117 1402	2,6532 9771	2,9177 5749	3,2071 3547	3,5236 4506	3,8696 8446	20
21	2,5202 4116	2,7859 6259	3,0782 3415	3,3995 6360	3,7526 8199	4,1405 6238	21
22	2,6336 5210	2,9252 6072	3,2475 3703	3,6035 3742	3,9966 0632	4,4304 0174	22
23	2,7521 6635	3,0715 2376	3,4261 5157	3,8197 4966	4,2563 8573	4,7405 2986	23
24	2,8760 1383	3,2250 9994	3,6145 8990	4,0489 3464	4,5330 5081	5,0723 6695	24
25	3,0054 3446	3,3863 5494	3,8133 9235	4,2918 7072	4,8276 9911	5,4274 3264	25
26	3,1406 7901	3,5556 7269	4,0231 2983	4,5493 8296	5,1414 9955	5,8073 5293	26
27	3,2820 0956	3,7334 5632	4,2444 0102	4,8223 4594	5,4756 9702	6,2138 6763	27
28	3,4296 9999	3,9201 2914	4,4778 4307	5,1116 8670	5,8316 1733	6,6488 3836	28
29	3,5840 3649	4,1161 3560	4,7241 2444	5,4183 8790	6,2106 7245	7,1142 5705	29
30	3,7453 1813	4,3219 4238	4,9839 5129	5,7434 9117	6,6143 6616	7,6122 5504	30
31	3,9138 5745	4,5380 3949	5,2580 6861	6,0881 0064	7,0442 9996	8,1451 1290	31
32	4,0899 8104	4,7649 4147	5,5472 6238	6,4533 8668	7,5021 7946	8,7152 7080	32
33	4,2740 3018	5,0031 8854	5,8523 6181	6,8405 8988	7,9898 2113	9,3253 3975	33
34	4,4663 6154	5,2533 4797	6,1742 4171	7,2510 2528	8,5091 5950	9,9781 1364	34
35	4,6673 4781	5,5160 1537	6,5138 2501	7,6860 8679	9,0622 5487	10,6765 8148	35
36	4,8773 7846	5,7918 1614	6,8720 8538	8,1472 5200	9,6513 0143	11,4239 4219	36
37	5,0968 6049	6,0814 0694	7,2500 5008	8,6360 8712	10,2786 3603	12,2236 1814	37
38	5,3262 1921	6,3854 7729	7,6488 0283	9,1542 5235	10,9467 4737	13,0792 7141	38
39	5,5658 9908	6,7047 5115	8,0694 8699	9,7035 0749	11,6582 8595	13,9948 2041	39
40	5,8163 6454	7,0399 8871	8,5133 0877	10,2857 1794	12,4160 7453	14,9744 5784	40
41	6,0781 0094	7,3919 8815	8,9815 4076	10,9028 6101	13,2231 1938	16,0226 6989	41
42	6,3516 1548	7,7615 8756	9,4755 2550	11,5570 3267	14,0826 2214	17,1442 5678	42
43	6,6374 3818	8,1496 6693	9,9966 7940	12,2504 5463	14,9979 9258	18,3443 5475	43
44	6,9361 2290	8,5571 5028	10,5464 9677	12,9854 8191	15,9728 6209	19,6284 5959	44
45	7,2482 4843	8,9850 0779	11,1265 5409	13,7646 1083	17,0110 9813	21,0024 5176	45
46	7,5744 1961	9,4342 5818	11,7385 1456	14,5904 8748	18,1168 1951	22,4726 2338	46
47	7,9152 6849	9,9059 7109	12,3841 3287	15,4659 1673	19,2944 1278	24,0457 0703	47
48	8,2714 5557	10,4012 6965	13,0652 6017	16,3938 7173	20,5485 4961	25,7289 0651	48
49	8,6436 7107	10,9213 3313	13,7838 4948	17,3775 0403	21,8842 0533	27,5299 2997	49
50	9,0326 3627	11,4673 9379	14,5419 6120	18,4201 5427	23,3066 7868	29,4570 2506	50


Tabel 3 Nilai Akhir; $S_{\overline{n}|i} = (1+i)^n$ (Lanjutan)

n	7,5%	8%	8,5%	9%	9,5%	10%	n
1	1,075	1,08	1,085	1,09	1,095	1,1	1
2	1,1556 25	1,1664	1,1772 25	1,1881	1,1990 25	1,21	2
3	1,2422 9688	1,2597 12	1,2772 8913	1,2950 29	1,3129 3238	1,331	3
4	1,3354 6914	1,3604 8896	1,3858 5870	1,4115 8161	1,4376 6095	1,4641	4
5	1,4356 2933	1,4693 2808	1,5036 5669	1,5386 2395	1,5742 3874	1,6105 1	5
6	1,5433 0153	1,5868 7432	1,6314 6751	1,6771 0011	1,7237 9142	1,7715 61	6
7	1,6590 4914	1,7138 2427	1,7701 4225	1,8280 3912	1,8875 5161	1,9487 171	7
8	1,7834 7783	1,8509 3021	1,9206 0434	1,9925 6264	2,0668 6901	2,1435 8881	8
9	1,9172 3866	1,9990 0463	2,0838 5571	2,1718 9328	2,2632 2157	2,3579 4769	9
10	2,0610 3156	2,1589 2500	2,2609 8344	2,3673 6368	2,4782 2761	2,5937 4246	10
11	2,2156 0893	2,3316 3900	2,4531 6703	2,5804 2641	2,7136 5924	2,8531 1671	11
12	2,3817 7960	2,5181 7012	2,6616 8623	2,8126 6478	2,9714 5686	3,1384 2838	12
13	2,5604 1307	2,7196 2373	2,8879 2956	3,0658 0461	3,2537 4527	3,4522 7121	13
14	2,7524 4405	2,9371 9362	3,1334 0358	3,3417 2703	3,5628 5107	3,7974 9834	14
15	2,9588 7735	3,1721 6911	3,3997 4288	3,6424 8246	3,9013 2192	4,1772 4817	15
16	3,1807 9315	3,4259 4264	3,6887 2102	3,9703 0588	4,2719 475	4,5949 7299	16
17	3,4193 5264	3,7000 1806	4,0022 6231	4,3276 3341	4,6777 8251	5,0544 7029	17
18	3,6758 0409	3,9960 1950	4,3424 5461	4,7171 2042	5,1221 7185	5,5599 1731	18
19	3,9514 8940	4,3157 0106	4,7115 6325	5,1416 6126	5,6087 7818	6,1159 0905	19
20	4,2478 511	4,6609 5714	5,1120 4613	5,6044 1077	6,1416 1210	6,7274 9995	20
21	4,5664 3993	5,0338 3372	5,5465 7005	6,1088 0774	6,7250 6525	7,4002 4994	21
22	4,9089 2293	5,4365 4041	6,0180 2850	6,6586 0043	7,3639 4645	8,1402 7494	22
23	5,2770 9215	5,8714 6365	6,5295 6092	7,2578 7447	8,0635 2137	8,9543 0243	23
24	5,6728 7406	6,3411 8074	7,0845 736	7,9110 8318	8,8295 5590	9,8497 3268	24
25	6,0983 3961	6,8484 7520	7,6867 6236	8,6230 8066	9,6683 6371	10,8347 0594	25
26	6,5557 1508	7,3963 5321	8,3401 3716	9,3991 5792	10,5868 5826	11,9181 7654	26
27	7,0473 9372	7,9880 6147	9,0490 4881	10,2450 8213	11,5926 0979	13,1099 9419	27
28	7,5759 4824	8,6271 0639	9,8182 1796	11,1671 3952	12,6939 0772	14,4209 9361	28
29	8,1441 4436	9,3172 7490	10,6527 6649	12,1721 8208	13,8998 2896	15,8630 9297	29
30	8,7549 5519	10,0626 5689	11,5582 5164	13,2676 7847	15,2203 1271	17,4494 0227	30
31	9,4115 76828	10,8676 6944	12,5407 0303	14,4617 6953	16,6662 4241	19,1943 425	31
32	10,1174 4509	11,7370 83	13,6066 6279	15,7633 2879	18,2495 3544	21,1137 7675	32
33	10,8762 5347	12,6760 4964	14,7632 2913	17,1820 2838	19,9832 4131	23,2251 5442	33
34	11,6919 7248	13,6901 3361	16,0181 036	18,7284 1093	21,8816 4924	25,5476 6986	34
35	12,5688 7042	14,7853 4429	17,3796 4241	20,4139 6792	23,9604 0591	28,1024 3685	35
36	13,5115 357	15,9681 7184	18,8569 1201	22,2512 2503	26,2366 4448	30,9126 8053	36
37	14,5249 0088	17,2456 2558	20,4597 4953	24,2538 3528	28,7291 257	34,0039 4859	37
38	15,6142 6844	18,6252 7563	22,1988 2824	26,4366 8046	31,4583 9264	37,4043 4344	38
39	16,7853 3858	20,1152 9768	24,0857 2865	28,8159 817	34,4469 3994	41,1447 7779	39
40	18,0442 3897	21,7245 215	26,1330 1558	31,4094 2005	37,7193 9924	45,2592 5557	40
41	19,3975 5689	23,4624 8322	28,3543 219	34,2362 6786	41,3027 4216	49,7851 8112	41
42	20,8523 7366	25,3394 8187	30,7644 3927	37,3175 3197	45,2265 0267	54,7636 9924	42
43	22,4163 0168	27,3666 4042	33,3794 166	40,6761 0984	49,5230 2042	60,2400 6916	43
44	24,0975 2431	29,5559 7166	36,2166 6702	44,3369 5973	54,2277 0736	66,2640 7608	44
45	25,9048 3863	31,9204 4939	39,2950 8371	48,3272 861	59,3793 3956	72,8904 8369	45
46	27,8477 0153	34,4740 8534	42,6351 6583	52,6767 4185	65,0203 7682	80,1795 3205	46
47	29,9362 7915	37,2320 1217	46,2591 5492	57,4176 4862	71,1973 1262	88,1974 8526	47
48	32,1815 0008	40,2105 7314	50,1911 8309	62,5852 37	77,9610 5732	97,0172 3378	48
49	34,5951 1259	43,4274 1899	54,4574 3365	68,2179 0833	85,3673 5777	106,7189 572	49
50	37,1897 4803	46,9016 1251	59,0863 1551	74,3575 2008	93,4772 5675	117,3908 529	50

**Tabel 3 Nilai Akhir; $S_{nt} = (1+i)^n$ (Lanjutan)**

n	10,5%	11%	11,5%	12%	12,5%	13%	n
1	1,105	1,11	1,115	1,12	1,125	1,13	1
2	1,2210 25	1,2321	1,2432 25	1,2544	1,2656 25	1,2769	2
3	1,3492 3263	1,367 6 31	1,3861 9588	1,4049 28	1,4238 2813	1,442 8 97	3
4	1,4909 0205	1,5180 7041	1,5456 0840	1,5735 1936	1,6018 0664	1,6304 7361	4
5	1,6474 4677	1,6850 5816	1,7233 5337	1,7623 4168	1,8020 3247	1,8424 3518	5
6	1,8204 2868	1,8704 1455	1,9215 3900	1,9738 2269	2,0272 8653	2,0819 5175	6
7	2,0115 7369	2,0761 6015	2,1425 1599	2,2106 8141	2,2806 9735	2,3526 0548	7
8	2,2227 8893	2,3045 3777	2,3889 0533	2,4759 6318	2,5657 8451	2,6584 4419	8
9	2,4561 8176	2,5580 3692	2,6636 2944	2,7730 7876	2,8865 0758	3,0040 4194	9
10	2,7140 8085	2,8394 2099	2,9699 4683	3,1058 4821	3,2473 2103	3,3945 6739	10
11	2,9990 5937	3,1517 5730	2,4531 6703	2,5804 2641	2,7136 5924	2,8531 1671	11
12	3,3139 6057	3,4984 5060	3,3114 9071	3,4785 4999	3,6532 3615	3,8358 6115	12
13	3,6619 2643	3,8832 8016	3,6923 1214	3,8959 7599	4,1098 9067	4,3345 231	13
14	4,0464 287	4,3104 4098	4,1169 2804	4,3634 9311	4,6236 2701	4,8980 1110	14
15	4,4713 0371	4,7845 8949	4,5903 7476	4,8871 1229	5,2015 8038	5,5347 5255	15
16	4,9407 9060	5,3108 9433	5,1182 6786	5,4735 6576	5,8517 7793	6,2542 7038	16
17	5,4595 7362	5,8950 9271	5,7068 6867	6,1303 9365	6,5832 5017	7,0673 2553	17
18	6,0328 2885	6,5435 5291	6,3631 5856	6,8660 4089	7,4061 5644	7,9860 7785	18
19	6,6662 7588	7,2633 4373	7,0949 2180	7,6899 6580	8,3319 2600	9,0242 6797	19
20	7,366234842	8,0623 1154	7,9108 3781	8,6127 6169	9,3734 1675	10,1974 228	20
21	8,1396 895	8,9491 6581	8,8205 8415	9,6462 9309	10,5450 9384	11,5230 8776	21
22	8,9943 5690	9,9335 7404	9,8349 5133	10,8038 4826	11,8632 3057	13,0210 8917	22
23	9,9387 6437	11,0262 6719	10,9659 7073	12,1003 1006	13,3461 3439	14,7138 3077	23
24	10,9823 3463	12,2391 5658	12,2270 5737	13,5523 4726	15,0144 0119	16,6266 2877	24
25	12,1354 7977	13,5854 638	13,6331 6896	15,1786 2893	16,8912 0134	18,7880 9051	25
26	13,4097 0514	15,0798 6482	15,2009 834	17,0000 6441	19,0026 0151	21,2305 4227	26
27	14,8177 2418	16,7386 4995	16,9490 9649	19,0400 7214	21,3779 267	23,9905 1277	27
28	16,3735 8522	18,5799 0145	18,8982 4258	21,3248 8079	24,0501 6754	27,1092 7943	28
29	18,092 8 1167	20,6236 9061	21,0715 4048	23,8838 6649	27,0564 3848	30,6334 8575	29
30	19,992 5 569	22,8922 9657	23,4947 6763	26,7499 3047	30,4384 9329	34,6158 389	30
31	22,0917 7537	25,4104 4919	26,1966 6591	29,9599 2212	34,2433 0495	39,1158 9796	31
32	24,4114 1178	28,2055 9861	29,2092 8249	33,5551 1278	38,5237 1807	44,2009 6469	32
33	26,9746 1002	31,3082 1445	32,5683 4998	37,5817 2631	43,3391 8283	49,9470 901	33
34	29,8069 4407	34,7521 1804	36,3137 1022	42,0915 3347	48,7565 8068	56,4402 1181	34
35	32,9366 732	38,5748 5103	40,4897 869	47,1425 1748	54,8511 5327	63,7774 3935	35
36	36,3950 2389	42,8180 8464	45,1461 1239	52,7996 1958	61,7075 4742	72,0685 0647	36
37	40,2165 014	47,5280 7395	50,3379 1532	59,1355 7393	69,4209 9085	81,4374 1231	37
38	44,4392 3404	52,7561 6209	56,1267 7558	66,2318 428	78,0986 1471	92,0242 7591	38
39	49,1053 5362	58,5593 3991	62,5813 5477	74,1796 6394	87,8609 4155	103,9874 318	39
40	54,26141575	65,0008 6731	69,7782 1057	83,0812 2361	98,8435 5924	117,5057 979	40
41	59,9588 644	72,1509 6271	77,8027 0479	93,0509 7044	111,1990 041	132,7815 516	41
42	66,2545 4516	80,0875 6861	86,7500 1584	104,2170 869	125,0988 797	150,0431 533	42
43	73,2112 724	88,8972 0115	96,7262 6766	116,7231 373	140,7362 396	169,5487 633	43
44	80,8984 5601	98,6758 9328	107,8497 884	130,7299 138	158,3282 696	191,5901 025	44
45	89,3927 9389	109,5302 415	120,2525 141	146,4175 035	178,1193 033	216,4968 158	45
46	98,7790 3724	121,5785 681	134,0815 532	163,9876 039	200,3842 162	244,6414 019	46
47	109,1508 362	134,9522 106	149,5009 319	183,6661 163	225,4322 432	276,4447 841	47
48	120,6116 74	149,7969 538	166,6935 39	205,7060 503	253,6112 736	312,3826 061	48
49	133,2758 997	166,2746 187	207,2375 75	258,0376 695	320,9767 682	398,8813 497	49
50	147,2698 692	184,5648 267	231,0698 962	289,0021 898	361,0988 642	450,7359 252	50


Tabel 3 Nilai Akhir; $S_{n\bar{i}} = (1+i)^n$ (Lanjutan)

n	13,5%	14%	14,5%	15%	15,5%	16%	n
1	1,135	1,14	1,145	1,15	1,155	1,16	1
2	1,2882 25	1,2996	1,3110 25	1,3225	1,3340 25	1,3456	2
3	1,4621 3538	1,481 5 44	1,5011 2363	1,520 8 75	1,5407 9888	1,560 8 96	3
4	1,6595 2365	1,6889 6016	1,7187 8655	1,7490 0625	1,7796 2270	1,8106 3936	4
5	1,8835 5934	1,9254 1458	1,9680 106	2,0113 5719	2,0554 6422	2,1003 4166	5
6	2,1378 3986	2,1949 7262	2,2533 7214	2,3130 6077	2,3740 6117	2,4363 9632	6
7	2,4264 4824	2,5022 6879	2,5801 1110	2,6600 1988	2,7420 4066	2,8262 1973	7
8	2,7540 1875	2,8525 8642	2,9542 2721	3,0590 2287	3,1670 5696	3,2784 1489	8
9	3,1258 1128	3,2519 4852	3,3825 9015	3,5178 7629	3,6579 5079	3,8029 6127	9
10	3,5477 958	3,7072 2131	3,8730 6572	4,0455 5774	4,2249 3316	4,4114 3508	10
11	4,0267 4823	4,2262 3230	4,4346 6025	4,652391396	4,8797 9780	5,1172 6469	11
12	4,5703 5925	4,8179 0482	5,0776 8599	5,350250105	5,6361 6645	5,9360 2704	12
13	5,1873 5774	5,4924 1150	5,8139 5046	6,1527 87621	6,5097 7225	6,8857 9137	13
14	5,8876 5104	6,2613 4910	6,6569 7328	7,075705764	7,5187 8695	7,9875 1799	14
15	6,6824 8393	7,1379 3798	7,6222 344	8,1370 61629	8,6841 9893	9,2655 2087	15
16	7,5846 1926	8,1372 4930	8,7274 5839	9,3576 2087	10,0302 4977	10,7480 042	16
17	8,6085 4286	9,2764 6420	9,9929 3986	10,7612 64	11,5849 3848	12,467 6 849	17
18	9,7706 9615	10,5751 6918	11,441 9 1613	12,3754 5361	13,380 6 0394	14,462 5 145	18
19	11,0897 4012	12,0556 9287	13,100 9 9397	14,231 7 7165	15,454 5 9756	16,776 5 168	19
20	12,5868 5504	13,7434 8987	15,000 6 381	16,366 5 3739	17,8500 6018	19,460 7 595	20
21	14,2860 8047	15,667 5 7845	17,175 7 3062	18,82 15 18	20,61 68 195	22,57 44 81	21
22	16,214 7 0134	17,861 0 3944	19,666 2 1156	21,644 7 457	23,81 24 2653	26,186 3 979	22
23	18,403 6 8602	20,361 5 8496	22,51 7 8 1224	24,891 4 5756	27,50 33 5264	30,37 62 216	23
24	20,888 1 8363	23,21 22 0685	25,78 2 8 9502	28,62 5 1 7619	31,7 66 3 723	35,23 64 17	24
25	23,70 80 8842	26,46 1 9 1581	29,52 1 4 1479	32,91 89 5262	36,69 01 6	40,87 42 438	25
26	26,90 86 8035	30,16 65 8403	33,80 20 1994	37,85 67 9551	42,37 71 3481	47,41 41 228	26
27	30,54 13 522	34,38 99 0579	38,70 33 1283	43,53 53 1484	48,94 55 907	55,00 03 824	27
28	34,66 44 3475	39,20 44 926	44,31 52 9319	50,06 56 1207	56,53 21 5726	63,80 04 436	28
29	39,34 41 3344	44,69 31 2156	50,74 10 107	57,57 54 5388	65,29 46 4163	74,00 85 146	29
30	44,65 55 9145	50,95 01 5858	58,09 84 5725	66,21 17 7196	75,41 53 1109	85,84 98 769	30
31	50,68 40 963	58,08 31 8078	66,52 27 3355	76,14 35 3775	87,10 46 8431	99,58 58 572	31
32	57,52 64 493	66,21 48 2609	76,16 85 2992	87,56 50 6841	100,60 59 104	115,51 95 94	32
33	65,29 25 1996	75,48 49 0175	87,21 29 6676	100,69 98 287	116,19 98 265	134,00 27 29	33
34	74,10 70 1015	86,05 27 8799	99,85 88 4694	115,80 48 03	134,21 07 996	155,44 31 66	34
35	84,11 14 5652	98,10 01 7831	114,33 83 797	133,17 55 234	155,01 34 735	180,31 40 73	35
36	95,46 65 0315	111,83 42 033	130,91 74 448	153,15 18 519	179,04 05 619	209,16 43 24	36
37	108,35 44 811	127,49 09 917	149,90 04 743	176,12 46 297	206,79 18 49	242,63 06 16	37
38	122,98 23 36	145,33 97 306	171,63 60 431	202,54 33 242	238,84 45 856	281,45 15 15	38
39	139,58 49 514	165,68 72 929	196,52 32 693	232,92 48 228	275,86 54 964	326,48 37 57	39
40	158,42 89 198	188,88 35 139	225,01 91 434	267,86 35 462	318,62 46 483	378,72 11 58	40
41	179,81 68 24	215,32 72 058	257,64 69 192	308,04 30 782	368,01 14 688	439,31 65 44	41
42	204,09 20 952	245,47 30 146	295,00 57 224	354,24 95 399	425,05 32 465	509,60 71 91	42
43	231,64 45 281	279,83 92 367	337,78 15 522	407,38 69 709	490,93 64 997	591,14 43 41	43
44	262,91 65 394	319,01 67 298	386,75 98 773	468,49 50 165	567,03 16 571	685,72 74 36	44
45	298,41 02 722	363,67 90 72	442,84 00 595	538,76 92 69	654,92 15 64	795,44 38 26	45
46	338,69 56 589	414,59 41 42	507,05 18 681	619,58 46 593	756,43 44 064	922,71 48 38	46
47	384,41 95 729	472,63 73 219	580,57 43 89	712,52 23 582	873,68 17 394	1070,34 92 1	47
48	436,31 62 152	538,80 65 47	664,75 76 754	819,40 07 12	1009,10 24 09	1241,60 50 9	48
49	495,21 89 043	614,23 94 636	761,14 75 383	942,31 08 188	1165,51 32 82	1440,26 19	49
50	562,07 34 564	700,23 29 885	871,51 39 313	1083,65 74 42	1346,16 78 41	1670,70 38	50

**Tabel 3 Nilai Akhir; $S_n = (1+i)^n$ (Lanjutan)**

n	16,5%	17%	17,5%	18%	18,5%	19%	n
1	1,165	1,17	1,175	1,18	1,185	1,19	1
2	1,357225	1,3689	1,380625	1,3924	1,404225	1,4161	2
3	1,58116713	1,601613	1,622234375	1,643032	1,664006625	1,685159	3
4	1,8420597	1,87388721	1,906125391	1,93877776	1,971847851	2,00533921	4
5	2,14599955	2,192448036	2,239697334	2,287757757	2,336639703	2,38635366	5
6	2,50008948	2,565164202	2,631644367	2,699554153	2,768918048	2,839760855	6
7	2,91260424	3,001242116	3,09218213	3,18547390	3,28116789	3,37931542	7
8	3,39318394	3,511453276	3,63331401	3,75885920	3,88818395	4,02138535	8
9	3,95305929	4,108400333	4,26914396	4,43545386	4,60749798	4,78544856	9
10	4,60531407	4,806828389	5,01624415	5,23383555	5,45988510	5,69468379	10
11	5,3651909	5,623989215	5,89408687	6,17592595	6,46996385	6,77667371	11
12	6,25044739	6,580067382	6,92555208	7,28759263	7,66690716	8,06424172	12
13	7,28177121	7,698678837	8,13752369	8,59935930	9,08528498	9,59644764	13
14	8,48326346	9,007454239	9,56159034	10,14724397	10,7660627	11,41977269	14
15	9,88300194	10,53872146	11,23486864	11,97374789	12,7577843	13,5895295	15
16	11,5136973	12,33030411	13,20097066	14,12902251	15,1179744	16,17154011	16
17	13,4134573	14,42645581	15,51114052	16,67224656	17,91479966	19,24413273	17
18	15,6266778	16,87895329	18,22559011	19,67325094	21,2290376	22,90051795	18
19	18,2050796	19,74837535	21,41506838	23,21443611	25,15640955	27,25161636	19
20	21,2089177	23,10559916	25,16270535	27,3930346	29,81034532	32,42942347	20
21	24,7083891	27,03355102	29,56617879	32,32378083	35,32525921	38,59101393	21
22	28,7852734	31,6292547	34,74026008	38,14206138	41,86043216	45,92330658	22
23	33,5348435	37,00622799	40,81980559	45,00763243	49,60461211	54,64873482	23
24	39,0680926	43,29728675	47,96327157	53,10900627	58,78146535	65,0319444	24
25	45,5143279	50,6578255	56,35684409	62,6686274	69,65603644	77,38807338	25
26	53,024192	59,26965584	66,21929181	73,94898033	82,54240318	92,09180733	26
27	61,7731837	69,34549733	77,80766787	87,25979679	97,81274777	109,5892507	27
28	71,966759	81,13423187	91,42400975	102,9665602	115,9081061	130,4112084	28
29	83,8401092	94,92705129	107,4232115	121,500541	137,3511057	155,1893379	29
30	97,6737273	111,06465	126,2222735	143,3706384	162,7610603	184,6753122	30
31	113,789892	129,9456405	148,3111713	169,1773534	192,8718565	219,7636215	31
32	132,566224	152,0363994	174,2656263	199,629277	228,5531499	261,5187095	32
33	154,438487	177,8825873	204,7621109	235,5625468	270,8354826	311,2072644	33
34	179,920837	208,1226271	240,5954803	277,9638052	320,9400469	370,3366446	34
35	209,607775	243,5034738	282,6996894	327,9972902	380,3139556	440,7006071	35
36	244,193058	284,8990643	332,172135	387,0368024	450,6720374	524,4337224	36
37	284,484912	333,3319052	390,3022586	456,7034269	534,0463643	624,0761296	37
38	331,424923	389,9983291	458,6051539	538,9100437	632,8449417	742,6505943	38
39	386,110035	456,2980451	538,8610558	635,9138515	749,9212559	883,7542072	39
40	449,818191	533,8687127	633,1617406	750,3783448	888,6566883	1051,667507	40
41	524,038192	624,6263939	743,9650452	885,4464469	1053,058176	1251,484333	41
42	610,504494	730,8128808	874,1589281	1044,826807	1247,873938	1489,266356	42
43	711,237736	855,0510706	1027,13674	1232,895633	1478,730617	1772,226964	43
44	828,591962	1000,409753	1206,88567	1454,816847	1752,295781	2108,950087	44
45	965,309636	1170,479411	1418,090662	1716,683879	2076,4705	2509,650603	45
46	1124,58573	1369,46091	1666,256528	2025,686977	2460,617543	2986,484218	46
47	1310,14237	1602,269265	1957,851421	2390,310633	2915,831788	3553,916219	47
48	1526,31586	1874,65504	2300,475419	2820,566547	3455,260669	4229,160301	48
49	1778,15798	2193,346397	2703,058618	3328,268525	4094,483893	5032,700758	49
50	2071,55404	2566,215284	3176,093876	3927,35686	4851,963413	5988,913902	50


Tabel 4 Nilai Permulaan; $A_{\frac{n}{i}} = (1+i)^{-n}$

n	1,5%	2%	2,5%	3%	3,5%	n
1	0,9852 2167	0,9803 9216	0,9756 0976	0,9708 7379	0,9661 8357	1
2	0,9706 6175	0,9611 6878	0,9518 1440	0,9425 9591	0,9335 1070	2
3	0,9563 1699	0,9423 2233	0,9285 9941	0,9151 4166	0,9019 4271	3
4	0,9421 8423	0,9238 4543	0,9059 5064	0,8884 8705	0,8714 4223	4
5	0,9282 6031	0,9057 3081	0,8838 5429	0,8638 0878	0,8419 7317	5
6	0,9145 4219	0,8879 7138	0,8622 9687	0,8374 8426	0,8135 0064	6
7	0,9010 2679	0,8705 6018	0,8412 6524	0,8130 9151	0,7859 9096	7
8	0,8877 1112	0,8534 9037	0,8207 4657	0,7894 0923	0,7594 1156	8
9	0,8745 9224	0,8367 5527	0,8007 2836	0,7664 1673	0,7337 3097	9
10	0,8616 6723	0,8203 4830	0,7811 9840	0,7440 9391	0,7089 1881	10
11	0,8489 3323	0,8042 6304	0,7621 4478	0,7224 2128	0,6849 4571	11
12	0,8363 8742	0,7884 9318	0,7435 5589	0,7013 7988	0,6617 8330	12
13	0,8240 2702	0,7730 3253	0,7254 2038	0,6809 5134	0,6394 0415	13
14	0,8118 4928	0,7578 7502	0,7077 2720	0,6611 1781	0,6177 8179	14
15	0,7998 5150	0,7430 1473	0,6904 6556	0,6418 6195	0,5968 9062	15
16	0,7880 3104	0,7284 4581	0,6736 2493	0,6231 6694	0,5767 0591	16
17	0,7763 8526	0,7141 6256	0,6671 9506	0,6050 1645	0,5672 0378	17
18	0,7649 1159	0,7001 5937	0,6411 6591	0,5873 9461	0,5383 6114	18
19	0,7536 0747	0,6864 3076	0,6255 2772	0,5702 8603	0,5201 5569	19
20	0,7424 7042	0,6729 7133	0,6102 7094	0,5536 7575	0,5025 6588	20
21	0,7314 9795	0,6597 7582	0,5953 8629	0,5375 4928	0,4855 7090	21
22	0,7206 8763	0,6468 3904	0,5808 6467	0,5218 9250	0,4691 5063	22
23	0,7100 3708	0,6341 5592	0,5666 9724	0,5066 9175	0,4532 8563	23
24	0,6995 4392	0,6217 2149	0,5528 7535	0,4919 3374	0,4379 5713	24
25	0,6892 0583	0,6095 3087	0,5393 9059	0,4776 0557	0,4231 4699	25
26	0,6790 2052	0,5975 7928	0,5262 3472	0,4636 9473	0,4088 3767	26
27	0,6689 8534	0,5858 6204	0,5133 9973	0,4501 8906	0,3950 1224	27
28	0,6590 9925	0,5743 7455	0,5008 7778	0,4370 7675	0,3816 5434	28
29	0,6493 5887	0,5631 1231	0,4886 6125	0,4243 4636	0,3687 4815	29
30	0,6397 6243	0,5520 7089	0,4767 4269	0,4119 8676	0,3562 7841	30
31	0,6303 0781	0,5412 4597	0,4651 1481	0,3999 8715	0,3442 3035	31
32	0,6209 9292	0,5306 3330	0,4537 7055	0,3883 3703	0,3325 8971	32
33	0,6118 1568	0,5202 2873	0,4427 0298	0,3770 2625	0,3213 4271	33
34	0,6027 7407	0,5100 2817	0,4319 0534	0,3660 4490	0,3104 7605	34
35	0,5938 6608	0,5000 2761	0,4312 7107	0,3553 8340	0,2999 7686	35
36	0,5850 8974	0,4902 2315	0,4110 9372	0,3450 3243	0,2898 3272	36
37	0,5764 4309	0,4806 1093	0,4010 6705	0,3349 8294	0,2800 3161	37
38	0,5679 2423	0,4711 8719	0,3912 8492	0,3252 2615	0,2705 6194	38
39	0,5595 3126	0,4619 4822	0,3817 4139	0,3157 5355	0,2614 1250	39
40	0,5512 6232	0,4528 9042	0,3724 3062	0,3065 5684	0,2525 7247	40
41	0,5431 1559	0,4440 1021	0,3633 4695	0,2976 2800	0,2440 3137	41
42	0,5350 8925	0,4353 0413	0,3544 8483	0,2889 5922	0,2357 7910	42
43	0,5271 8153	0,4267 6875	0,3458 3886	0,2805 4294	0,2278 0590	43
44	0,5193 9067	0,4184 0074	0,3374 0376	0,2723 7178	0,2201 0231	44
45	0,5117 1494	0,4101 9680	0,3291 7440	0,2644 3362	0,2126 5924	45
46	0,5041 5265	0,4021 5373	0,3211 4576	0,2567 3653	0,2054 6787	46
47	0,4967 0212	0,3942 6836	0,3133 1294	0,2492 5876	0,1985 1968	47
48	0,4893 6170	0,3865 3761	0,3058 7116	0,2419 9880	0,1918 0645	48
49	0,4821 2975	0,3789 5844	0,2982 1576	0,2349 5029	0,1853 2024	49
50	0,4750 0468	0,3715 2788	0,2909 4221	0,2281 0708	0,1790 5337	50

**Tabel 4 Nilai Permulaan; $A_{\overline{n}|i} = (1+i)^{-n}$ (Lanjutan)**

n	4%	4,5%	5%	5,5%	6%	n
1	0,9615 3846	0,9569 3780	0,9523 8095	0,9478 6730	0,9433 9623	1
2	0,9245 5621	0,9157 2995	0,9070 2948	0,8984 5242	0,8899 9644	2
3	0,8889 9636	0,8762 9660	0,8638 3760	0,8516 1366	0,8396 1928	3
4	0,8548 0419	0,8385 6134	0,8227 0247	0,8072 1674	0,7920 9366	4
5	0,8219 2711	0,8024 5105	0,7835 2617	0,7651 3435	0,7472 5817	5
6	0,7903 1453	0,7678 9574	0,7462 1540	0,7252 4583	0,7049 6054	6
7	0,7599 1781	0,7348 2846	0,7106 8133	0,6874 3681	0,6650 5711	7
8	0,7306 9021	0,7031 8513	0,6768 3936	0,6515 9887	0,6274 1237	8
9	0,7025 8674	0,6729 0443	0,6446 0892	0,6176 2926	0,5918 9846	9
10	0,6755 6417	0,6439 2768	0,6139 1325	0,5854 3058	0,5583 9478	10
11	0,6495 8093	0,6161 9874	0,5846 7929	0,5549 1050	0,5267 8753	11
12	0,6245 9705	0,7348 2846	0,7106 8133	0,5259 8152	0,4969 6936	12
13	0,6005 7409	0,5642 7164	0,5303 2135	0,4985 6068	0,4688 3902	13
14	0,5774 7508	0,5399 7286	0,5050 6795	0,4725 6937	0,4423 0096	14
15	0,5552 6450	0,5167 2044	0,4810 1710	0,4479 3305	0,4172 6506	15
16	0,5339 0818	0,4944 6932	0,4581 1152	0,4245 8109	0,3936 4628	16
17	0,5133 7325	0,4731 7639	0,4362 9669	0,4024 4653	0,3713 6442	17
18	0,4936 2812	0,4528 0037	0,4155 2065	0,3814 6590	0,3503 4379	18
19	0,4746 4242	0,4333 0179	0,3957 3396	0,3615 7906	0,3305 1301	19
20	0,4563 8695	0,4146 4286	0,3768 8948	0,3427 2896	0,3118 0473	20
21	0,4388 3360	0,3967 8763	0,3589 4236	0,3248 6158	0,2941 5540	21
22	0,4219 5539	0,3797 0089	0,3418 4987	0,3079 2567	0,2775 0510	22
23	0,4057 2633	0,3633 5013	0,3255 7131	0,2918 7267	0,2617 9726	23
24	0,3901 2147	0,3477 0347	0,3100 6791	0,2766 5656	0,2469 7855	24
25	0,3751 1680	0,3327 3060	0,2953 0277	0,2622 3370	0,2329 9863	25
26	0,3606 8923	0,3184 0248	0,2812 4073	0,2485 6275	0,2198 1003	26
27	0,3468 1657	0,3046 9137	0,2678 4832	0,2356 0450	0,2073 6795	27
28	0,3334 7747	0,2915 7069	0,2550 9364	0,2233 2181	0,1956 3014	28
29	0,3206 5141	0,2790 1502	0,2429 4632	0,2116 7944	0,1845 5674	29
30	0,3083 1867	0,2670 0002	0,2313 7745	0,2006 4402	0,1741 1013	30
31	0,2964 6026	0,2555 0241	0,2203 5947	0,1901 8390	0,1642 5484	31
32	0,2850 5794	0,2444 9991	0,2098 6617	0,1802 6910	0,1549 5740	32
33	0,2740 9417	0,2339 7121	0,1998 7254	0,1708 7119	0,1461 8622	33
34	0,2635 5209	0,2238 9589	0,1903 5480	0,1619 6321	0,1379 1153	34
35	0,2534 1547	0,2142 5444	0,1812 9029	0,1535 1963	0,1301 0522	35
36	0,2436 6872	0,2050 2817	0,1726 5741	0,1455 1624	0,1227 4077	36
37	0,2342 9685	0,1961 9921	0,1644 3563	0,1379 3008	0,1157 9318	37
38	0,2252 8543	0,1877 5044	0,1566 0536	0,1307 3941	0,1092 3885	38
39	0,2166 2061	0,1796 6549	0,1491 4797	0,1239 2362	0,1030 5552	39
40	0,2082 8904	0,1719 2870	0,1420 4568	0,1174 6314	0,0972 2219	40
41	0,2002 7793	0,1645 2507	0,1352 8160	0,1113 3947	0,0917 1905	41
42	0,1925 7493	0,1574 4026	0,1288 3962	0,1055 3504	0,0865 2740	42
43	0,1851 6820	0,1506 6054	0,1227 0440	0,1000 3322	0,0816 2962	43
44	0,1780 4635	0,1441 7276	0,1168 6133	0,0948 1822	0,0770 0908	44
45	0,1711 9841	0,1379 6437	0,1112 9651	0,0898 7509	0,0726 5007	45
46	0,1646 1386	0,1320 2332	0,1059 9668	0,0851 8965	0,0685 3781	46
47	0,1582 8256	0,1263 3810	0,1009 4921	0,0807 4849	0,0646 5831	47
48	0,1521 9476	0,1208 9771	0,0961 4211	0,0765 3885	0,0609 9840	48
49	0,1463 4112	0,1156 9158	0,0915 6391	0,0725 4867	0,0575 4566	49
50	0,1407 1262	0,1107 0965	0,0872 0373	0,0687 6652	0,0542 8836	50



Tabel 5 Jumlah n Nilai Akhir Pertama; $s_n = (1+i) \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

n	1,5%	2%	2,5%	3%	3,5%	n
1	1,015	1,02	1,025	1,03	1,035	1
2	2,0452 25	2,0604	2,0756 25	2,0909	2,1062 25	2
3	3,0909 0338	3,1216 08	3,1525 1563	3,1836 27	3,2149 4288	3
4	4,1522 6693	4,2040 4016	4,2563 2852	4,3091 3581	4,3624 6588	4
5	5,2295 5093	5,3081 2096	5,3877 3673	5,4684 0988	5,5501 5218	5
6	6,3229 9419	6,4342 8338	6,5474 3015	6,6624 6218	6,7794 0751	6
7	7,4328 3911	7,5629 6905	7,7361 1590	7,8923 3605	8,0516 8677	7
8	8,5593 3169	8,7546 2843	8,9545 1880	9,1591 0613	9,3684 9581	8
9	9,7027 2167	9,9497 2100	10,2033 8177	10,4638 7931	10,7313 9316	9
10	10,8632 6249	11,1687 1542	11,4834 6631	11,8077 9569	12,1419 9192	10
11	12,0412 1143	12,4120 8973	12,7955 5297	13,1920 2956	13,6019 6164	11
12	13,2368 2960	13,6803 3152	14,1404 4179	14,6177 9045	15,1130 3030	12
13	14,4503 8205	14,9739 3815	15,5189 5284	16,0863 2416	16,6769 8636	13
14	15,6821 3778	16,2934 1692	16,9319 2666	17,5989 1389	18,2956 8088	14
15	16,9323 6984	17,6392 8525	18,3802 2483	19,1568 8130	19,9710 2971	15
16	18,2013 5539	19,0120 7096	19,8647 3045	20,7615 8774	21,7050 1575	16
17	19,4893 7572	20,4123 1238	21,3863 4871	22,4144 3537	23,4996 9130	17
18	20,7967 1636	21,8405 5863	22,9460 0743	23,1168 6844	25,3571 8050	18
19	22,1236 6710	23,2973 6980	23,5446 5761	25,8703 7449	27,2796 8181	19
20	23,4705 2211	24,7833 1719	26,1832 7405	27,6764 8572	29,2694 7068	20
21	24,8375 7994	26,2989 8354	27,8628 5590	29,5367 8030	31,3289 0215	21
22	26,2251 4364	27,8449 6321	29,5844 2730	31,4528 8370	33,4604 1373	22
23	27,6335 2080	29,4218 6247	31,3490 3798	33,4264 7022	35,6665 2821	23
24	29,0630 2361	31,0302 9972	33,1577 6393	35,4592 6432	37,9498 5669	24
25	30,5139 6896	32,6709 0572	35,0117 0803	37,5530 4225	40,3131 0168	25
26	31,9866 7850	34,3443 2383	36,9120 0073	39,7096 3352	42,7590 6024	26
27	33,4814 7867	36,0512 1031	38,8598 0075	41,9309 2252	45,2906 2734	27
28	34,9987 0085	37,7922 3451	40,8562 9577	44,2188 5020	47,9107 9930	28
29	36,5386 8137	39,5680 7921	42,9027 0316	46,5754 1571	50,6226 7728	29
30	38,1017 6159	41,3794 4075	45,0002 7074	49,0026 7818	53,4294 7098	30
31	39,6882 8801	43,2270 2961	47,1502 7751	51,5027 5852	56,3345 0247	31
32	41,2986 1233	45,1115 7020	49,3540 3445	54,0778 4128	59,3412 1005	32
33	42,9330 9152	47,0338 0160	51,6128 8531	56,7301 7652	62,4531 5240	33
34	44,5920 8789	48,9944 7763	53,9282 0744	59,4620 8181	65,6740 1274	34
35	46,2759 6921	50,9943 6719	56,3014 1263	62,2759 4427	69,0076 0318	35
36	47,9851 0874	53,0342 5453	58,7339 4794	65,1742 2259	72,4578 6930	36
37	49,7198 8538	55,1149 3962	61,2272 9664	68,1594 4927	76,0288 9472	37
38	51,4806 8366	57,2372 3841	63,7829 7906	71,2342 3275	79,7249 0604	38
39	53,2678 9391	59,4019 8318	66,4025 5354	74,4012 5973	83,5502 7775	39
40	55,0819 1232	61,6100 2284	69,0876 1737	77,6632 9753	87,5095 3747	40
41	56,9231 4100	63,8622 2330	71,8398 0781	81,0231 9645	91,6073 7128	41
42	58,7919 8812	66,1594 6777	74,6608 0300	84,4838 9234	95,8486 2928	42
43	60,6888 6794	68,5026 5712	77,5523 2308	88,0484 0911	100,2383 3130	43
44	62,6142 0096	70,8927 1027	80,5161 3116	91,7198 6139	104,7816 7290	44
45	64,5684 1398	73,3305 6447	83,5540 3443	95,5014 5723	109,4840 3145	45
46	66,5519 4018	75,8171 7576	86,6678 8530	99,3965 0095	114,3509 7255	46
47	68,5652 1929	78,3535 1927	89,8595 8243	103,4083 9598	119,3882 5659	47
48	70,6086 9768	80,9405 8966	93,1310 7199	107,5406 4785	124,6018 4557	48
49	72,6828 2804	83,5794 0145	96,4843 4879	111,7968 6729	129,9979 1016	49
50	74,7880 7046	86,2709 8948	99,9214 5751	116,1807 7331	135,5828 3702	50



Tabel 5 Jumlah n Nilai Akhir Pertama; $s_n = (1+i) \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ (Lanjutan)

n	4%	4,5%	5%	5,5%	6%	n
1	1,04	1,045	1,05	1,055	1,06	1
2	2,1216	2,1370 25	2,1525	2,1680 25	2,1836	2
3	3,2464 64	3,2781 9113	3,3101 25	3,3422 6638	3,3746 16	3
4	4,4163 2256	4,4707 0973	4,5256 3125	4,5810 9103	4,6370 9296	4
5	5,6329 7546	5,7168 9166	5,8019 1281	5,8880 5103	5,9753 1854	5
6	6,8982 9448	7,0191 5179	7,1420 0845	7,2668 9384	7,3938 3765	6
7	8,2142 2626	8,3800 1362	8,5491 0888	8,7215 7300	8,8974 6791	7
8	9,5827 9531	9,8021 1423	10,0265 6432	10,2562 5961	10,4913 1598	8
9	11,0061 0712	11,2882 0937	11,5778 9254	11,8753 5379	12,1807 9494	9
10	12,4863 5141	12,8411 7879	13,2067 8716	13,5834 9825	13,9716 4264	10
11	14,0258 0546	14,0640 3184	14,9171 2652	15,3855 9065	15,8699 4120	11
12	15,6268 3768	16,1599 1327	16,7129 8285	17,2867 9814	17,8821 3767	12
13	17,2919 1119	17,9321 0937	18,5986 3199	19,2925 7203	20,0150 6593	13
14	9,0235 8764	19,7840 5429	20,5786 6350	21,4086 6350	22,2759 6988	14
15	20,8245 3114	21,7193 3673	22,6574 9177	23,6411 3999	24,6725 2808	15
16	22,6975 1239	23,7417 0689	24,8403 6636	25,9964 0269	27,2128 7976	16
17	24,6454 1288	25,8550 8370	27,1323 8467	28,4812 0483	29,9056 5255	17
18	26,6712 2940	28,0635 6246	29,5390 0391	31,1026 7110	32,7599 9170	18
19	28,7780 7858	30,3714 2277	32,0659 5410	33,8683 1801	35,7855 9120	19
20	30,9692 0172	32,7831 3680	34,7192 5181	36,7860 7550	38,9927 2668	20
21	33,2479 6979	35,3033 7795	37,5052 1440	39,8643 0965	42,3922 9028	21
22	35,6178 8858	37,9370 2996	40,4304 7512	43,1118 4669	45,9958 2769	22
23	38,0826 0412	40,6891 9631	43,5019 9887	46,5379 9825	49,8155 7735	23
24	40,6459 0829	43,5652 1015	46,7270 9882	50,1525 8816	53,8645 1200	24
25	43,3117 4462	46,5706 4460	50,1134 5376	53,9659 8051	58,1563 8272	25
26	46,0842 1440	49,7113 2361	53,6691 2645	57,9891 0943	62,7057 6568	26
27	48,9675 8298	52,9933 3317	57,4025 8277	62,2335 1045	67,5281 1162	27
28	51,0662 8630	56,4230 3316	61,3227 1191	66,7113 5353	72,6397 9832	28
29	55,0849 3775	60,0070 6966	65,4388 4750	71,4354 7797	78,0581 8622	29
30	58,3283 3526	63,7523 8779	69,7607 8988	76,4194 2926	83,8016 7739	30
31	61,7014 6867	67,6662 4524	74,2988 2937	81,6774 9787	89,8897 7803	31
32	65,2095 2742	71,7562 2628	79,0637 7084	87,2247 6025	96,3431 6471	32
33	68,8579 0851	76,0302 5646	84,0669 5938	93,0771 2207	103,1837 5460	33
34	72,6522 2486	80,4966 1800	89,3203 0735	99,2513 6378	110,4347 7987	34
35	76,5983 1385	85,1639 6581	94,8363 2272	105,7651 8879	118,1208 6666	35
36	80,7022 4640	90,0413 4427	100,6281 3886	112,6372 7117	126,2681 1866	36
37	84,9703 3626	95,1382 0476	106,7095 4580	119,8873 2425	134,9042 0578	37
38	89,4091 4971	100,4644 2398	113,0950 2309	127,5364 2708	144,0584 5813	38
39	94,0255 1570	106,0303 2306	119,7997 7424	135,6056 1470	153,7619 6562	39
40	98,8265 3633	111,8466 8760	126,8397 6295	144,1189 2285	164,0476 8356	40
41	103,8195 9778	117,0247 8854	134,2317 5110	153,1004 6360	174,9505 4457	41
42	109,0123 8169	124,2764 0402	141,9933 3866	162,5759 8910	186,5075 7724	42
43	114,4128 7696	130,9138 4220	150,1430 0559	172,5726 6850	198,7580 3188	43
44	120,0293 9204	137,8499 6510	158,7001 5587	183,1191 6527	211,7435 1379	44
45	125,8705 6772	145,0982 1353	167,6851 6366	194,2457 1936	225,5081 2462	45
46	131,9453 9043	152,6726 3314	177,1194 2185	205,9842 3392	240,0986 1210	46
47	138,2632 0604	160,5879 0163	187,0253 9294	218,3683 6679	255,5645 2882	47
48	144,8337 3429	168,8593 5720	197,4266 6259	231,4336 2696	271,9584 0055	48
49	151,6670 8366	177,5030 2828	208,3479 9572	245,2174 7645	289,3359 0458	49
50	158,7737 6700	186,5356 6455	219,8153 9550	259,7594 3765	307,7560 5886	50



Tabel 6 Jumlah n Nilai Permulaan Pertama; $a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$

n	1,5%	2%	2,5%	3%	3,5%	n
1	0,9852 2167	0,9803 9216	0,9756 0976	0,9708 7379	0,9661 8357	1
2	1,9558 8342	1,9415 6094	1,9274 2415	1,9134 6970	1,8996 9428	2
3	2,9122 0042	2,8838 8327	2,8560 2356	2,8286 1135	2,8016 3698	3
4	3,8543 8465	3,8077 2870	3,7619 7421	3,7170 9840	3,6730 7921	4
5	4,7826 4497	4,7134 5951	4,6458 2850	4,5797 0719	4,5150 5238	5
6	5,6971 8717	5,6014 3089	5,5081 2536	5,4171 9144	5,3285 5302	6
7	6,5982 1396	6,4719 9107	6,3493 9060	6,2302 8296	6,1145 4398	7
8	7,4859 2508	7,3254 8144	7,1701 3717	7,0196 9219	6,8739 5554	8
9	8,3605 1732	8,1622 3671	7,9708 6553	7,7861 0892	7,6076 8651	9
10	9,2221 8455	8,9825 8501	8,7520 6393	8,5302 0284	8,3166 0532	10
11	10,0711 1779	9,7868 4805	9,5142 0871	9,2526 2411	9,0015 5104	11
12	10,9075 0521	10,5753 4122	10,2677 6460	9,9540 0399	9,6633 3433	12
13	11,7315 3222	11,3483 7375	10,9831 8497	10,6349 5533	10,3027 3849	13
14	12,5433 8150	12,1062 4877	11,6909 1217	11,2960 7314	10,9205 2028	14
15	13,3432 3301	12,8492 6350	12,3813 7773	11,9379 3509	11,5174 1090	15
16	14,1312 6405	13,5777 0931	13,0550 0266	12,5611 0203	12,0941 1681	16
17	14,9076 4931	14,2918 7188	13,7121 9772	13,1661 1847	12,6513 2059	17
18	15,6725 6089	14,9920 3125	14,3533 6363	13,7535 1308	13,1896 8173	18
19	16,4261 6837	15,6784 6201	14,9788 9134	14,3237 9911	13,7098 3742	19
20	17,1686 3879	16,3514 3334	15,5891 6229	14,8774 7486	14,2124 0330	20
21	17,9001 3673	17,0112 0916	16,1845 4857	15,4150 2414	14,6979 7420	21
22	18,6208 2437	17,6580 4820	16,7654 1324	15,9369 1664	15,1671 2484	22
23	19,3308 6145	18,2922 0412	17,3321 1048	16,4436 0839	15,6204 1047	23
24	20,0304 0537	18,9139 2560	17,8849 8583	16,9355 4212	16,0583 6760	24
25	20,7196 1120	19,5234 5647	18,4243 7642	17,4131 4769	16,4815 1459	25
26	21,3986 3172	20,1210 3576	18,9506 1114	17,8768 4242	16,8903 5226	26
27	22,0676 1746	20,7068 9780	19,4640 1087	18,3270 3147	17,2853 6451	27
28	22,7267 1671	21,2812 7236	19,9648 8866	18,7641 0823	17,6670 1885	28
29	23,3760 7558	21,8443 8466	20,4535 4991	19,18845459	18,0357 6700	29
30	24,0158 3801	22,3964 5655	20,9305 9259	19,6004 4135	18,3920 4541	30
31	24,6461 4582	22,9377 0152	21,3954 0741	20,0004 2849	18,7362 7576	31
32	25,2671 3874	23,4683 3482	21,8491 7796	20,3887 6553	19,0688 6547	32
33	25,8789 5442	23,9885 6355	22,2918 8094	20,7657 9178	19,3902 0818	33
34	26,4817 2849	24,4985 9172	22,7237 8628	21,1318 3668	19,7006 8423	34
35	27,0755 9458	24,9986 1933	23,1451 5734	21,4872 2007	20,0006 6110	35
36	27,6606 8431	25,4888 4248	23,5562 5107	21,8322 5250	20,2904 9381	36
37	28,2371 2740	25,9694 5341	23,9573 1812	22,1672 3544	20,5705 2542	37
38	28,8050 5163	26,4406 4060	24,3486 0304	22,4924 6159	20,8410 8736	38
39	29,5645 8288	26,9025 8883	24,7303 4443	22,8082 1513	21,1024 9987	39
40	29,9158 4520	27,3554 7924	25,1027 7505	23,1147 7197	21,3550 7234	40
41	30,4589 6079	27,7994 8945	25,4661 2200	23,4123 9997	21,5991 0371	41
42	30,9940 5004	28,2347 9358	25,8206 0683	23,7013 5920	21,8348 8281	42
43	31,5212 3157	28,6615 6233	26,1664 4569	23,9819 0213	22,0626 8870	43
44	32,0406 2223	29,0799 6307	26,5038 4945	24,2542 7392	22,2827 9102	44
45	32,5523 3718	29,4901 5987	26,8330 2386	24,5187 1254	22,4954 5026	45
46	33,0564 8983	29,8923 1360	27,1541 6962	24,7754 4907	22,7009 1813	46
47	33,5531 9195	30,2865 8196	27,4674 8255	25,0247 0783	22,8994 3780	47
48	34,0425 5365	30,6731 1957	27,7731 5371	25,2687 0664	23,0912 4425	48
49	34,5246 8339	31,0520 7801	28,0713 6947	25,5016 5693	23,2765 6450	49
50	34,9996 8807	31,4236 0589	28,2623 1168	25,7297 6401	23,4556 1787	50



Tabel 6 Jumlah n Nilai Permulaan Pertama; $a_{\overline{nv}} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$ (Lanjutan)

n	4%	4,5%	5%	5,5%	6%	n
1	0,9615 3846	0,9569 3780	0,9523 8095	0,9478 6730	0,9433 9623	1
2	1,8860 9467	1,8726 6775	1,8594 1043	1,8463 1971	1,8333 9267	2
3	2,7750 9103	2,7489 6435	2,7232 4803	2,6979 3338	2,6730 1195	3
4	3,6298 9522	3,5875 2570	3,5459 5050	3,5051 5012	3,4661 0561	4
5	4,4518 2233	4,3899 7674	4,3294 7667	4,2702 8448	4,2123 6379	5
6	5,2421 3686	5,1578 7248	5,0756 9207	4,9955 3031	4,9173 2433	6
7	6,0020 5467	5,8927 0094	5,7863 7340	5,6829 6712	5,5823 8144	7
8	6,7327 4487	6,5958 8607	6,4632 1276	6,3345 6599	6,2097 9381	8
9	7,4353 3161	7,2687 9050	7,1078 2168	6,9521 9525	6,8016 9227	9
10	8,1108 9578	7,9127 1818	7,7217 3493	7,5376 2583	7,3600 8705	10
11	8,7604 7671	8,5289 1692	8,3064 1422	8,0925 3633	7,8868 7458	11
12	9,3850 7376	9,1185 8078	8,8632 5164	8,6185 1785	8,3838 4394	12
13	9,9856 4785	9,6828 5242	9,3935 7299	9,1170 7853	8,8526 8296	13
14	10,5631 2293	10,2228 2528	9,8986 4094	9,5896 4790	9,2949 8393	14
15	11,1183 8743	10,7395 4573	10,3796 5804	10,0375 8094	9,7122 4899	15
16	11,6522 9561	11,2340 1505	10,8377 6956	10,4621 6203	10,1058 9527	16
17	12,1656 6885	11,7071 9143	11,2740 6625	10,8646 0856	10,4772 5969	17
18	12,6592 9697	12,1599 9180	11,6895 8690	11,2460 7447	10,8276 0348	18
19	13,1339 3940	12,5932 9359	12,0853 2086	11,6076 5352	11,1581 1649	19
20	13,5903 2634	13,0079 3645	12,4622 1034	11,9503 8248	11,4699 2122	20
21	14,0291 5995	13,4047 2388	12,8211 5271	12,2752 4406	11,7640 7662	21
22	14,4511 1533	13,7844 2476	13,1630 0258	12,5831 6973	12,0415 8172	22
23	14,8568 4167	14,1477 7489	13,4885 7388	12,8750 4239	12,3033 7898	23
24	15,2469 6314	14,4954 7837	13,7986 4179	13,1516 9895	12,5503 5753	24
25	15,6220 7994	14,8282 0896	14,0939 4457	13,4139 3266	12,7833 5616	25
26	15,9827 6918	15,1466 1145	14,3751 8530	13,6624 9541	13,0031 6619	26
27	16,3295 8575	15,4513 0282	14,6430 3362	13,8980 9991	13,2105 3414	27
28	16,6630 6322	15,7428 7351	14,8981 2726	14,1214 2172	13,4061 6428	28
29	16,9837 1463	16,0218 8853	15,1410 7358	14,3331 0116	13,5907 2102	29
30	17,2920 3330	16,2888 8854	15,3724 5103	14,5337 4517	13,7648 3115	30
31	17,5884 9356	16,5443 9095	15,5928 1050	14,7239 2907	13,9290 8599	31
32	17,8735 5150	16,7888 9086	15,8026 7667	14,9041 9817	14,0840 4339	32
33	18,1476 4567	17,0228 6207	16,0025 4921	15,0750 6936	14,2302 2961	33
34	18,4111 9776	17,2467 5796	16,1929 0401	15,2370 3257	14,3681 4114	34
35	18,6646 1323	17,4610 1240	16,3741 9429	15,3905 5220	14,4982 4636	35
36	18,9082 8195	17,6660 4058	16,5468 5171	15,5360 6843	14,6209 8713	36
37	19,1425 7880	17,8622 3979	16,7112 8734	15,6739 9851	14,7367 8031	37
38	19,3678 6423	18,0499 9023	16,8678 9271	15,8047 3793	14,8460 1916	38
39	19,5844 4129	18,2296 5572	17,0170 4067	16,0286 6154	14,9490 7468	39
40	19,7927 7388	18,4015 8442	17,1740 6982	16,5477 2572	15,0462 9687	40
41	19,9930 5181	18,5661 0949	17,2943 6796	16,1574 6416	15,1380 1592	41
42	20,1856 2674	18,7235 4975	17,4232 0758	16,2629 9920	15,2245 4332	42
43	20,3707 9494	18,8742 1029	17,5459 1198	16,3630 3242	15,3061 7294	43
44	20,5488 4129	19,0183 8305	17,6627 7331	16,4578 5063	15,3831 8202	44
45	20,7200 3970	19,1563 4742	17,7740 6982	16,5477 2572	15,4558 3209	45
46	20,8846 5356	19,2883 7074	17,8800 6650	16,6329 1537	15,5243 6990	46
47	21,0429 3612	19,4147 0884	17,9810 1571	16,7136 6386	15,5890 2821	47
48	21,1951 3088	19,5356 0654	18,0771 5782	16,7902 0271	15,6500 2661	48
49	21,3414 7200	19,6512 9813	18,1687 2173	16,8627 5139	15,7075 7227	49
50	21,4821 8462	19,7620 0778	18,2559 2546	16,9315 1790	15,7618 6064	50



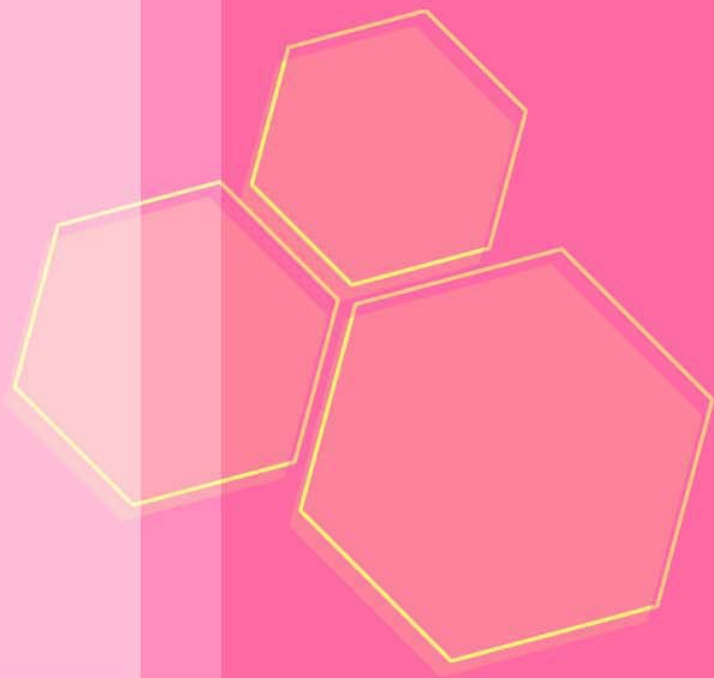
Tabel 7 Anuitas; $\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$

<i>n</i>	1,5%	2%	2,5%	3%	3,5%	<i>n</i>
1	1,015	1,02	1,025	1,03	1,035	1
2	0,5112 7792	0,5150 4950	0,5188 2716	0,5226 1084	0,5264 0049	2
3	0,3433 8296	0,3467 5467	0,3501 3717	0,3535 3036	0,3569 3418	3
4	0,2594 4479	0,2626 2375	0,2658 1788	0,2690 2705	0,2722 5114	4
5	0,2090 8932	0,2121 5839	0,2152 4686	0,2183 5457	0,2214 8137	5
6	0,1755 2521	0,1785 2581	0,1815 4997	0,1845 9750	0,1876 6821	6
7	0,1515 5616	0,1545 1196	0,1574 9543	0,1605 0635	0,1635 4449	7
8	0,1335 8402	0,1365 0980	0,1394 6735	0,1424 5639	0,1454 7665	8
9	0,1196 0982	0,1225 1544	0,1254 5689	0,1284 3386	0,1314 4601	9
10	0,1084 3418	0,1113 2653	0,1142 5876	0,1172 3051	0,1202 4137	10
11	0,0992 9384	0,1021 7794	0,1051 0596	0,1080 7745	0,1110 9197	11
12	0,0916 7999	0,0945 5960	0,0974 8713	0,1004 6209	0,1034 8395	12
13	0,0852 4036	0,0881 1835	0,0910 4827	0,0940 2954	0,0970 6157	13
14	0,0797 2332	0,0826 0197	0,0855 3652	0,0885 2634	0,0915 7073	14
15	0,0749 4436	0,0778 2547	0,0807 6646	0,0837 6658	0,0868 2507	15
16	0,0707 6508	0,0736 5013	0,0765 9899	0,0796 1085	0,0826 8483	16
17	0,0670 7966	0,0699 6984	0,0729 2777	0,0759 5253	0,0790 4313	17
18	0,0638 0578	0,0667 0210	0,0696 7008	0,0727 0870	0,0758 1684	18
19	0,0608 7847	0,0637 8177	0,0667 6062	0,0698 1388	0,0729 4033	19
20	0,0582 4574	0,0611 5672	0,0641 4713	0,0672 1571	0,0703 6108	20
21	0,0558 6550	0,0587 8477	0,0617 8733	0,0648 7178	0,0680 3659	21
22	0,0537 0332	0,0566 3140	0,0596 4661	0,0627 4739	0,0659 3207	22
23	0,0517 3075	0,0546 6810	0,0576 9638	0,0608 1390	0,0640 1880	23
24	0,0499 2410	0,0528 7110	0,0559 1282	0,0590 4742	0,0622 7283	24
25	0,0482 6345	0,0512 2044	0,0542 7592	0,0574 2787	0,0606 7404	25
26	0,0467 3196	0,0496 9923	0,0527 6875	0,0559 3829	0,0592 0540	26
27	0,0453 1527	0,0482 9309	0,0513 7687	0,0545 6421	0,0578 5241	27
28	0,0440 0108	0,0469 8967	0,0500 8793	0,0532 9323	0,0566 0265	28
29	0,0427 7878	0,0457 7836	0,0488 9127	0,0521 1467	0,0554 4538	29
30	0,0416 3919	0,0446 4992	0,0477 7764	0,0510 1926	0,0543 7133	30
31	0,0405 7430	0,0435 9635	0,0467 3900	0,0499 9893	0,0533 7240	31
32	0,0395 7710	0,0426 1061	0,0457 6831	0,0490 4662	0,0524 4150	32
33	0,0386 4144	0,0416 8653	0,0448 5938	0,0481 5612	0,0515 7242	33
34	0,0377 6189	0,0408 1867	0,0440 0675	0,0473 2196	0,0507 5966	34
35	0,0369 3363	0,0400 0221	0,0432 0558	0,0465 3929	0,0499 9835	35
36	0,0361 5240	0,0392 3285	0,0424 5158	0,0458 0379	0,0492 8416	36
37	0,0354 1437	0,0385 0678	0,0417 4090	0,0451 1162	0,0486 1325	37
38	0,0347 1613	0,0378 2057	0,0410 7012	0,0444 5934	0,0479 8214	38
39	0,0340 5463	0,0371 7114	0,0404 3615	0,0438 4385	0,0473 8775	39
40	0,0334 2710	0,0365 5575	0,0398 3623	0,0432 6238	0,0468 2728	40
41	0,0328 3106	0,0359 7188	0,0392 6786	0,0427 1241	0,0462 9822	41
42	0,0322 6426	0,0254 1729	0,0387 2876	0,0421 9167	0,0457 9828	42
43	0,0317 2465	0,0348 8993	0,0382 1688	0,0416 9811	0,0453 2539	43
44	0,0312 1038	0,0343 8794	0,0377 3037	0,0412 2985	0,0448 7768	44
45	0,0307 1976	0,0339 0962	0,0372 6751	0,0407 8518	0,0444 5343	45
46	0,0302 5125	0,0334 5342	0,0368 2676	0,0403 6254	0,0440 5108	46
47	0,0298 0342	0,0330 1792	0,0364 0669	0,0399 6051	0,0436 6919	47
48	0,0293 7500	0,0326 0184	0,0360 0599	0,0395 7777	0,0433 0646	48
49	0,0289 6478	0,0322 0396	0,0356 2348	0,0392 1314	0,0429 6167	49
50	0,0285 7168	0,0318 2321	0,0352 5806	0,0388 6549	0,0426 3371	50



Tabel 7 Anuitas; $\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$ (Lanjutan)

<i>n</i>	4%	4,5%	5%	5,5%	6%	<i>n</i>
1	1,04	1,045	1,05	1,055	1,06	1
2	0,5301 9608	0,9339 9756	0,5378 0488	0,5416 1800	0,5454 3689	2
3	0,3603 4854	0,3637 7336	0,3672 0856	0,3706 5407	0,3741 0981	3
4	0,2754 9005	0,2787 4365	0,2820 1183	0,2852 9449	0,2885 9149	4
5	0,2246 2711	0,2277 9164	0,2309 7480	0,2341 7644	0,2373 9640	5
6	0,1907 6190	0,1938 7839	0,1970 1747	0,2001 7895	0,2033 6263	6
7	0,1616 0961	0,1697 0147	0,1728 1982	0,1759 6442	0,1791 3502	7
8	0,1485 2783	0,1516 0965	0,1547 2181	0,1578 6401	0,1610 3594	8
9	0,1344 9299	0,1375 7447	0,1406 9008	0,1438 3946	0,1470 2224	9
10	0,1232 9094	0,1263 7882	0,1295 0457	0,1326 6777	0,1358 6796	10
11	0,1141 4904	0,1172 4818	0,1172 4818	0,1235 7065	0,1267 9294	11
12	0,1065 5217	0,1096 6619	0,1128 2541	0,1160 2923	0,1192 7703	12
13	0,1001 4373	0,1032 7535	0,1064 5577	0,1096 8426	0,1129 6011	13
14	0,0946 6897	0,0978 2032	0,1010 2397	0,1042 7912	0,1075 8491	14
15	0,0899 4110	0,0931 1381	0,0963 4229	0,0996 2560	0,1029 6276	15
16	0,0858 2000	0,0890 1537	0,0922 6991	0,0955 8254	0,0989 5214	16
17	0,0821 9852	0,0854 1758	0,0886 9914	0,0920 4197	0,0954 4480	17
18	0,0789 9333	0,0822 3690	0,0855 4622	0,0889 1992	0,0923 5654	18
19	0,0761 3862	0,0794 0734	0,0827 4501	0,0861 5006	0,0896 2086	19
20	0,0735 8175	0,0768 7614	0,0802 4259	0,0836 7933	0,0871 8456	20
21	0,0712 8011	0,0746 0057	0,0779 9611	0,0814 6478	0,0850 0455	21
22	0,0691 9881	0,0725 4565	0,0759 7051	0,0794 7123	0,0830 4557	22
23	0,0673 0906	0,0706 8249	0,0741 3682	0,0776 6965	0,0812 7848	23
24	0,0655 8683	0,0689 8703	0,0724 7090	0,0760 3580	0,0796 7900	24
25	0,0640 1196	0,0674 3903	0,0709 5246	0,0745 4935	0,0782 2672	25
26	0,0625 6738	0,0660 2137	0,0695 6432	0,0731 9307	0,0769 0435	26
27	0,0612 3854	0,0647 1946	0,0682 9186	0,0719 5228	0,0756 9717	27
28	0,0600 1298	0,0635 2081	0,0671 2253	0,0708 1440	0,0745 9255	28
29	0,0588 7993	0,0624 1461	0,0660 4551	0,0697 6857	0,0735 7961	29
30	0,0578 3010	0,0613 9154	0,0650 5144	0,0688 0539	0,0726 4891	30
31	0,0568 5535	0,0604 4345	0,0641 3212	0,0679 1665	0,0717 9222	31
32	0,0559 4859	0,0595 6320	0,0632 8042	0,0670 9519	0,0710 0234	32
33	0,0551 0357	0,0587 4453	0,0624 9004	0,0663 3469	0,0702 7293	33
34	0,0543 1477	0,0579 8191	0,0617 5545	0,0656 2958	0,0695 9843	34
35	0,0535 7732	0,0572 7045	0,0610 7171	0,0649 7493	0,0689 7386	35
36	0,0528 8688	0,0566 0578	0,0604 3446	0,0643 6635	0,0683 9483	36
37	0,0522 3957	0,0559 8402	0,0598 3979	0,0637 9993	0,0678 5743	37
38	0,0516 3192	0,0554 0169	0,0592 8423	0,0632 7271	0,0673 5012	38
39	0,0510 6083	0,0548 5567	0,0587 6462	0,0627 7991	0,0668 9377	39
40	0,0505 2349	0,0543 4315	0,0582 7816	0,0623 2034	0,0664 6154	40
41	0,0500 1738	0,0538 6158	0,0578 2229	0,0618 9090	0,0660 5886	41
42	0,0495 4020	0,0534 0868	0,0573 9471	0,0614 8927	0,0656 8342	42
43	0,0490 8989	0,0529 8235	0,0569 9333	0,0611 1337	0,0653 3312	43
44	0,0486 6454	0,0525 8071	0,0566 1625	0,0607 6128	0,0650 0606	44
45	0,0482 6246	0,0522 0202	0,0562 6173	0,0604 3127	0,0647 0050	45
46	0,0478 8205	0,0518 4471	0,0559 2820	0,0601 2175	0,0644 1485	46
47	0,0475 2189	0,0515 0734	0,0556 1421	0,0598 3129	0,0641 4768	47
48	0,0471 8065	0,0511 8858	0,0553 1843	0,0595 5854	0,0638 9765	48
49	0,0468 5712	0,0508 8722	0,0550 3965	0,0393 0230	0,0636 6356	49
50	0,0465 5020	0,0506 0215	0,0547 7674	0,0590 6145	0,0634 4429	50



ISBN 979-462-886-7

Buku ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah dinyatakan layak sebagai buku teks pelajaran berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 34 Tahun 2008 tanggal 10 Juli tentang Penetapan Buku Teks Pelajaran yang Memenuhi Syarat Kelayakan untuk Digunakan dalam Proses Pembelajaran

HET(Harga Eceran Tertinggi) Rp. 7.625,-